

	$2.4 \times 10^{-5} \text{mm}^3$ /jour	taux constant CD4 devenant infectées
	3×10^{-3} /jour	taux constant de F^* qui deviennent F^{**}
	1200	nombre de virus produit par une cellule
	10mm^{-3}	nombre de virus pour une infection endémique
		égale à $k_1 + u_T$
k_4		égale à $k_1 F_0 + u_v$
k_5		égale à $k_1 F + u_v$
γ		égale à r/F_{max}
p		égale à $r = u_F$
F_0	$1000/\text{mm}^3$	

TAB.4.1- Les paramètres.

Rappelons que l'existence d'un tel contrôle est démontrée dans le livre "Fleming And Rishel" .

Nous allons rechercher la fonction $u(t)$ sous la forme d'un polynôme de degré 3 (approximation polynomiale). Soit donc :

$$u(t) = \sum_{j=1}^4 x_j t^{j-1}.$$

Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau TAB-4.1

Première étape: Résolution du système par la méthode d'Adomian.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dF}{dt} = \frac{s}{1 + V(t)} - u_F F + rF \left(1 - \frac{F + F^* + F^{**}}{F_{max}} \right) - k_1 VF \\ \frac{dF^*}{dt} = k_1 VF - u_F F^* - k_2 F^* \\ \frac{dF^{**}}{dt} = k_2 F^* - u_b F^{**} \\ \frac{dV}{dt} = \sum_{j=1}^4 x_j t^{j-1} N u_b F^{**} - k_1 VF - u_v V \end{array} \right.$$

On obtient alors $F(t)$ qui est fonction explicitement des x^j ,
 $j = 1, 2, 3, 4$. Le problème du contrôle devient alors :

$$\min_{x_1, x_2, x_3, x_4} J(x_1, x_2, x_3, x_4) = \int_0^{T_f} \left(F(t, x_1, x_2, x_3, x_4) - \sum_{j=1}^4 x_j t^{j-1} \right)^2 dt$$

Deuxième étape: La méthode Aliénor associée à la technique de L'O.P.O*.

Après la résolution de l'intégrale définie ci-dessus on obtient un problème d'optimisation globale dans \mathbb{R}^4 . Aussi pouvons-nous la ramener à un problème dans \mathbb{R} en posant :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2} [10 \cos(100\theta)] \\ x_2 &= \frac{1}{2} [10 \cos(1500\theta + 0.005)] \\ x_3 &= \frac{1}{2} [10 \cos(1505\theta + 0.01)] \\ x_4 &= \frac{1}{2} [10 \cos(1510\theta + 0.015)] \end{aligned}$$

On suppose que pour tout $j = 1, 2, 3, 4$,

$$x_j \in [-5, 5] \quad .$$

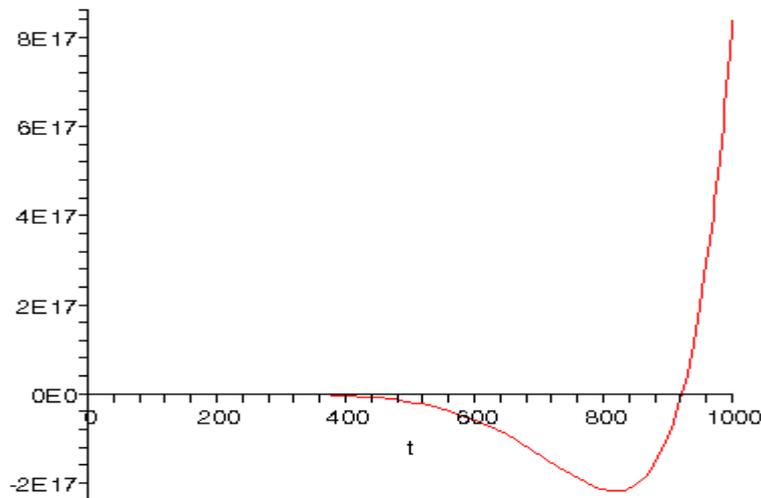


Fig. 4.2 — concentration de $F(t)$ pour $B=0.5$.

On obtient la fonction $J^*(\theta)$ sur laquelle on applique le technique de l'O.PO* Pour déterminer le **minimum absolu**.

4.2. Résultats et interprétation

Les données complémentaires pour la simulation sont : $T_f = 2 \times 365$ jours. La quantité d'ARV est une fonction non linéaire de u^* (u^* étant l'optimum) ce qui est dû au fait qu'il n'y a pas de relation linéaire directe entre le traitement et les cellules CD4 ou le VIH. Aussi, B, nous traçons les courbes de $F(t)$, $V(t)$ et $u(t)$ qui caractérisent les critères que nous nous sommes fixés au départ pour le cas où les variables sont les suivantes ;

$$B = 1 \quad V_0 = 0.001 \quad F_0 = 1000 \quad F_0^* = 0 \quad F_0^{**} = 0 \quad F_{max} = 1500$$

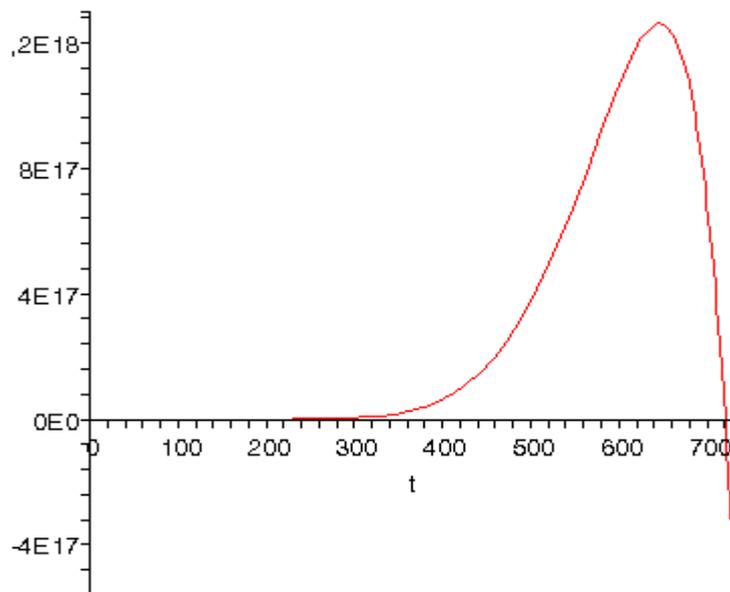


Fig. 4.3 — concentration de $v(t)$ pour $B=0.5$.

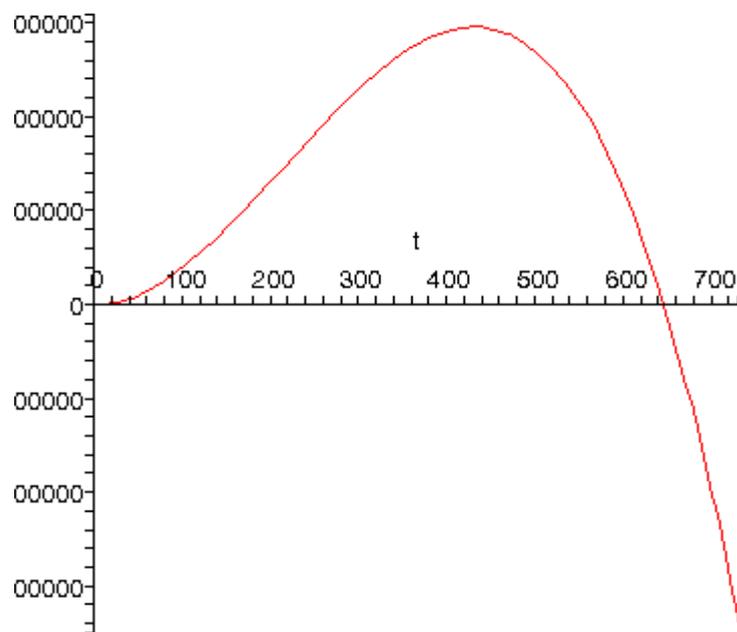


Fig. 4.4 — contrôle optimale $u(t)$ pour $B=0.5$.