

4 Estimation du module d'élasticité des sols de fibres de caoutchouc à l'aide de modèles de matériaux composites

4.1. Introduction

L'évaluation du comportement effectif d'un composite à l'aide des méthodes analytiques nécessite une connaissance profonde des différentes approches existantes dans la littérature abondante dans ce domaine. Comme l'expliquent [GIL99], le choix d'un modèle est gouverné par plusieurs paramètres, et notamment par la géométrie du milieu hétérogène, le contraste mécanique entre les phases et la fraction volumique des renforts.

La prédiction des propriétés mécaniques effectives des composites à l'aide des lois de mélange convenablement validées revêt un grand intérêt pratique en toutes circonstances où les essais sont impossibles, difficiles ou coûteux.

L'homogénéisation est parfois appelée la micromécanique ou la modélisation multi-échelle. C'est une discipline relativement ancienne puisque la loi de mélange bien connue remonte à 1889 avec Voigt. Cependant, beaucoup de travail théorique a été accompli dans les années 1960 et numérique dans le milieu des années 1980 qui rendent cette discipline jeune et active.

On qualifie les méthodes d'homogénéisation des procédures mathématiques consistant à déterminer les propriétés effectives "macroscopique" d'un matériau micro hétérogène (mais macro homogène) à partir de ses propriétés locales, i.e. en tout point de son volume.

Dans cette étude, il est destiné à appliquer des modèles de matériaux composites pour estimer le module d'élasticité du sol de fibres de caoutchouc des pneus usées. Pour calculer le module d'élasticité en utilisant les méthodes mises au point par des travaux antérieurs et comparée aux modules d'élasticité de référence sont déterminées par des essais expérimentaux.

Nous intéressons en premier lieu à une présentation du cas traité en donnant un aperçu sur les différents modèles rhéologiques biphasiques de Voigt, Reuss, Hirsch-Dougill, Popovics, Halpin-Tsai, Hashin et l'estimation de Bache & Napper-Christensen; qui servent à prédire le module d'Young effectif d'un composite biphasique (Sol de fibres de caoutchouc). En deuxième lieu une

étude comparative a été présentée, un calcul de module d'Young effectif des composites (sol-fibres) testés expérimentalement.

4.2. Choix des Modèles Analytiques

Comme l'expliquent [GIL99], le choix d'un modèle est gouverné par plusieurs paramètres, et notamment par la géométrie du milieu hétérogène, le contraste mécanique entre les phases matricielles (sols) et la fraction volumique des renforts (fibres de caoutchouc). Rappelons que dans notre cas, nous étudions un matériau composite (sol-fibres de caoutchouc des pneus usées) hétérogène composé de deux phases homogènes: les fibres(ou l'inclusion ; phase a) de fraction volumique V_a , noyé dans le sol (ou matrice, phase m). Chacune de ces deux phases présente un comportement élastique linéaire, homogène et isotrope. Les deux phases sont supposées parfaitement collées entre elles (liaison matrice/inclusion, est supposée une adhérence parfaite), ce qui justifie la représentation biphasique. Les fibres de caoutchouc des pneus usées sont distribuées de façon homogène dans la matrice de sol. La description multi phase des matériaux composites constitués d'une matrice élastique. La détermination des propriétés effectives consiste alors dans ce cas, à définir le comportement homogène équivalent sol-fibres à partir des caractéristiques de sol et des fibres de caoutchouc des pneus usées.

Les deux lois de mélange de Voigt et Reuss sont simples et incapables de déterminer avec précision acceptable le module d'élasticité du composite parce qu'elles ne tiennent nullement compte de la morphologie du matériau, de la discontinuité du renfort, ni de son orientation et de la véritable nature d'interface matrice/renfort, ces deux bornes sont enrichies en les combinant entre elles. Deux combinaisons proposées par de [DEL95]. Le module d'élasticité effectif est donné pour les deux modèles (Voigt et Reuss) dans le tableau (4.1) par les équations (1) et (2).

Les modèles biphasiques de Hirsch-Dougill, Halpin-Tsai, Popovics & Napper-Christensen conçues à l'origine pour les composites à particules [NIE68], proposent des modules d'élasticité effectif du composite par les équations (3), (4), (5), (6) et (7) successivement. Les modules d'élasticité effective sont donnés par les expressions dans le tableau (4.1).

Tableau 4.1 : *Le module d'élasticité effectif par les différents modèles analytiques (MPa).*

Les modules d'élasticité effectif	Expression
Modèle Voigt Eq1	$E_{C\text{Voigt}} = E_m V_m + E_a V_a$
Modèle Reuss Eq2	$E_{C\text{Reuss}} = \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_a}{E_a}$
Modèle Hirsch-Dougill Eq3	$\frac{1}{E_{C\text{Hirsch}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_{C\text{Voigt}}} + \frac{1}{E_{C\text{Reuss}}} \right)$
Modèle Popovics Eq4	$E_{C\text{Popovics}} = \frac{1}{2} (E_{C\text{Voigt}} + E_{C\text{Reuss}})$
Modèle Halpin – Tsai Eq5	$E_{C\text{Halpin-Tsai}} = \frac{3}{8} E_{C\text{Voigt}} + \frac{5}{8} E_{C\text{Reuss}}$
Modèle Hashin Eq6	$E_{C\text{Hashin}} = \frac{(E_m + E_a) + (E_a - E_m)V_a}{(E_m + E_a) - (E_a - E_m)V_a} E_m$
Modèle Bache et Napper – Christensen Eq7	$E_{C\text{Bache}} = E_m^{V_m} E_a^{V_a}$

Où E_m est le module d'élasticité de la matrice du sol, E_a est le module d'élasticité de la phase des fibres, E_C est le module d'élasticité de sol-fibres, V_m est la fraction volumique du sol comme matrice et V_a est la fraction volumique des fibres de caoutchouc de la phase de renfort. E_C Prend les indices du modèle composite utilisé pour l'estimation du module d'élasticité, Par exemple, E_C Voigt exprime le module d'élasticité de sol-fibres estimées en utilisant le modèle composite de Voigt.

4.3. Matériels utilisé

4.3.1 La phrase matricielle "le sol"

Deux sols d'origine et de propriétés physiques différentes ont été choisis. Le premier échantillon provient de la région d'Ayaida à Oran dans le nord-ouest de l'Algérie. Ce sol était à l'origine de plusieurs désordres au niveau des bâtiments. Le deuxième échantillon est de la bentonite fournie par l'unité Bental de Maghnia dans le nord-ouest de l'Algérie.

4.3.1.1 Module de Young élastique du sol

Le module de Young (e) du sol, généralement réfère à comme le module élastique de sol, est un paramètre élastique de sol et une mesure la rigidité de sol. Il est défini comme le rapport de la contrainte le long d'un axe au-dessus

de la racine selon l'axe dans la plage du comportement élastique du sol. Le module d'élasticité est souvent utilisé pour l'estimation du tassement du sol et de l'analyse de déformation élastique.

Le module d'élasticité du sol peut être estimée à partir au laboratoire ou in situ ou des tests basée sur la corrélation avec d'autres propriétés du sol. En laboratoire, il peut être déterminé à partir l'essai triaxial ou indirectement de l'essai œdomètre. Sur le terrain, elle peut être estimée à partir de test de pénétration standard, test de pénétration de Cône, pressurometer ou indirectement, à partir d'essai dilatomètre. En général, la rigidité du sol et un module d'élasticité dépend de la cohérence et la densité du sol.

Les valeurs typiques du module de Young pour le matériau cohésif (MPa) (basé sur [OBR12] ; compilés de [KEZ74]) et de [PRA95].

Tableau 4.2 : Les valeurs typiques du module de Young pour le matériau cohésif

	Description	Très douce	Moyen	Très rigide	Dur
USCS		douce à douce		à raide	
CL	Argiles à faible et moyen plasticité	0.5-5	5-8	8-30	30-70
CH	Argiles à haute plasticité	0.35-4	4-7	7-20	20-32

CL: Clays with low-medium Plasticity; CH: Clays with high plasticity.

Selon le système unifié de classification des sols (USCS), le sol d'Ayaida est défini comme argile à faible et moyen plasticité (CL). La bentonite de Maghnia est définie comme étant une argile à haute plasticité (CH).

D'après le tableau (4.2) et la classification des sols (USCS) on choisir le module de Young pour les deux sols étudiés :

Pour tout ce qui suit, la valeur moyenne du module de Young de sol d'Ayaida E_m est égale à $3.509MPa$. Pour la bentonite de Maghnia $E_m=3.972MPa$.

4.3.2 La phase renforcement (Fibres de caoutchouc)

Les fibres de caoutchouc proviennent du déchiquetage mécanique, de trois pneus usagés de véhicule léger, à température ambiante. Une séparation magnétique est ensuite effectuée pour enlever la totalité des fibres d'acier et

textile par la densité. Les fibres sont allongées entre 5 mm et 30 mm de long, avec une longueur moyenne de 7 mm: l'échantillon contient aussi de la poudre de caoutchouc des pneus usés (environ 41% du poids). La densité de la poudrette de caoutchouc est déterminée grâce à un pycnomètre à hélium, elle est de l'ordre de 0.83 et l'absorption d'eau insignifiante. Une photographie de l'échantillon utilisé en caoutchouc des pneus usés est représentée sur la fig 4.1.

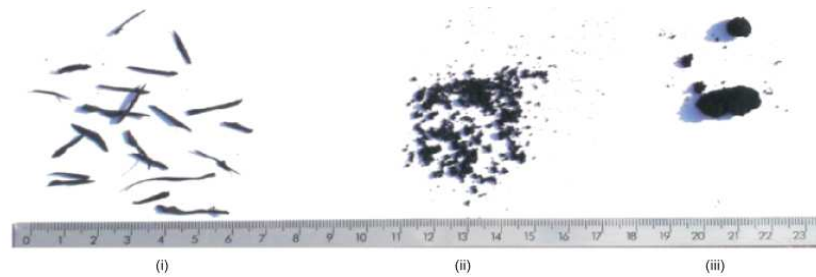


Fig. 4.1. Photographies montrant (i) des fibres de caoutchouc des pneus usés, (ii) et (iii) la poudre de caoutchouc.

4.3.2.1 Module du Young élastique des fibres de caoutchouc des pneus usées (la phase deux)

L'étude du module de Young de pneu en caoutchouc elle-même a été étudiée par de nombreux auteurs. Une étude de copeaux de pneus provenant de trois fournisseurs différents, en utilisant les mesures de compressibilité verticale et horizontale de contrainte pour le chargement / déchargement à faible niveau de contrainte [HUM93]. Les valeurs des modules d'Young varient de 1.2 à 5.1 MPa et les valeurs moyennes de l'éventail de rapport de Poisson 0.20-0.32. [BRE84], [AHM93], [BEN95], [MAS96], [WU97] et [LEE99] ont effectué l'essai triaxial sur copeaux de pneus de 0.08 à 2.01 po (2 à 51 mm) en taille. Des essais ont été effectués en compression à chargement sauf [WU97], qui, en outre, l'essai de compression-déchargement effectuées où de la pression σ_3 de confinement a été réduite par paliers de la pression de consolidation initiale tout en augmentant la charge verticale pour maintenir constante σ_1 . Le module tangent initial des courbes de contrainte-déformation, analogue au module d'Young, est compris entre 0.3 et 2.5 MPa avec des valeurs plus élevées à des contraintes de confinement supérieur. [HER04] présentent des propriétés nominales de caoutchouc des pneus de camion, le module d'Young varie de 1.97 MPa à 22.36 MPa, $E = 1.97$ MPa est évaluée à 100% de déformation [AIE10]. La valeur moyenne du module de Young des déchets de caoutchouc des pneus usés E_a est égale à 2,102 MPa qui trouvé dans mon recherche.

Le coefficient de Poisson du caoutchouc des pneus usés est supposé être de 0.45.

4.4. Module de Young expérimentale les deux sols étudiés

L'essai à été réalisés selon la norme AFNOR XP P NF P 94-090-1 sur tous les échantillons compactés. Cet essai à été effectués dans l'odomètre conventionnel de 50 mm de diamètre et 20 mm d'épaisseur. La charge est appliquée par paliers maintenus constants successivement croissant suivant un programme défini (0 ; 0.013 ; 0.025 ; 0.051 ; 0.102 ; 0.408 ; 0.815 ; 1.630) MPa. Les variations de la hauteur de l'éprouvette sont mesurées pendant l'essai en fonction de la durée d'application de la charge. Le principe de cette campagne expérimentale est de confectionner des éprouvettes des sols composites et leurs mélanges avec différents teneur en fibres (0% ,10%, 20%, 25% et 50%) identiques de même teneur en eau et densité (matériau homogène et isotrope). Les matériaux sont conditionnés dans des sachets fermés hermétiquement et sont conservés à la température ambiante de la salle d'essai (~20°C). Le temps de repos nécessaire pour assurer une répartition homogène de l'eau au sein de l'échantillon pour tous les matériaux composites. Le sol composite est placé dans une enveloppe rigide, on exerce une pression variable à l'aide d'un piston et on mesure les affaissements observés après stabilisation. Le module œdométrique noté E' varie suivant les pressions correspondant à intervalle de contrainte (Sanglerat).

$$\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma \quad , \quad E' = \frac{1+e}{c_c} \cdot \frac{\Delta\sigma}{\lg\left(1+\frac{\Delta\sigma}{\sigma}\right)} \dots\dots\dots (4.1)$$

Avec e l'indice de vide et σ la contrainte caractérisent l'état initial.

$$E = E' \left(1 - \frac{2v^2}{1-v}\right) \dots\dots\dots (4.2)$$

Ou v est le coefficient de poisson du matériau

On peut admettre que cette formule s'applique aux sols en première approximation. Le coefficient de poisson des sols est mal connu, peu de

déterminations en ont été faites. Il semble toutefois que $\nu=0.33$ constitue une estimation raisonnable. On écrira donc, en adoptant cette valeur :

$$E = \frac{2}{3}E' \dots\dots\dots (4.3)$$

Le tableau (4.3) compile le module de Young de composite sol-fibres mesuré expérimentalement (E_c^{exp}). Ces premiers essais permettent de tracer les courbes de références pour les comparer ensuite avec des essais sur des composites sols – fibres de caoutchouc avec différents fraction volumiques. L’essai de compressibilité à l’œdomètre pour les deux sols étudiés sont représentés dans l’annexe 3.

Tableau 4.3 : *Le module d’élasticité de composite sol-fibres mesuré expérimentalement*

Échantillons	σ (MPa)	$\Delta \sigma$ (MPa)	e	c_c (%)	E_c^{exp} (MPa)
A1			0.595	3.99	3.509
A2			0.285	6.64	3.185
A3			0.550	6.98	3.295
A4			0.689	12.62	3.221
A5			0.357	7.31	3.203
B1	1.63	0.815	0.799	2.66	3.972
B2			0.773	5.65	3.472
B3			0.698	5.32	3.455
B4			0.853	7.64	3.396
B5			0.598	6.98	3.316

4.5. Confrontation des Modèles Analytiques aux Résultats Expérimentaux

Les données bibliographiques pour différents sols testés expérimentalement sont compilées dans le tableau 4.4. Les données mécaniques sont E_m le module d’Young de la matrice, E_a celui des fibres de caoutchouc et E_c^{exp} le module d’Young du sol mesuré expérimentalement. Ainsi les différentes fractions volumiques pour les composites de sol-fibres.

Tableau .4.4. *Caractéristiques expérimentales et la fraction volumique pour les composites de sol-fibres*

Réf.	V_a	V_m	E_a (MPa)	E_m (MPa)	E_c^{exp} (MPa)
A1	0	1			3.509
A2	0,1	0,9			3.185
A3	0,2	0,8		3.509	3.295
A4	0,25	0,75			3.221
A5	0,5	0,5			3.203
B1	0	1	2.214		3.972
B2	0,1	0,9			3.472
B3	0,2	0,8		3.972	3.455
B4	0,25	0,75			3.396
B5	0,5	0,5			3.316

Dans notre travail ont testés 2 types des sols argileux avec les modules d'Young (3.509 et 3.972) MPa. Chaque type de sol matriciel est mélangé avec renfort des fibres de caoutchouc ayant les modules d'Young (2.214) MPa. Ce qui correspond à un rapport de contraste entre les deux phases variant de (E_a/E_m) variant de 0.631 à 0.557.

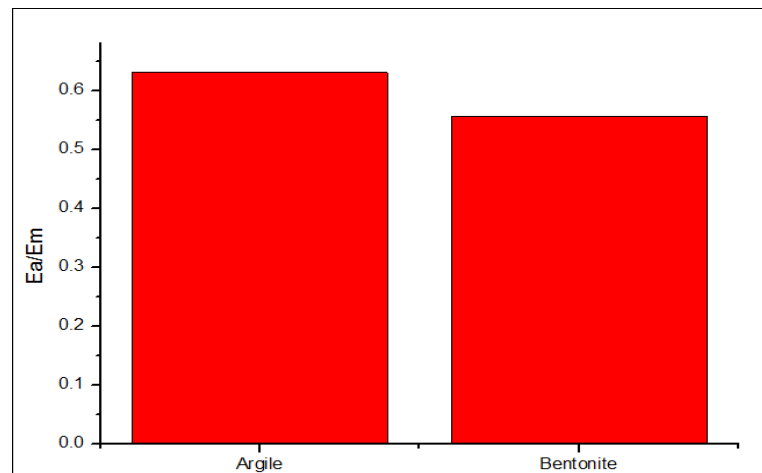


Fig. 4.2. *Rapport des caractéristiques des phases E_a/E_m dans les deux argiles*

4.5.1 Résultats des Approches Prédictives

A partir des relations explicites des différents modèles analytiques cités ci-dessus. Les modules d'Young des sols sont calculés à partir des essais expérimentalement, le module d'élasticité effectifs à été estimé en utilisant les

modèles composites à l'aide d'une programmation de logicielle de Scilab qui est représenté sur la figure 4.3 et montre à l'annexe2, et pour une représentation plus lisible, on regroupe les résultats obtenus dans le tableau.4.5.

```

1 /// modules d'elasticité effectifs des sol-fibres
2 clc, ///clear all, close all
3 clearglobal
4 texte=x_dialog(["Le module de YOUNG de la phase matrice (argile) Em (MPa)"], "");
5 Em=evstr(texte);
6 texte=x_dialog(["Le module de YOUNG de la phase renforcement (fibres de caotchouc) Ea (MPa)"], "");
7 Ea=evstr(texte);
8 texte=x_dialog(["La fraction volumique de la phase matrice (argile) Vm"], "");
9 Vm=evstr(texte);
10 texte=x_dialog(["la fraction volumique de la phase renforcement (fibres de caotchouc) Va"], "");
11 Va=evstr(texte);
12
13
14 close

```

Fig.4.3. Programme propose pour estimer le module d'élasticité en utilisant les modèles analytiques.

Tableau.4.5. Modules d'élasticité effective des sols-fibres obtenus par les différents modèles analytiques (MPa).

Réf.	$E_{C\text{Voigt}}$	$E_{C\text{Reuss}}$	$E_{C\text{Hirsch}}$	$E_{C\text{Popovics}}$	$E_{C\text{Halpin-Tsai}}$	$E_{C\text{Hashin}}$	$E_{C\text{Bache}}$
A1	3.509	0.285	0.527	1.897	1.494	3.509	3.509
A2	3.380	0.302	0.543	1.841	1.456	3.354	3.351
A3	3.250	0.318	0.560	1.784	1.418	3.205	3.200
A4	3.185	0.327	0.569	1.756	1.399	3.133	3.127
A5	2.862	0.368	0.619	1.615	1.303	2.796	2.787
B1	3.972	0.252	0.474	2.112	1.647	3.972	3.972
B2	3.796	0.272	0.492	2.034	1.593	3.752	3.747
B3	3.620	0.292	0.511	1.956	1.540	3.545	3.534
B4	3.533	0.302	0.522	1.917	1.513	3.445	3.432
B5	3.093	0.352	0.581	1.722	1.380	2.984	2.965

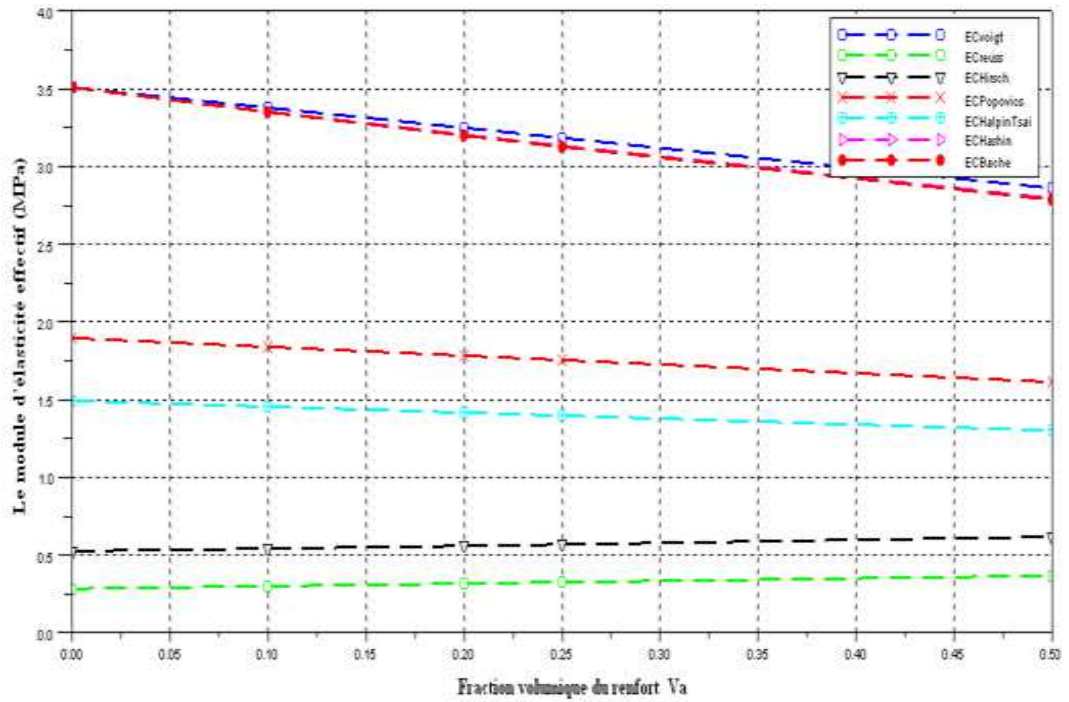


Fig. 4.4. Modules d'élasticité effective en fonction de la fraction volumique du renfort pour les auteurs pour l'argile pour l'argile d'Ayaida

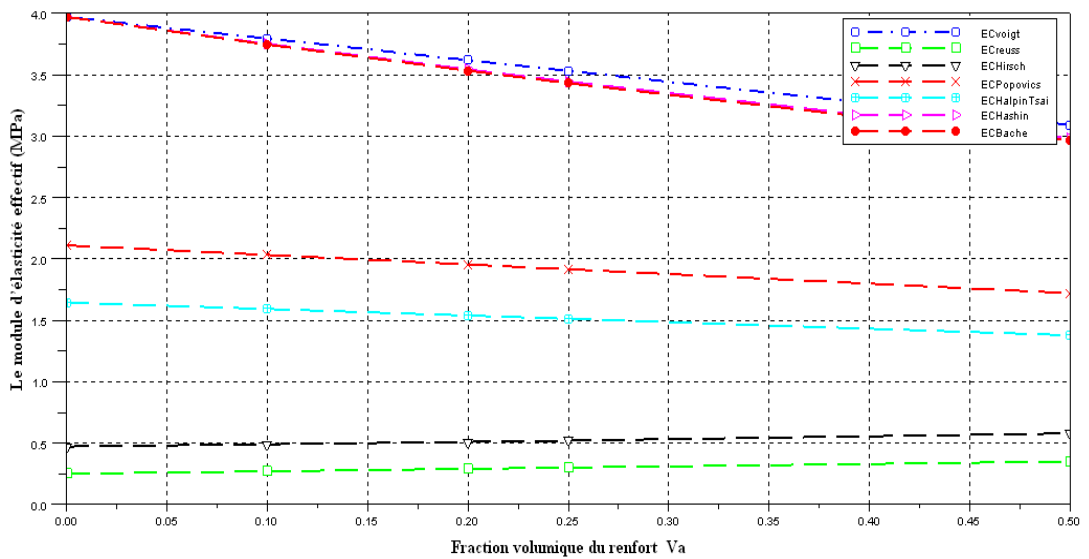


Fig. 4.5. Modules d'élasticité effective en fonction de la fraction volumique du renfort pour les auteurs pour la Bentonite de Maghnia.

4.5.2 Comparaison des Résultats Obtenus avec ceux Expérimentaux

Nous présentons dans le tableau (4.6) nos résultats issus de l'application des approches analytiques et ceux obtenus par l'expérimentaux. Afin de tirer le modèle le plus proche pour calculer le module d'Young effectif, on a calculé les écarts (tableau 4.7) entre les différents modèles prédictifs et les résultats expérimentaux. Les écarts relatifs moyens entre les modules d'Young expérimentaux E_c^{exp} mesurés et les prédictions numériques E_c^{cal} sont calculés par la relation ci-dessous :

$$E_{cart} = \left| \frac{E_c^{cal} - E_c^{exp}}{E_c^{exp}} \right| \times 100 \% \dots \dots \dots (4.4)$$

Tableau.4.6. Modules d'élasticité effectifs (MPa): Confrontation des différents modèles analytiques aux résultats expérimentaux.

Réf	E_{cVoigt}	E_{cReuss}	$E_{cHirsch}$	$E_{cPopovics}$	$E_{cHalpin-Tsai}$	$E_{cHashin}$	E_{cBache}	E_c^{EXP}
A1	3.509	0.285	0.527	1.897	1.494	3.509	3.509	3.509
A2	3.380	0.302	0.543	1.841	1.456	3.354	3.351	3.185
A3	3.250	0.318	0.560	1.784	1.418	3.205	3.200	3.295
A4	3.185	0.327	0.569	1.756	1.399	3.133	3.127	3.221
A5	2.862	0.368	0.619	1.615	1.303	2.796	2.787	3.203
B1	3.972	0.252	0.474	2.112	1.647	3.972	3.972	3.972
B2	3.796	0.272	0.492	2.034	1.593	3.752	3.747	3.472
B3	3.620	0.292	0.511	1.956	1.540	3.545	3.534	3.455
B4	3.533	0.302	0.522	1.917	1.513	3.445	3.432	3.396
B5	3.093	0.352	0.581	1.722	1.380	2.984	2.965	3.316

Tableau.4.7. Ecarts (%) sur les modules d'Young entre les prédictions des modèles analytiques et des résultats expérimentales.

Réf.	E_{cVoigt}	E_{cReuss}	$E_{cHirsch}$	$E_{cPopovics}$	$E_{cHalpin-Tsai}$	$E_{cHashin}$	E_{cBache}
A1	0.00	91.88	84.98	45.939	57.424	0.00	0.00
A2	6.11	90.53	82.95	42.211	54.291	5.297	5.212
A3	1.37	90.34	83.00	45.853	56.974	2.729	2.883
A4	1.11	89.86	82.33	45.484	56.578	2.724	2.918
A5	10.66	88.50	80.67	49.584	59.311	12.717	12.988
B1	0.00	93.66	88.08	46.831	58.538	0.00	0.00
B2	9.34	96.17	85.83	41.418	54.107	8.078	7.921
B3	4.79	91.56	85.21	43.384	55.427	2.598	2.287
B4	4.02	91.11	84.63	43.548	55.439	1.443	1.060
B5	6.72	89.39	82.48	48.059	57.424	0.00	10.585

Si on examine les résultats présentés dans le tableau (4.7) on remarque que l'écart maximal est atteint avec le modèle combiné de Reuss et vaut 93,66%.

L'approximation de **Voigt** et **Hashin** présente la gamme des écarts la plus petite qui varie de 0,00% à 10,66% pour Voigt et 0,00% à 12,717% pour **Hashin** et 0,00% à 12,988% pour **Bache**, cela attire notre attention et nécessite une illustration sous forme d'un graphe permettant de distinguer la courbe la plus proche de celle de résultat expérimentale.

Les Figures (4.6) et (4.7), donnent l'évolution de module d'Young effectif obtenue par les différentes approches prédictives traitées et des résultats expérimentaux en fonction de la fraction volumique des fibres de caoutchouc (renfort) V_a qui prend les valeurs: 0-0,1-0,2-0,25 et 0,50 pour un module de Young est 2.214 MPa.

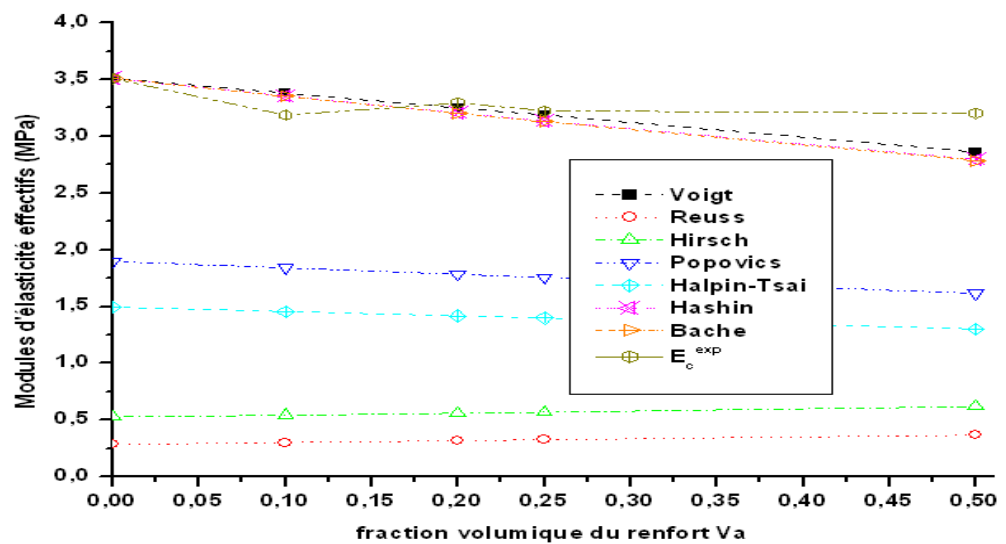


Fig.4.6. Modules d'élasticité effective en fonction de la fraction volumique du renfort confrontation des résultats analytiques et expérimentaux pour l'argile d'Ayaida

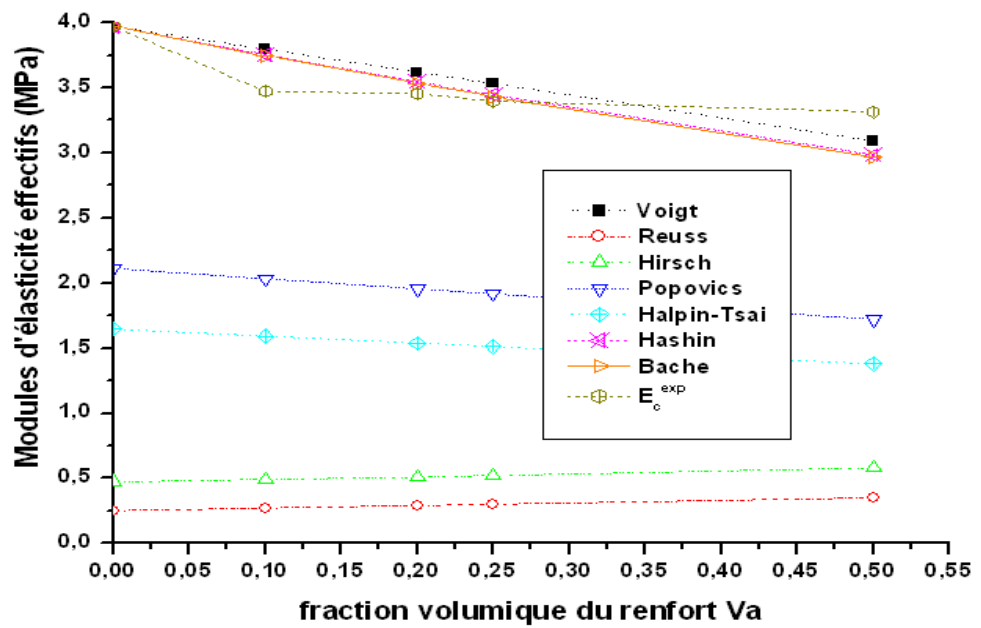


Fig. 4.7. Modules d'élasticité effective en fonction de la fraction volumique du renfort confrontation des résultats analytiques et expérimentaux pour la Bentonite de Maghnia.

4.6. Conclusion

Les conclusions de l'étude sont présentées ci-dessous:

Les résultats obtenus par les approches prédictives illustrés dans la figure (4.6) et (4.7), montrent bien que les modèles de **Voigt**, **Hashin** et **Bache** sont plus proche que résultats expérimentaux avec un écart maximal égal à 10.66% pour **Voigt** et 12.717% pour **Hashin** et 12.988% pour **Bache**.

L'estimation de Voigt est confondue avec celle expérimentale, l'écart maximal entre ces trois courbes vaut 10.66%. Ce qui rend ce modèle capable de prédire le comportement effectif des composites à particules à l'instar de sol jusqu'à un taux de renforts égal à 25%.