

Chapitre 4

Application

4.1. Résolution du problème de contrôle optimal Le cas du VIH/SIDA

nous allons résoudre le Problème suivant [20]:

$$\min_{0 \leq u(t) \leq 1} J(u) = \int_0^{T_f} (F(t) - \frac{1}{2}B(1 - u(t))^2) dt$$

Sous la contrainte :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dF}{dt} = \frac{s}{1 + V(t)} - u_F F + rF \left(1 - \frac{F + F^* + F^{**}}{F_{max}}\right) - k_1 V F \\ \frac{dF^*}{dt} = k_1 V F - u_F F^* - k_2 F^* \\ \frac{dF^{**}}{dt} = k_2 F^* - u_b F^{**} \\ \frac{dV}{dt} = u(t) N u_b F^{**} - k_1 V F - u_V V \end{array} \right.$$

Paramètres	estimations	désignations
$F(t)$	-	cellules CD4 non infectées.
$F^*(t)$	-	cellules CD4 infectées latentes
$F^{**}(t)$	-	cellules CD4 infectées actives
$V(t)$	-	taille de la population de virus
s	$10 \text{ mm}^{-3} / \text{jour}$	taux de génération CD4 par le thymus
u_F		taux de croissance spécifique de des CD4
r	$0.03 / \text{jour}$	taux de croissance CD4
F_{max}	$1.5 \times 10^3 \text{ mm}^{-3}$	nombre total des CD4
u_F	$0.02 / \text{jour}$	taux de mortalité de cellules F et F *
u_b	$0.24 / \text{jour}$	taux de mortalité de la population de CD4
u_V	$2.4 / \text{jour}$	taux de mortalité de la population de virus