Chapitre 2

Contrôlabilité

2.1. Contrôlabilité des systèmes distribués

2.1.1. Description du système

Soit l'ouvert Ω représente le domaine géométrique du système, et soit $T > 0$. Considérons les système décrits par l'équation différentielle opérationnelle d'´etat :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} y(t) = Ay(t) + Bu(t) \text{ , dans } Q = \Omega \times]0, T[\\ y(0) = y_0, \text{dans } \Omega \end{cases} \quad \dots (2.1)$$

Où

– $A \in L(V, H)$ est un opérateur différentiel engendre un C^0 − semi-groupe $(S(t))_{t\geq 0}$ sur l'espace d'état H (espace de Hilbert séparable),

– $B \in L(U, H)$ avec U est un espace de Hilbert séparable dit espace de contrôle ,

– $u \in L^2(0, T; U)$ dite fonction de contrôle ,

– $y_0 \in L^2(\Omega)$ donnée initial.

Si A est auto-adjoint résolvante compacte alors le système (2.1) admet une solution faible unique continue sur $[0, T]$ donnée par :

$$y_u(t) = S(t)y_0 + \int_0^t S(t - s)Bu(s)ds \quad \dots . (2.2)$$

on note :

$$y_u(t) = y(x, t; u)$$