

Chapitre 02 méthodes d'analyse des structures

Pour l'évaluation des performances sismiques, une analyse structurale du modèle mathématique de la structure est nécessaire pour déterminer la force et les déplacements demandés dans les différents étages de la structure. Plusieurs méthodes d'analyse, à la fois élastique et inélastique, sont disponibles pour prédire le comportement sismique des structures.

2.1. Analyse statique équivalente

C'est la méthode d'analyse la plus ancienne, la plus simple et la plus utilisée pour le dimensionnement des bâtiments réguliers faiblement élevés.

Selon le code RPA[30], la force sismique totale appliquée à la base de la structure est exprimée par une formule mathématique, fonction des paramètres A, Q et R, W et D (équation 2.1). Le paramètre D étant fonction de la catégorie du site, d'un facteur de correction d'amortissement (η) et de la période fondamentale T. Le poids W est égal à la somme des poids de tous les niveaux du bâtiment, comprenant à la fois les charges permanentes et une fraction (β) des charges d'exploitation. Les formules empiriques utilisées pour l'estimation de la force sismique totale (équation 2.2), la distribution de la force sismique totale selon la hauteur du bâtiment et de la période fondamentale (équation 2.3) [31].

$$V = \frac{ADQ}{R} W \quad (2.1). [30]$$

Où :

A : Coefficient d'accélération de zone.

D : Facteur d'amplification dynamique moyen.

Q : Facteur de qualité.

R : Coefficient de comportement global de la structure.

W : Poids total de la structure.

$$F_i = \frac{(V-F_t)W_i h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} \quad (2.2). [30]$$

Où :

F_i : Effort horizontal revenant au niveau i.

F_t : Force concentrée au sommet de la structure

h_i : niveau du plancher où s'exerce la force F_i .

h_j : niveau du plancher quelconque.

W_i, W_j : poids revenant aux plancher i,j

$$T = C_T h_n^{3/4} \quad (2.3). [30]$$

Où :

C_T : coefficient fonction du système de contreventement, du type de remplissage.

h_n : Hauteur mesuré en mètres à partir de la base de la structure jusqu'au dernier niveau.

2.2. Méthode d'analyse modale spectrale

2.2.1. Principe de la méthode :

Principe de cette méthode réside dans la détermination des modes propres de vibrations de la structure et le maximum des effets engendrés par l'action sismique, celle-ci étant présentée par un spectre de réponse de calcul. Les modes propres dépendent de la masse de la structure, de l'amortissement et des forces d'inerties.

2.2.2. Modélisation :

Le modèle de bâtiment à utiliser doit représenter au mieux les distributions des rigidités et de masse de façon à prendre en compte tous les modes de déformations significatifs dans le calcul des forces d'inerties sismiques.

Pour les structures irrégulières en plan, sujettes à la torsion et comportant des planchers rigides, elles sont représentées par un modèle tridimensionnel, encastré à la base et où les masses sont concentrées au niveau des centres de gravités des planchers avec trois (03) DDL (02 translations horizontales et une rotation d'axe vertical).

2.2.3. Nombre des modes considérer (RPA99/2003) :

D'après le RPA99/2003 (article 4.3.4 [30]) : pour les structures représentées par des modèles plans dans deux directions orthogonales, le nombre de modes de vibration à retenir dans chacune des deux directions l'excitation doit être tel que :

- La somme des masses modales effectives pour les modes retenus soit égale à 90% au moins de la masse totale de la structure.
- Ou que tous les modes ayant une masse modale effective supérieure à 5% de la masse totale de structure soient retenus pour la détermination de la réponse totale de la structure.

Le minimum de modes à retenir est de trois dans chaque direction considérée.

2.2.4. Spectre de réponse de calcul :

L'évaluation du risque sismique à prendre en compte pour une construction à risque spécial, (installation classique, installation nucléaire, ...) conduit à choisir des séismes

caractéristiques de chaque site ; dits séisme de référence, qui permettent d'exprimer ce risque. Pour le besoin du calcul dynamique, ces séismes sont le plus souvent représentés sous forme de spectre de réponse spécifique du site ou, plus rarement, sous forme d'une fonction temporelle de l'accélération, de la vitesse ou du déplacement.

L'action sismique est représentée par le spectre de réponse de calcul suivant :

$$\begin{aligned}
 S_a/g &= 1.25A (1 + T / T_1 (2.5 \eta Q/R - 1)) & 0 \leq T \leq T_1 \\
 S_a/g &= 2.5 \eta (1.25A)(Q/R) & T_1 \leq T \leq T_2 \\
 S_a/g &= 2.5 \eta (1.25A)(Q/R) (T_2/T)^{2/3} & T_2 \leq T \leq \\
 S_a/g &= 2.5 \eta (1.25A (T_2/3)^{2/3})(3/T)^{5/3}(Q/R) & T > 3,0 \text{ s}
 \end{aligned}$$

- A : coefficient d'accélération de zone, donné par le tableau (4.1 [30]) de RPA 99/version 2003 en fonction de la zone sismique et du groupe d'usage du bâtiment
- η : Facteur de correction d'amortissement donnée par la formule

$$\eta = \frac{\sqrt{7}}{(2 + \xi)}$$

- ξ (%) est le pourcentage d'amortissement critique fonction du matériau constitutif, du type de structure et de l'importance des remplissages. est donnée par (le tableau 4.2 du RPA99 art 4.2. [30])
- R : coefficient de comportement global de la structure (Tableau 4.3 [30])
- T1, T2 : Périodes caractéristiques associées à la catégorie de site (Tableau 4.7 [30])
- Q : Facteur de qualité (Tableau 4.4 [30])

2.2.5. Combinaisons :

- a) $C_1 = G + Q$
- b) $C_2 = 1,35G + 1,5Q$
- c) $C_3 = G + Q \pm E$
- e) $C_5 = 0,8G \pm E$
- g) $C_7 = G + Q \pm 1,2 E$

2.2.6. Analyse modale :

L'analyse modale permet de déterminer les modes et fréquences propres de la structure en l'absence des forces extérieures.

Pour l'analyse dynamique, le nombre des modes à considérer doit être tel que la somme des masses modales effectives pour les modes retenus soit égal à 90% au moins de la masse totale de la structure, ou que tous les modes ayant une masse modale effective supérieure à 5% de la masse totale de la structure soient retenus pour la détermination de la réponse totale de la structure.

2.3. Analyse statique non linéaire par poussée progressive. « PUSHOVER »

L'analyse « pushover » est une procédure statique non linéaire dans laquelle la structure subit des charges latérales suivant un certain modèle prédéfini en augmentant l'intensité des charges jusqu'à ce que les modes de ruine commencent à apparaître dans la structure [32].

Les résultats de cette analyse sont représentés sous forme de courbe qui relie l'effort tranchant à la base en fonction du déplacement du sommet de la structure.

2.4. Méthode dynamique non linéaire

2.4.1. Généralités et définitions

La forme la plus complète d'analyse des structures dont le comportement est non linéaire sous action sismique est le calcul dynamique non linéaire. On tient explicitement compte du caractère non linéaire du comportement des éléments structurels en fournissant en données les lois de comportement non linéaires de ces éléments (courbe M- θ). Des accélérogrammes représentent l'action sismique. Le calcul s'effectue pas à pas sur le temps et peut durer longtemps, même pour des structures simples, il est difficilement envisageable pour des structures complexes et est réservé à des études particulières, comme l'établissement des coefficients de comportement R.

Plusieurs accélérogrammes sont nécessaires pour éviter de biaiser certains aspects du contenu fréquentiel du spectre de réponse reconnu comme la référence d'action sismique de la région.

L'analyse statique des structures se ramène à la résolution des systèmes linéaires $K.U=F$ où K est la matrice de rigidité, constante et indépendante de U et de F , qui sont les vecteurs des déplacements et des forces respectivement. Donc : système linéaire $\Rightarrow K.\lambda.U= \lambda.F$

Si cette équivalence n'est pas vérifiée, on est en présence d'un phénomène non linéaire et quelle que soit la source du non linéarité, K n'est plus indépendant du déplacement U , ou de ses dérivées et des forces F .

➤ **Sources de non linéarités :**

Elles appartiennent à l'une des deux classes suivantes:

• **Non linéarités géométriques (cinématiques) :**

Elles interviennent quand les déplacements et éventuellement les déformations sont suffisamment importantes. Dans ce cas les caractéristiques de rigidité de la structure sont non linéaires. En effet, lorsque les déplacements sont grands, les équations d'équilibre basées sur la géométrie initiale ne sont plus valides et doivent être modifiées pour prendre en compte les variations géométriques. Ceci affecte les relations FORCES-DEPLACEMENTS, car des forces internes supplémentaires sont générées, si ces déplacements causent de grandes déformations alors les termes non linéaires de déformation doivent être pris en compte.

• **Non linéarités constitutives (matérielle ou rhéologique) :**

Elles se produisent dans le cas où le comportement du matériau ne peut plus être considéré comme élastique linéaire. Ces non linéarités sont propres au matériau et les paramètres physiques supposés indépendants des déplacements.

Les non linéarités peuvent être :

- instantanées comme l'élasticité non linéaire, la plasticité, la fissuration
- différées comme le cas du fluage, du retrait, de la viscosité...etc.

Les lois rhéologiques s'expriment soit par les variables totales $\sigma = f(\varepsilon)$ ou bien de manière incrémentale $d\sigma = f(d\varepsilon)$ qui est beaucoup plus puissante.

Il n'existe pas de méthode de résolution directe d'un système non linéaire. Ce dernier est toujours solutionné par une suite de résolutions de problèmes linéaires où les conditions d'équilibre sont vérifiées avec une certaine précision. Dans la formulation des éléments finis en déplacement, les relations de compatibilité sont automatiquement vérifiées, il suffit donc de vérifier les relations d'équilibre et les lois constitutives.

Dans toutes les méthodes non-linéaires, on calcule les forces internes à partir d'une estimation des déplacements, ces forces doivent être en équilibre avec les forces externes.

2.4.2. Analyse non linéaire

➤ **Principe de l'analyse :**

Dans le cas de structures linéaires soumises à des chargements dynamiques arbitraires, l'intégrale de Duhamel ou l'étude dans le domaine des fréquences procurent généralement la technique de résolution la plus commode. Il faut cependant souligner que du fait que le principe de superposition utilisé dans la définition de ces deux méthodes n'est valable que pour les systèmes linéaires, c'est à dire des systèmes dont les caractéristiques restent constantes sur l'ensemble de la réponse, pour de nombreuses structures il ne sera pas possible de supposer un comportement linéaire : ce sera par exemple le cas d'un bâtiment soumis à un mouvement sismique assez sévère pouvant causer des endommagements graves. Il sera donc nécessaire de

recourir à une autre méthode de calcul susceptible d'être utilisée dans le cas des systèmes non linéaires.

La méthode qui est probablement la plus puissante en analyse non linéaire est celle de l'intégration pas à pas. Dans cette technique, la réponse est calculée de pas à pas pour une suite de d'intervalles de temps relativement courts Δt , généralement choisis fixes pour la commodité des calculs. L'équilibre dynamique est établi au début et à la fin de chaque intervalle de temps, et Le mouvement du système pendant l'incrément de temps est approché sur la base d'un comportement présumé (qui ignore généralement le possible départ d'équilibre au sein de l'intervalle). La nature non linéaire du système est prise en compte par le calcul de nouvelles caractéristiques relatives à l'état déformé pris au début de chaque incrément de temps. La réponse complète est obtenue en prenant la vitesse et le déplacement relatifs à la fin d'un intervalle comme conditions initiales pour l'intervalle suivant ; le processus peut être poursuivi pas à pas depuis le début du chargement jusqu'à n'importe quel instant, approchant ainsi un comportement non linéaire au moyen d'une séquence de systèmes linéaires successifs. [33]