

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université ZIANE ACHOUR de Djelfa  
Faculté des Sciences et Technologie



## ***MEMOIRE DE MAGISTER***

*Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister  
Spécialité : Génie Civil  
Option : Mécanique des matériaux et des structures*

### ***THÈME :***

*Contribution à la modélisation élastoplastique du comportement  
des matériaux granulaires sous chargements monotones et cycliques*

*Présenté par : ELBAHI Fatma Zahra*

*Soutenue publiquement le 17/12/2012, devant le jury composé de :*

<i><u>Président</u></i>	<i>Dr : HACHI Brahim El khalil</i>	<i>MCA .Université de Djelfa</i>
<i><u>Directeur de Thèse</u></i>	<i>Dr : BENCHEIKH Boubaker</i>	<i>MCA .Université de Djelfa</i>
<i><u>Examineur</u></i>	<i>Dr : LAMARA Mohamed</i>	<i>MCA .Université de Jijel</i>
<i><u>Examineur</u></i>	<i>Dr : GUEDDOUDA Mohamed Kamal</i>	<i>MCA .Université de Laghouat</i>
<i><u>Examineur</u></i>	<i>Pr : R. MITICHE-KETTAB</i>	<i>MCA.-E.N.P-Alger</i>

*Année Universitaire : 2012/2013*

**A**

*Mes Parents  
et à toute Ma famille.*

# REMERCIEMENTS

Avant tout, je remercie **ALLAH**, dieu le miséricordieux l'unique, le puissant,...pour son guide et sa protection.

De plus, je remercie vivement la personne en charge de mon encadrement: **BENCHEIKH B.** Maître de conférence à l'Université de Djelfa. Merci pour la confiance que vous m'avez accordée, les échanges réguliers au cours de la thèse et les méthodes de travail inculquées. C'est en partie grâce à vous, vos conseils, votre soutien, enthousiasme et pédagogie que j'ai pu travailler dans un environnement serein pour mener à bien ce travail.

Mes sincères remerciements se dirigent à présent vers les membres du jury de soutenance de ce mémoire :

- Dr. **HACHI** Brahim El khalil, Maître de conférences à l'Université de Djelfa d'avoir accepté la présidence du jury de soutenance.
- Dr. **LAMARA** Mohamed, Maître de conférences à l'Université de Djidjel d'avoir accepté d'être examinateur de mon travail.
- Dr. **GUEDDOUDA** Mohamed Kamal, Maître de conférences à l'Université de Laghouat, d'avoir accepté d'être examinateur.
- Pr. **R. MITICHE-KETTAB**, Maître de conférences à l'ENP d'Alger, d'avoir accepté d'être examinateur.

J'adresse mes remerciements les plus sincères à tous les membres de ma famille : parents, frères, sœurs pour m'avoir soutenu et épaulé durant ces années de thèse. Ainsi que mes collègues et amis qui, chacun à sa manière, ont apporté quelque chose de plus à ce travail.

## ملخص و كلمات المفاتيح

في السنوات الأخيرة، تناولت عدت أعمال بحثية صياغة نماذج لسلوك المواد. هذا العمل يشكل مساهمة في هذا الاتجاه، والذي يقترح نموذجاً بسيطاً للسلوك الرقمي للمواد الحبيبية تحت تأثير حملات ثابتة و متغيرة. ويتألف هذا العمل من جزأين:

في الجزء الأول، تجري بحث مكتبي للنماذج من نوع *élastoplastique* الموجودة بالإضافة إلى التجارب المنجزة في التحقق من صحة هذه النماذج وتم الحصول على ملاحظات عدة و استنتاجات من صياغة القوانين.

في الجزء الثاني، و من نموذج بسيط نوع Mohr-Coulomb، قمنا بتطوير نموذج *élastoplastique* ذو تعقيد متزايد و يأخذ بعين الاعتبار المواصفات الخاصة للمواد الحبيبية. و إدراج مفهوم « *Écrouissage cinématique à mémoire discrète* » يسمح بتعميم هذا النموذج في الحملات الغير ثابتة. يتم التحقق من صحة النماذج في حالة الحملات الثابتة و المتغيرة من خلال تجارب ثلاثية الأبعاد على الرمال و طريقة حساب عناصر النموذج المذكورة بالإضافة إلى دراسة حساسية هذا النموذج بالنسبة للعناصر المكونة لها.

تبين هذه الدراسة أنه ينبغي منح اهتمام للتصور الرقمي لسلوك التربة و إدماجه في قانون حساب العناصر المنتهية من أجل تحسين أساليب التصميم الهيكلي.

**كلمات مفتاحية:** سلوك المواد الحبيبية، حملات مستقرة، حملات متغيرة، تجارب ثلاثية الأبعاد، عناصر منتهية.

# Résumé et Mots clés

De nombreux travaux de recherches ont été consacrés, ces dernières années, à la formulation des modèles rhéologiques pour les géomatériaux. Ce travail constitue une contribution dans ce sens, dans lequel nous proposons un modèle simple destiné à la modélisation du comportement des matériaux granulaires sous chargements monotones et cycliques. Il comporte deux parties.

Dans la première partie, une synthèse bibliographique a été menée sur les modèles rhéologiques élastoplastiques existants, ainsi que sur les essais utilisés pour la validation de ces lois. Plusieurs remarques et conclusions ont été faites à partir de l'analyse de la formulation et la validation de telles lois élastoplastiques.

Dans la deuxième partie, et à partir d'un modèle simple de type Mohr- coulomb, on a développé un modèle élastoplastique de complexité croissante et permettent de prendre en compte des spécifications rhéologiques de la réponse des matériaux granulaires. L'introduction du concept de l'érouissage cinématique à mémoire discrète, a permis de généraliser le modèle aux chargements cycliques. Les versions monotone et cyclique du modèle ont été validées sur des essais triaxiaux sur les sables. Une méthode de détermination des paramètres du modèle est présentée et une étude de la sensibilité du modèle par rapport à ses paramètres a été effectuée.

Cette étude montre l'intérêt que devra être accordé à la simulation du comportement des sols, et l'intégration des modèles dans un code de calcul par éléments finis, dans le but d'améliorer les méthodes de dimensionnement des ouvrages.

**Mots clés :** comportement des matériaux granulaires, chargement monotone, chargement cyclique, essais triaxiaux, éléments finis.

# Abstract and Key words

In the last years several works were devoted on formulating rheologic models for geomaterials. This work constitutes a contribution in this direction, in which a simple constitutive model is proposed for granular materials under monotonic and cyclic loading. It is composed of two parts:

In the first part, a bibliographical synthesis is led for existing elastoplastic models and tests used in validation of these laws. Several remarks and conclusions are obtained from analysis of phenomena and validation for elastic- plastic laws.

In the second part, and from a simple model of Mohr- coulomb, we will develop a elastoplastic model of increasing complexity and helping to take into account the rheologies specifications of granular materials. The model is generalized to the cyclic loading bay the introduction of kinematics hardening. The monotonic and cyclic versions of the model are validated on triaxial tests for sands. A method for the determination of constitutive parameters is presented with a study of the sensibility of the model to its parameters.

This study shows the interest that should be bestowed for simulation soils behaviour, and its introduction in finite element programs.

**Key words:** behaviour for granular materials, monotonic loading, cyclic loading, triaxial tests, finite element.

# SOMMAIRE

<b>Sommaire</b> .....	i
<b>Liste des figures</b> .....	iv
<b>Liste des tableaux</b> .....	vii

---

---

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
------------------------------------	---

## **CHAPITRE I :**

### **ELÉMENTS DE BASE DANS LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES**

1. Généralités.....	4
1.1. Introduction.....	4
1.2. Notations.....	5
1.3. Notions de modules d'élasticité des sols.....	6
1.4. Notion de loi de comportement des sols.....	7
1.5. Comportement élastique.....	8
1.6. Comportement plastique.....	11
2. Lois de comportement élastique parfaitement plastique.....	16
2.1. Critère de Tresca.....	16
2.2. Critère de Von Mises.....	16
2.3. Critère de Mohr-Coulomb.....	17
2.4. Critère de Drucker-Prager.....	18
2.5. Critère parabolique.....	19
2.6. Application des lois élastiques parfaitement plastiques.....	20
3. Lois de comportement élastoplastique avec écrouissage.....	20
3.1. Construction du potentiel plastique.....	20
3.2. Construction de la surface de charge.....	21
3.2. Recherche de la forme de la surface de charge.....	22
3.3. Généralisation de la fonction de charge pour le cas de plusieurs mécanismes.....	25
4. modèles Développés pour simuler le comportement des matériaux granulaires.....	29
4.1. Résultats expérimentaux.....	29
4.2. Modèles de comportement.....	30
5. Conclusion.....	32

**CHAPITRE II :**

**LES ESSAIS UTILISÉS DANS LA MODÉLISATION DU  
COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES**

1. Les essais homogènes les plus utilisés dans la modélisation.....	34
1.1. Essais sur le sable d'Hostun.....	35
1.2. Essais de Yamada sur le sable de Fuji River.....	40
1.3. Essais du Workshop de Cleveland.....	41
1.4. Essais sur le sable de Toyoura (Japon).....	41
1.5. Essais sur le sable de Fontainebleau (France).....	41
1.6. Essais sur le sable de mer de Zemmouri (Algérie).....	42
2. Les essais non homogènes réalisés par les différents auteurs.....	43
2.1. Études expérimentales du comportement des fondations superficielles.....	43
2.2. Les essais sur pieux.....	48
3. Résultats expérimentaux.....	49
3.1. Aspects de Comportement des sables.....	49
3.2. Facteurs influant sur le comportement des sables.....	51
4. Conclusion.....	52

**CHAPITRE III :**

**DEVELOPPEMENT D'UN MODELE DE COMPORTEMENT POUR LES  
MATERIAUX GRANULAIRES SOUS CHARGEMENT MONOTONE**

1. Modèle classique de Mohr-Coulomb.....	54
1.1. Partie élastique.....	54
1.2. Critère de rupture.....	55
1.3. Potentiel plastique.....	56
1.4. Test du modèle sur les essais de Mohkam en compression drainée.....	56
1.4.1. Détermination des paramètres.....	56
1.4.2. Résultats de simulation.....	57
2. Version initiale du modèle.....	58
2.1. Elasticité non linéaire.....	58
2.2. Surface de charge.....	58
2.3. Règle d'écrouissage.....	59
2.4. Règle d'écoulement plastique.....	60
2.4.1. Etat caractéristique.....	60
2.4.2. Etat critique.....	61
2.5. Récapitulatif des équations du modèle.....	62
2.6. Test du modèle dans sa version initiale.....	62
3. Version finale du modèle (radoucissement).....	64
3.1. Adaptation du modèle.....	64
3.2. Test du modèle dans sa version finale.....	65



4. Détermination et effets des paramètres du modèle.....	67
4.1. Détermination des paramètres.....	67
4.1.1. Les paramètres élastiques.....	67
4.1.2. Paramètres liés au mécanisme déviatorique.....	68
4.2. Etude de l'influence des paramètres sur la réponse du modèle .....	71
4.2.1. Influence des paramètres élastiques.....	72
4.2.2. Influence des paramètres plastiques.....	73
4.3. Comparaison de l'effet des différents paramètres.....	77
5. Validation du modèle sur des essais à densité forte.....	79
6. Conclusion.....	80

**CHAPITRE IV :**

**GENERALISATION DU MODELE AU CAS  
DES CHARGEMENTS CYCLIQUES**

1. chargements non monotones et écrouissage.....	82
1.1. Chargements cycliques irrotationnels.....	82
1.2. Chargements cycliques rotationnelles.....	82
2. Principes de modélisation.....	82
2.1. L'existence d'un phénomène de mémoire discrète.....	82
2.2. L'importance du module plastique.....	83
3. Ecrouissage cinématique à mémoire discrète.....	84
3.1. Principe de la méthode.....	84
3.2. Formulation proposée.....	84
3.2.1. Le mécanisme déviatorique.....	84
3.2.2. Le mécanisme volumique.....	85
3.3. Détermination et effets des paramètres cycliques.....	85
3.4. Validation sur chemins cycliques.....	86
3.4.1. Simulation des essais drainés à déformation alternée.....	86
3.4.2. Simulation des essais drainés à déviateur alternée.....	90
4. Conclusion.....	94
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>95</b>
<b>Bibliographiques.....</b>	<b>97</b>
<b>Annexe A :</b>	
Calcul élastoplastique.....	101
<b>Annexe B:</b>	
Organigramme de calcul du modèle développé.....	105

# LISTE DES FIGURES

Figure I.1-	Passage du milieu discontinu au milieu continu.....	6
Figure I.2-	Courbe « contrainte-déformation » et définition des différents modules.....	7
Figure I.3-	Courbe contrainte – déformation.....	8
Figure I.4-	Loi de comportement élastique linéaire.....	9
Figure I.5-	Courbe chargement-déchargement.....	11
Figure I.6-	Surface de charge. Cas de charge (a) et de décharge (b).....	13
Figure I.7-	Ecrouissage isotrope. Essai cyclique limité en contrainte.....	13
Figure I.8-	Ecrouissage isotrope. Essai cyclique limité en déformation.....	13
Figure I.9-	Ecrouissage cinématique. Essai cyclique limité en contrainte.....	14
Figure I.10-	Ecrouissage cinématique. Essai cyclique limité en déformation.....	14
Figure I.11-	Ecrouissage mixte.....	14
Figure I.12-	Loi de comportement élastique parfaitement plastique (a) Loi de comportement élasto-plastique avec écrouissage (b).....	15
Figure I.13-	Représentation de critère de Tresca.....	16
Figure I.14-	Représentation de critère de Von Mises .....	17
Figure I.15-	Représentation de critère de Mohr-Coulomb.....	18
Figure I.16-	Représentation de critère de Drucker-Prager.....	18
Figure I.17-	Représentation de critère parabolique.....	19
Figure I.18-	Surfaces de rupture, de Lade(1973), Matsuoka et Nakai (1974) .....	22
Figure I.19-	Surface de rupture dans l'espace de contraintes.....	23
Figure I.20-	Chemins de contraintes pour la détermination expérimentale de la surface de charge (Porooshab et al., 1966) .....	24
Figure I.21-	Surface de charge proposée par Davis (1978).....	26
Figure I.22-	Traces de mécanisme plastique déviatorique(a) et un mécanisme plastique volumique(b) dans le plan (p,q).....	26
Figure I.23-	Lois élastoplastique avec un "cap" dans l'espace de contraintes principales (Chen et Baladi, 1985).....	27
Figure II.1-	Essais de compression drainée sur le sable lâche d'Hostun .....	35
Figure II.2-	Essais de compression non drainée sur le sable lâche d'Hostun.....	35
Figure II.3-	Essais d'extension drainée sur le sable lâche d'Hostun.....	36
Figure II.4-	Essais d'extension non drainée sur le sable lâche d'Hostun.....	36
Figure II.5-	Essais de compression drainée sur le sable dense d'Hostun.....	37
Figure II.6-	Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 100\text{KPa}$ ) Sept cycles après le chargement primaire.....	38
Figure II.7-	Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 400\text{KPa}$ ) Deux cycles après le chargement primaire.....	38
Figure II.8-	Essai drainé répété sur le sable dense d'Hostun ( $p_c = 200\text{KPa}$ ) (Thanapoulos, 1981).....	39
Figure II.9-	Essai drainé ondulé sur le sable dense d'Hostun ( $p_c = 200\text{KPa}$ )	

(Thanapolos 1981).....	39
Figure II.10-Chemins de contrainte dans le plan déviatorique (Yamada et Ishihara, 1979 ; 1981).....	40
Figure II.11-Essais triaxiaux sur le sable de Fontainebleau (Dano, 2001).....	42
Figure II.12-Essais de compression drainée sur le sable de Zemouri (Bekki, 1999).....	42
Figure II.13-Essais de compression non drainée sur le sable de Zemouri (Bekki, 1999).....	43
Figure II.14-Essais d'enfoncement de l'embase dans la chambre de calibration.....	45
Figure II.15-Chambre triaxiale de l'Ecole Centrale de Nantes.....	47
Figure II.16-Essais triaxiaux sur la configuration 1000mm de diamètre.....	48
Figure II.17-Comportement des sables sous cisaillement drainé.....	49
Figure II.18-Critère caractéristique.....	50
Figure II.19-Essais de compression drainée (Chehade, 1989).....	51
Figure II.20-Essais d'extension drainée (Chehade, 1989).....	51
Figure III.1-Critère de rupture de Mohr-Coulomb.....	55
Figure III.2- Test du modèle de Mohr-Coulomb sur les essais de calage des paramètres (Essais de Mohkam, 1983).....	57
Figure III.3- Surface de rupture - surface de charge- Gonflement homothétique de la surface de charge dans le cas d'un écoulement isotrope.....	59
Figure III.4- Fonction d'écrouissage.....	59
Figure III.5-Evolution de l'état de contraintes lors de l'essai triaxial.....	60
Figure III.6-Test du modèle de version initiale sur les essais de calage des paramètres.....	63
Figure III.7-Test du modèle de version finale sur les essais de calage des paramètres.....	65
Figure IV.8-Comparaison du modèle de Mohr-Coulomb, de la version initiale et de la version finale dans la simulation d'un essai triaxial (Essais de Mohkam, 1983).....	66
Figure III.9-Détermination du module d'Young à l'origine.....	68
Figure III.10-Détermination du coefficient de Poisson.....	68
Figure III.11-Détermination du paramètre $M_f$ .....	69
Figure III.12-Détermination du déviateur au changement de phase.....	70
Figure III.13-Détermination du paramètre $M_g$ .....	70
Figure III.14-Influence du paramètre $E_A$ .....	72
Figure III.15-Influence du coefficient de Poisson $\nu$ .....	73
Figure IV.16-Influence du paramètre $M_f$ .....	74
Figure III.17-Influence du paramètre $a$ .....	74
Figure III.18-Influence du paramètre $\mu$ .....	75
Figure III.19-Influence du paramètre $M_g$ .....	76
Figure III.20-Influence du paramètre $\alpha_g$ .....	76
Figure III.21-Influence du paramètre $R_0$ .....	77
Figure III.22-Essais triaxiaux en compression drainée sur le sable dense d'Hostun.....	79
Figure IV.1-Essai répété drainé: résistance finale (a) ; variation de volume (b).....	83
Figure IV.2-Illustration schématique du principe de l'approche de l'écrouissage cinématique à mémoire discrète.....	84
Figure IV.3- Influence du paramètre cyclique b.....	86
Figure IV.4-Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 100\text{KPa}$ ) (Mohkam 1983) un cycle après le chargement primaire.....	87

Figure IV.5-Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c=100KPa$ ) (Mohkam 1983) sept cycles après le chargement primaire.....	88
Figure IV. 6-Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c=400KPa$ ) (Mohkam 1983) deux cycles après le chargement primaire.....	89
Figure IV. 7-Essais drainés triaxiaux Thanopoulos ,1981) utilisés pour l'identification des paramètres du modèle sur le sable dense d'Hostun.....	90
Figure IV.8-Expérience (d'après Thanopoulos, 1981).....	91
Figure IV.9-Essai 200 cycles drainés répétés ( $(q_+ = 400KPa, q_- = 0KPa)$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $q_c = 200KPa$ ) (Thanopoulos, 1981).....	92
Figure IV.10-Essai dix cycles drainés répétés ( $(q_+ = 400KPa, q_- = 0KPa)$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $q_c = 200KPa$ ) (Thanopoulos, 1981).....	92
Figure IV.11-Essai drainé ondulé ( $(q_+ = 600KPa, q_- = 200KPa)$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $q_c = 200KPa$ ) (Thanopoulos, 1981).....	93
Figure A.1- Notion de charge et de décharge (Critère de Mohr-Coulomb).....	102

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 : Classification des lois de comportement des sols.....	8
Tableau I.2 : Relations entre constants élastiques.....	10
Tableau II.1 : Les différents types d'expérimentations et leurs principales caractéristiques...	43
Tableau III.1 : Jeu de paramètres du modèle classique de Mohr-Coulomb.....	56
Tableau III.2 : Jeu de paramètres du modèle dans sa version initiale.....	62
Tableau III.3 : Jeu de paramètres du modèle dans sa version finale.....	65
Tableau III.4 : Pourcentage de perturbation de paramètres.....	72
Tableau III. 5 : Comparaison des effets des paramètres.....	78
Tableau III. 6 : Jeu de paramètres pour la densité forte.....	79
Tableau IV.1 : Jeu de paramètres pour les essais de Mohkam.....	86
Tableau IV.2 : Jeu de paramètres pour les essais de Thanopoulos.....	90

# INTRODUCTION GENERALE

Il y a encore quelques décennies, Le comportement des matériaux granulaires fait l'objet de nombreuses recherches théoriques et expérimentales à travers le monde. Ces recherches visent à fournir aux projeteurs et constructeurs des règles et normes communes pour le calcul des fondations et des ouvrages en terre.

Les recherches expérimentales fournissent des données expérimentales sur les propriétés mécaniques de déformabilité et de résistance des sols et simulent leur comportement suivant divers chemins de contraintes ou de déformations sous l'action des charges comparables à celles qui doivent l'être réellement sous l'action des ouvrages. L'appareil triaxial est de loin le plus utilisé (dans le domaine de la recherche) pour étudier les caractéristiques de cisaillement et de rupture des sables aussi bien denses que lâches. Le succès de l'essai triaxial, comme celui des autres essais de laboratoire (oedomètre, boîte de Casagrande, etc.), tient au fait qu'il s'effectue sur des éprouvettes de petites tailles auxquelles les principes de la mécanique des milieux continus peuvent bien s'appliquer avec une bonne définition des conditions aux limites spatiales et un contrôle strict des conditions de drainage.

Toutefois, comme les études expérimentales sont souvent lentes et coûteuses et les procédures d'essais correspondantes généralement complexes, les chercheurs font de plus en plus appel aux modélisations numériques. Les progrès récents réalisés dans les domaines de l'informatique et du calcul numérique ont permis de mettre au point des outils numériques de calcul (programme de simulation d'essais et codes de calcul en éléments finis ou en différences finies des ouvrages géotechniques) qui intègrent dans leurs structures divers modèles de comportement capables de décrire assez correctement la réponse des sols aux sollicitations qui leur sont appliquées. Des modèles de comportement, reposant sur des approches élastiques non linéaires ou élastoplastiques, permettent de simuler de manière satisfaisante le comportement des matériaux granulaires (modèles adaptés aux sables), mais leur fiabilité dépend surtout de la méthode de détermination de leurs paramètres mécaniques et leur performance de la méthode adoptée et les convergences fixés.

Le travail qui suit constitue une contribution dans ce sens, dans lequel on a développé un modèle élastoplastique du comportement des matériaux granulaires sous chargements monotones et cycliques, et sa validation sur des essais triaxiaux que ceux utilisés pour sa formulation. Le présent travail comporte quatre chapitres:

- le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique sur les éléments de base ayant conduit à la formulation des modèles rhéologiques, et par la suite nous présentons les modèles existants pour guider le choix de la représentation du comportement des matériaux granulaires sous chargement monotones et cycliques.

- Le deuxième chapitre expose les différents essais expérimentaux utilisés par les chercheurs pour la validation des modèles rhéologiques sur des chemins homogènes, ainsi que sur des chemins non homogènes ou ce qu'on appelle expérimentations sur ouvrages types.
- Le troisième chapitre concerne le développement d'un modèle de comportement rhéologique pour les matériaux granulaires sous chargement monotone. A partir d'un modèle simple de type Mohr- coulomb, on construit par étapes une loi de comportement de complexité croissante, jusqu'à la prise en compte des spécifications rhéologiques de la réponse de ces matériaux. La version initiale du modèle comprend un critère de type Mohr- coulomb avec écrouissage isotrope et l'élasticité non linéaire. Dans la version finale, on introduit l'élasticité non linéaire, puis on ajoute un terme radoucissant pour reproduire le pic de contraintes observé sur une grande partie des courbes expérimentales (déviateur de contraintes- déformation axiale). Une méthode de détermination des paramètres du modèle et une étude détaillée de l'influence de chacun d'eux sur la réponse du modèle seront présentés.
- Dans le quatrième chapitre, l'introduction du concept de l'écrouissage cinématique à mémoire discrète, a permis de généraliser le modèle aux chargements cycliques, on présente la démarche de notre modélisation du comportement des matériaux granulaires sous chargements cycliques. Pour la validation du modèle, on utilise les résultats d'essais triaxiaux à quelques cycles avec une analyse fine de la forme des cycles et sur des essais à grand nombre de cycles (200 cycles).

Cette simulation conduit à suggérer des perspectives quant au développement d'un modèle théorique, son intégration dans un code de calcul par éléments finis et sa validation sur ouvrages types (fondations, pieux,.....).

# CHAPITRE I

## ELÉMENTS DE BASE DANS LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES

*Dans le premier chapitre de ce travail nous présentons une synthèse bibliographique, Cette étude s'appuie tout d'abord sur des sources d'informations à vocation générale, puis nous reporterons aux références spécialisées dans le domaine de la mécanique des sols.*

*En premier lieu, la modélisation du comportement mécanique des matériaux granulaires introduit les concepts de la rhéologie des géomatériaux. Nous détaillons les lois de comportement de la modélisation par la suite nous présentons les modèles existants pour guider le choix de la représentation du comportement des matériaux granulaires.*



## 1. GENERALITES

### 1.1. Introduction :

Dans toute étude géotechnique, la modélisation est une étape décisive qui conditionne la qualité des analyses de diagnostic ou de prévision du comportement des sols et des ouvrages. Une loi n'est pas seulement une série d'équations représentant le comportement physique ou mécanique du sol, c'est aussi une représentation géométrique de l'espace, qui délimite les couches ou volumes occupés par chaque matériau (sol, roche, eau, béton, métal, etc.) et précise la place des conditions aux limites et des interfaces, avec leurs conditions de contact.

Les lois de comportements (modèles rhéologiques) utilisés dans les études de mécanique des sols sont très diverses et le développement de ces lois s'appuie à la fois sur les schémas théoriques de la mécanique des milieux continus (élasticité, plasticité, viscosité et leurs combinaisons) et sur les résultats d'études expérimentales en laboratoire et en place. Suivant l'influence dominante, on peut ainsi obtenir soit des lois très complexes, qui cherchent à reproduire les moindres fluctuations des courbes expérimentales, soit des modèles plus simples qui se limitent à la représentation des aspects essentiels du comportement des sols réels.

Elaborer un modèle de comportement pour un matériau consiste à construire une relation fonctionnelle permettant d'exprimer les efforts intérieurs, représentés par les contraintes, en fonction de grandeurs cinématiques décrivant la déformation du milieu étudié. Le comportement d'un matériau est complètement caractérisé lorsque l'on peut prévoir l'état des contraintes lorsque l'on connaît l'histoire des déformations.

Une bonne loi doit admettre une forme suffisamment simple pour être utilisable par une autre personne que son auteur et une forme adaptée à son introduction dans un code de calcul numérique. De plus, la loi doit comporter un nombre restreint de paramètres, ces paramètres devant être facilement identifiables sur des essais en laboratoire.

Parmi les types de comportement qui peuvent caractériser la réponse du sol aux différentes sollicitations mécaniques, nous détaillons les comportements élastiques et élastoplastiques que nous avons mis en œuvre dans le cadre de ce travail.

## 1.2. Notations :

On définit ici les notations couramment utilisées dans la formulation des modèles rhéologiques. On applique la convention de la mécanique des sols : les contraintes en compression sont comptées positivement.

La recherche des contraintes principales du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  (symétrique, donc diagonalisable) conduit à poser l'équation suivante :

$$\det(\sigma_{ij} - X\delta_{ij}) = 0 \quad (\text{I.1})$$

Où  $\delta_{ij}$  représente le symbole de Kronecker.

L'équation (I.1) revient à chercher les racines d'un polynôme du troisième degré en X que l'on met sous la forme :

$$X^3 - I_1X^2 + I_2X - I_3 = 0 \quad (\text{I.2})$$

Les coefficients de ce polynôme sont indépendants du repère choisi et constituent les invariants du tenseur des contraintes. Les contraintes principales du tenseur des contraintes sont notées  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  ; elles sont telles que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . Les trois invariants des contraintes se calculent alors de la façon suivante :

$$I_1 = \text{tr}(\sigma_{ij}) = \sigma_{kk} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (\text{I.3})$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[ (\text{tr}(\sigma_{ij}))^2 - \text{tr}(\sigma_{ij}^2) \right] = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \quad (\text{I.4})$$

$$I_3 = \det(\sigma_{ij}) = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (\text{I.5})$$

Les fonctions  $\text{tr}(\sigma_{ij})$  et  $\det(\sigma_{ij})$  désignent respectivement la trace et le déterminant du tenseur  $\sigma_{ij}$ .

Il est courant en mécanique d'utiliser d'autres invariants, définis de la manière suivante : on décompose le tenseur symétrique des contraintes en un tenseur des contraintes sphériques ou hydrostatiques  $p\delta_{ij}$  et un tenseur des contraintes déviatoriques  $s_{ij}$  :

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + s_{ij} \quad (\text{I.6})$$

Où p est la contrainte moyenne ou pression moyenne, ou encore contrainte sphérique.

$$p = \frac{\text{tr}(\sigma_{ij})}{3} = \frac{I_1}{3} \quad (\text{I.7})$$

À l'image des invariants du tenseur des contraintes, on peut définir des invariants du tenseur des contraintes déviatoriques (par construction de  $s_{ij}$ ,  $\text{tr}(s_{ij}) = 0$ , Le premier invariant du tenseur des contraintes déviatoriques est nul) :

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij}s_{ij} = \frac{1}{2} \text{tr}(s_{ij}^2) = \frac{1}{3} I_2^2 - I_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \quad (\text{I.8})$$

$$J_3 = \det(s_{ij}) \quad (\text{I.9})$$

On peut décomposer de façon analogue le tenseur des déformations  $\varepsilon_{ij}$  en une partie isotrope  $\frac{1}{3}\varepsilon_v\delta_{ij}$  et une partie déviatorique  $e_{ij}$  :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3}\varepsilon_v\delta_{ij} + e_{ij} \quad (\text{I.10})$$

Où  $\varepsilon_V$  est la déformation volumique et  $e_{ij}$  le tenseur des déformations déviatoriques.

Les invariants du tenseur des déformations, ainsi que les invariants du tenseur des déformations déviatoriques, se calculent de façon identique aux invariants des tenseurs des contraintes et des contraintes déviatoriques.

La déformation volumique  $\varepsilon_V$  correspond au premier invariant du tenseur des déformations :

$$\varepsilon_V = tr(\varepsilon_{ij}) = \varepsilon_{kk} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (I.11)$$

Dans la description des lois de comportement, on utilise également les invariants suivants :

La contrainte déviatorique :

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (I.12)$$

La déformation déviatorique :

$$\varepsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij}} = \sqrt{\frac{2}{9} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]} \quad (I.13)$$

### 1.3. Notions de modules d'élasticité des sols

La phase solide considérée par le mécanicien des sols est composée d'un squelette à texture variée au comportement physico-chimique complexe. Discontinue par nature, elle est assimilée à un milieu continu pour pouvoir appliquer les concepts classiques de la mécanique des milieux continus : les contraintes et les déformations (Figure I.1).

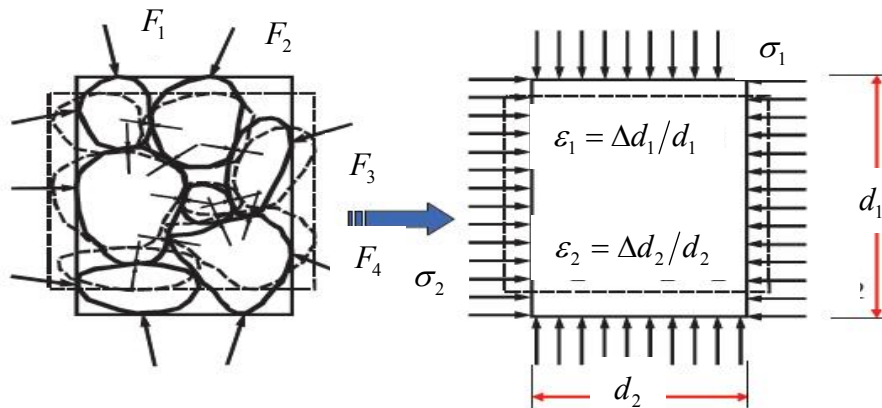


Figure I.1- Passage du milieu discontinu au milieu continu [6]

Dans l'étude du comportement élastique des matériaux, le terme « module de déformation » est introduit pour exprimer le rapport entre la contrainte et la déformation. Le module de déformation est donc relié à l'effort nécessaire pour obtenir une déformation unitaire.

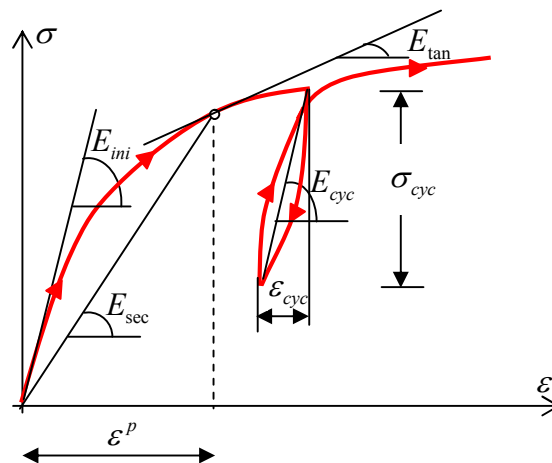
Représenté par la lettre E, le module d'élasticité ou module d'Young, du nom du physicien britannique Thomas Young qui avait remarqué au début du 19<sup>ème</sup> siècle sa constance, est le rapport entre la contrainte axiale et la déformation axiale.

Si le comportement du matériau est élastique linéaire, le module est la pente de la courbe « contrainte-déformation » (Figure I.2), dans le cas contraire, la pente de cette courbe varie au cours du chargement et alors le module n'est plus constant.

Lorsque les déformations sont encore très faibles, normalement inférieures à 0,01% pour le sol, le module est quasiment indépendant du niveau de déformation. Le module déterminé dans cette plage de déformation est communément appelé « module initial » ( $E_{ini}$ ). Dans la pratique, cette définition est subjective du fait du degré de précision de l'appareillage utilisé.

La détermination se fait souvent via des techniques intermédiaires en mesurant la vitesse de propagation d'une onde émise par des éléments piézo-électriques dans le sol ou en déterminant la fréquence résonante grâce à la mise en vibration d'une éprouvette cylindrique.

Puisque le module décroît avec l'augmentation du niveau de déformation, le module initial est également appelé « module maximal ». La partie monotone de la courbe contrainte-déformation est décrite par un module « sécant » ( $E_{sec}$ ) défini par la pente de la droite reliant l'origine au point actuel et un module « tangent » ( $E_{tan}$ ) déterminé par la pente de la courbe dans un voisinage du point. Lors de la réalisation d'un cycle de déchargement-rechargement, le module ( $E_{cyc}$ ) est déterminé par la pente de la droite reliant les deux points d'inversion (Figure 1-2).



**Figure I.2-** Courbe « contrainte-déformation » et définition des différents modules

#### 1.4. Notion de loi de comportement des sols

Le comportement du sol est représenté par une loi qui l'assimile à un milieu continu. Cette loi souvent appelée « loi de comportement » décrit la relation entre les contraintes et les déformations provoquées par ces contraintes. Elle traduit, lorsqu'on passe d'un matériau à un autre, les différences de comportement constatées expérimentalement sous l'effet d'actions extérieures.

Dans le cas général de sollicitations tridimensionnelles, la loi de comportement, ou plus précisément loi rhéologique, est une relation liant le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  et le tenseur des déformations  $\varepsilon_{ij}$  en considérant par ailleurs la vitesse de sollicitation et la température. La loi rhéologique s'écrit alors symboliquement de la manière suivante :

$$R(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, \frac{d\sigma_{ij}}{dt}, \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt}, T, \dots) = 0 \quad (I.14)$$

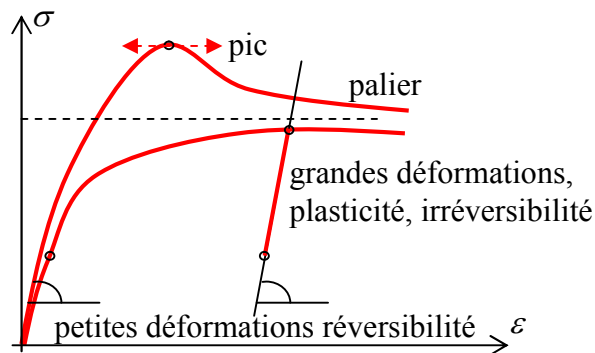
L'étude de la loi de comportement est basée d'une part sur l'analyse des résultats expérimentaux et d'autre part sur l'emploi des mécanismes physiques. Les résultats expérimentaux peuvent être obtenus à partir d'essais en laboratoire et in situ avec des protocoles de réalisation standardisés. L'expérience nous donne en principe les courbes de contraintes – déformations qui représentent les relations empiriques constituant les lois de comportement.

On peut distinguer, d'après les rhéologues, différents types de lois de comportement selon la caractéristique de déformation. Le tableau I.1 présente une classification simple des types de lois de comportement des sols :

**Tableau I.1** : Classification des lois de comportement des sols [6]

Déformation	Réversible	Irréversible
Linéaire	Comportement élastique (très petite déformation)	
Non linéaire	Comportement élastique (petite déformation)	Comportement plastique, visqueux ou leur combinaison (viscoélasticité, élasto-plasticité, viscoplasticité, etc.)

Pour de nombreux matériaux, on observe que la courbe  $(\sigma, \varepsilon)$  présente deux parties distinctes : une partie linéaire correspondant à un comportement réversible du matériau (élasticité) et une partie non linéaire correspondant à un comportement irréversible à partir de la limite élastique (Figure I-3).



**Figure I.3-** Courbe contrainte - déformation

### 1.5. Comportement élastique :

Le comportement élastique est caractérisé par la réversibilité des déformations dans un cycle de chargement-déchargement. Dans ce cas, lors d'un essai, la courbe contraintes–déformations est la même lors du chargement et du déchargement. D'une manière générale, le comportement est dit élastique lorsque l'histoire du chargement n'intervient pas et qu'un état de contraintes correspond à un état de déformations et un seul [37].

Selon la relation contraintes-déformations, on distingue deux types : comportement élastique linéaire et comportement élastique non linéaire.

### 1.5.1. Élasticité linéaire isotrope (loi de Hooke) :

Le comportement élastique est dit « linéaire » si le tenseur des déformations est proportionnel au tenseur des contraintes au cours des sollicitations. Robert Hooke publia la loi portant son nom en 1678 dans DE POTENTIA RESTITIVA [37] qui décrit ce type de comportement. Selon R. Hooke, le comportement élastique linéaire est caractérisé par deux paramètres : un module d'élasticité axial de Young  $E$  dans le cas d'un essai de compression ou traction simple, ou par le module de cisaillement  $G$  pour un essai de cisaillement simple (Figure I-4).

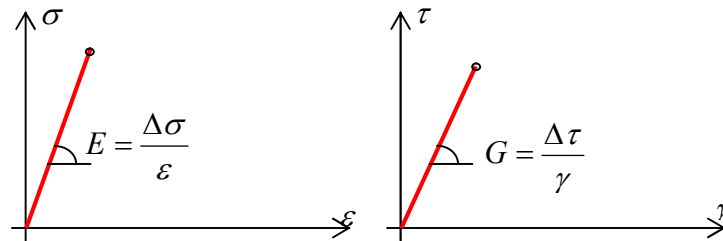


Figure I.4- Loi de comportement élastique linéaire

Les relations gouvernant l'élasticité linéaire sont les suivantes (cas tridimensionnel) :

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda tr(\varepsilon_{kl})\delta_{ij} \quad (I.15)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}tr(\sigma_{kl})\delta_{ij} \quad (I.16)$$

Où  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $\lambda$  et  $\mu$  les coefficients de Lamé,  $\delta_{ij}$  symbole de Kronecker ( $\delta_{ij}=1$ ,  $\delta_{ij}=0$ , si  $i \neq j$ ).

La stabilité du matériau impose les conditions suivantes sur les paramètres  $E$  et  $\nu$

$$E > 0 \quad -1 \leq \nu \leq 0.5 \quad (I.17)$$

Dans la pratique, le coefficient de Poisson  $\nu$  est positif pour un sol.

Les équations I.15 et I.16 peuvent également s'exprimer en fonction du module de cisaillement  $G$  et du module de compression  $K$ .

Les relations entre les différents paramètres utilisés pour représenter l'élasticité linéaire isotrope sont résumées dans le tableau I.2.

**Tableau I.2** : Relations entre constants élastiques [30]

		Paramètres				
		Module de cisaillement	Module d'Young	Module de compression	Coefficient de Poisson	Paramètre de Lamé
Couples de paramètres	$G, E$	$G$	$E$	$\frac{GE}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$	$\frac{G(E - 2G)}{3G - E}$
	$G, K$	$G$	$\frac{9GK}{3K + G}$	$K$	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$	$K - \frac{2G}{3}$
	$G, \lambda$	$G$	$\frac{G(3\lambda + 2G)}{\lambda + G}$	$\lambda + \frac{2G}{3}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda + G)}$	$\lambda$
	$G, \nu$	$G$	$2G(1 + \nu)$	$\frac{2G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$	$\frac{2G\nu}{1 - 2\nu}$
	$E, K$	$\frac{3KE}{9K - E}$	$E$	$K$	$\frac{3K - E}{6K}$	$\frac{K(9K - 3E)}{9K - E}$
	$E, \nu$	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	$E$	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$	$\frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$
	$K, \lambda$	$\frac{3(K - \lambda)}{2}$	$\frac{9K(K - \lambda)}{3K - \lambda}$	$K$	$\frac{\lambda}{3K - \lambda}$	$\lambda$
	$K, \nu$	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	$K$	$\nu$	$\frac{3K\nu}{1 + \nu}$

### 1.5.2. Élasticité non linéaire des sols

Le comportement est dit élastique non-linéaire si la déformation est réversible et le tenseur de déformations n'est pas proportionnel au tenseur de contraintes au cours du chargement. La première loi élastique non linéaire a été introduite par Leibniz en 1960 pour interpréter les résultats expérimentaux de Bernoulli sur la traction d'une corde de boyau [2].

Dans le cas des sols, les essais montrent que la courbe efforts-déformations devient rapidement non-linéaire, le rapport de contrainte sur déformation n'est plus constant, il dépend fortement du niveau de déformation, de la contrainte de confinement et des caractéristiques du sol. Pour mieux comprendre ce comportement, il est nécessaire d'étudier les modules d'élasticité et leurs dépendances aux sollicitations externes et aux caractéristiques internes des sols.

### 1.5.3. Facteurs influençant les modules d'élasticité

Le module de déformation est la pente de la courbe contrainte-déformation, cette pente varie au cours de chargement. Cette variation caractérise le comportement non linéaire du matériau. De plus, les études expérimentales de laboratoire sur différents sols ont montré que le module de déformation dépend de nombreux facteurs [7]. On peut distinguer en général trois types de facteurs qui jouent un rôle déterminant sur la variation des modules :

- 1) Caractéristiques du matériau, ce facteur comprend
  - le type de matériau : sable, kaolinite, limon

- l'indice des vides ou densité
- la teneur en eau
- la granulométrie des sols
- la mode de préparation des éprouvettes et du remaniement
- etc.

2) Pression de confinement.

3) Niveau de cisaillement ou niveau de déformation.

Le comportement élastique linéaire présente l'avantage de la simplicité et a été adopté par les nombreux modélisateurs. Le comportement élastique isotrope non linéaire est plus complexe mais il semble être capable de mieux décrire le comportement des sols. La plupart des formules exprimant la variation des modules d'élasticité en fonction des facteurs significatifs ont été élaborées à partir des courbes expérimentales avec une approche mathématique. La détermination des paramètres de calage est arbitraire et donne matière à discussion encore aujourd'hui. Ces comportements permettent d'établir de nombreuses solutions théoriques des problèmes de mécanique des sols.

### 1.6. Comportement plastique

D'après les essais réalisés sur des matériaux, lorsque la sollicitation dépasse un certain seuil, des déformations irréversibles ou plastiques apparaissent et la courbe chargement-déchargement (au cours d'un cycle) est différente de la courbe de chargement initial (Figure I.5).

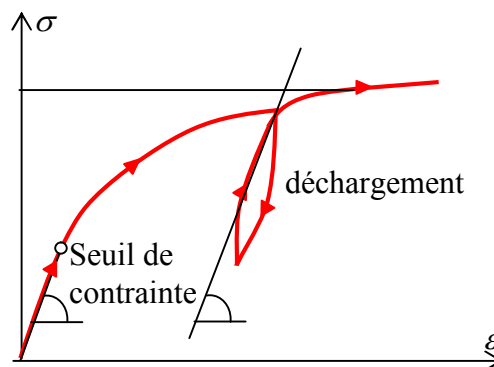


Figure I.5- courbe chargement-déchargement

Historiquement, l'existence de déformations plastiques ou permanentes a été mise en évidence par Coulomb, qui publia en 1784 un mémoire intitulé Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et sur l'élasticité des fils de métal [37]. Ce type de comportement macroscopique est caractéristique de la plupart des matériaux (métaux, bétons, sols et roches). Au niveau microscopique, l'origine des déformations permanentes dépend du matériau. Dans le cas des sols, celles-ci proviennent de la modification de l'assemblage des grains ou des particules solides.

L'introduction du terme « déformation plastique » nécessite celui de la détermination d'un seuil de contrainte ( $\sigma^{seuil}$ ) à partir duquel les déformations irréversibles apparaissent.

La théorie de l'élastoplasticité tente de décrire le comportement non linéaire et irréversible des matériaux. L'existence d'un palier d'écoulement sur la courbe contrainte-



déformation et l'existence de déformations irréversibles suggère l'application du schéma de l'élastoplasticité aux sols. De plus, le schéma élastoplastique reste relativement simple et se prête bien à la programmation dans les logiciels de calcul (éléments finis ou différences finies).

Cette partie vise à présenter les notions fondamentales de la théorie de l'élastoplasticité qui sont, pour un modèle élastoplastique à un seul mécanisme :

La partition des déformations, qui décompose le tenseur des déformations totales ( $\varepsilon_{ij}$ ) en la somme du tenseur des déformations élastiques et du tenseur des déformations plastiques,

La surface de charge, qui définit le seuil de contrainte au-delà duquel le comportement du matériau est irréversible,

L'écrouissage, qui permet de faire évoluer la surface de charge dans l'espace des contraintes et donc le domaine d'élasticité,

La règle d'écoulement plastique, qui décrit l'évolution des déformations plastiques.

### 1.6.1. Partition des déformations

La plasticité est caractérisée par la présence de déformations irréversibles en déchargement. Les déformations se décomposent en une partie élastique et une partie plastique. Sous forme incrémentale on a :

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (I.18)$$

Avec

$d\varepsilon_{ij}^e$  : Incrément de déformation élastique

$d\varepsilon_{ij}^p$  : Incrément de déformation plastique

### 1.6.2. Notion de surface de charge

Au cours de la sollicitation, le sol subit des déformations plastiques (ou permanentes). Les observations expérimentales montrent cependant qu'il existe un domaine dans l'espace des contraintes à l'intérieur duquel le comportement des sols est élastique. Pour une sollicitation quelconque, ce domaine d'élasticité est délimité dans l'espace des contraintes par une surface  $F(\sigma_{ij})$  appelée surface de charge. La condition  $F(\sigma_{ij}) = 0$  est appelée critère de plasticité. Lorsqu'elle est vérifiée, le point représentatif de l'état de contrainte est situé sur la surface de charge et le comportement du matériau dépend de la direction de l'incrément de contrainte. La fonction de charge est donc une fonction scalaire du tenseur des contraintes telle que :

- lorsque  $F(\sigma_{ij}) < 0$ , on est à l'intérieur du domaine élastique, les déformations sont réversibles,
- lorsque  $F(\sigma_{ij}) = 0$ , on est à la frontière du domaine, et des déformations plastiques peuvent alors avoir lieu, à condition que  $\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$ , on est alors dans le cas du chargement,
- $F(\sigma_{ij}) > 0$  est impossible à atteindre.

La figure (I.6) illustre la notion de surface de charge, de chargement et de déchargement dans le plan déviatorique.

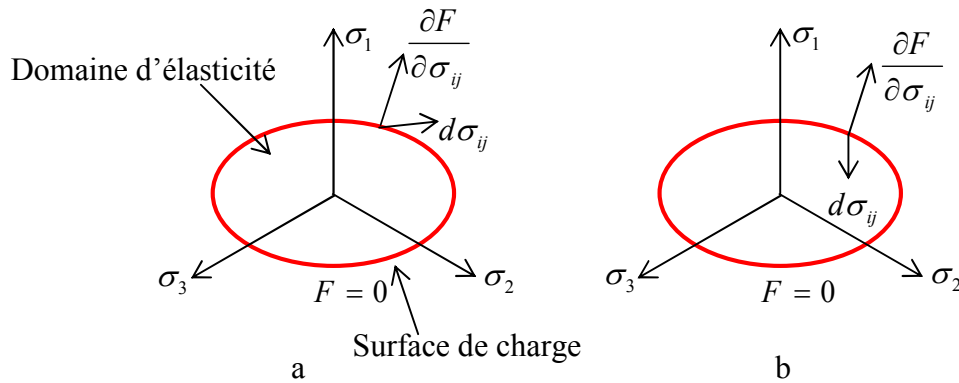


Figure I.6 – Surface de charge. Cas de charge (a) et de décharge (b)

### 1.6.3. Notion d'écroutissage

Un écroutissage correspond à une modification du seuil d'élasticité au cours de la sollicitation. Le domaine d'élasticité d'un matériau dépend de son état d'écroutissage. La loi d'écroutissage précise la modification de la surface de charge au cours de la déformation plastique. Les principales théories reliées au phénomène d'écroutissage sont les suivantes:

- **La théorie de l'écroutissage isotrope** de Taylor & Quinney (1931) [46] qui admet que dans le domaine élastique intérieur au critère de plasticité se transforme par homothétie de centre O pendant l'écroutissage. Comme exemple nous proposons un essai triaxial drainé cyclique (Figure I.7). Dans le cas d'une limitation en déformation, on trouve le comportement de type accommodation, c'est à dire une stabilisation de la relation contrainte-déformation (Figure I.8). Dans le cas d'une limitation en contrainte (Figure I.7), l'essai conduit à une adaptation, le comportement de matériau reste purement élastique après le premier déchargement.

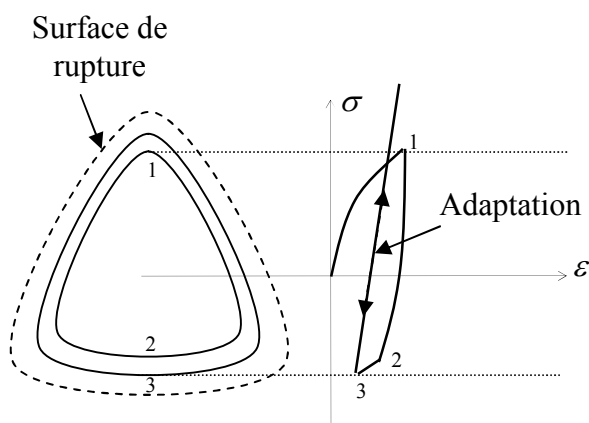


Figure I.7- Ecroutissage isotrope. Essai cyclique limité en contrainte (D'après Dubujet [1992]) [16]

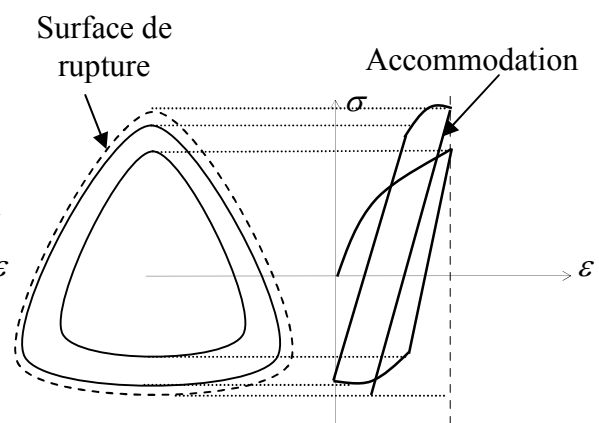
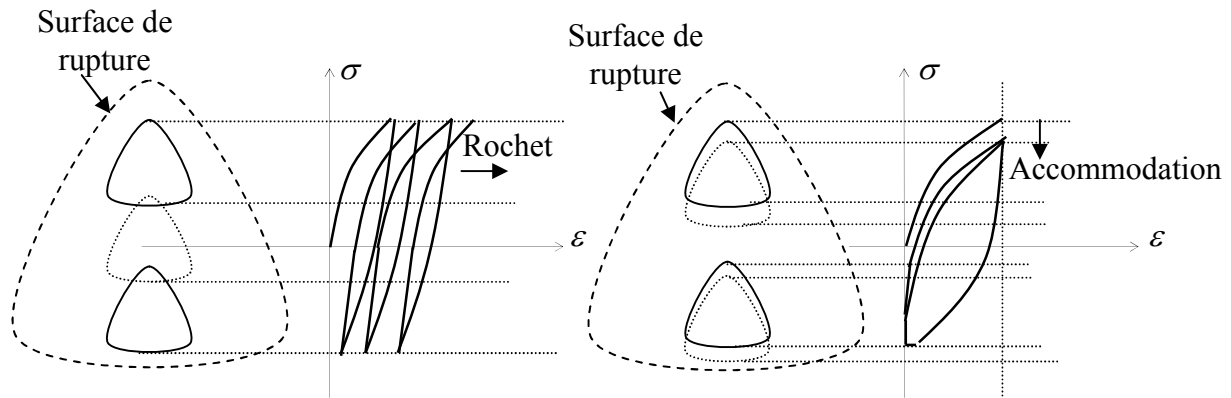


Figure I.8- Ecroutissage isotrope. Essai cyclique limité en déformation (D'après Dubujet [1992]) [16]

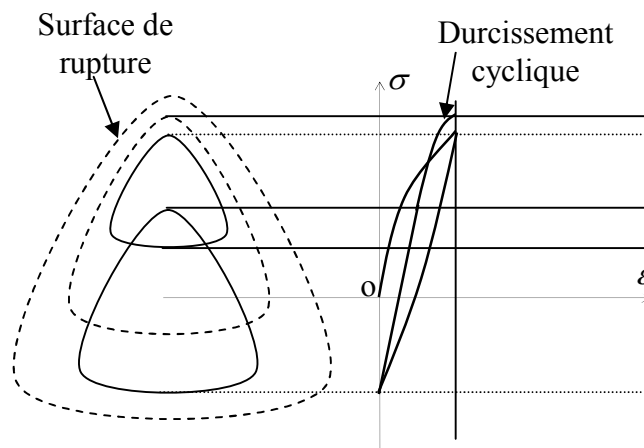
- **La théorie de l'écroutissage cinématique** de Prager (1955) [42] qui propose que le domaine élastique se déplace dans l'espace des contraintes. L'écroutissage cinématique est non linéaire. Ce type d'écroutissage est capable de décrire l'effet de rochet pour un essai limité en contrainte (FigureI.9). On observe la répétition des cycles le long de l'axe des déformations. Il existe cependant un rapport  $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$  permettant d'obtenir l'accommodation. Pour un essai limité en déformation l'accommodation est observée (FigureI.10).



**FigureI.9-** Ecroutissage cinématique.  
Essai cyclique limité en contrainte  
(Dubujet [1992]) [16]

**FigureI.10-** Ecroutissage cinématique.  
Essai cyclique limité en déformation  
(Dubujet [1992]) [16]

- **La théorie de l'écroutissage mixte.** La superposition d'un écroutissage isotrope (FigureI.11) et d'un écroutissage cyclique non-linéaire permet de décrire le durcissement cyclique. Par contre l'écroutissage mixte ne peut décrire le durcissement que pour une seule stabilisation. A partir du moment où l'écroutissage isotrope a atteint sa valeur asymptotique, le modèle se réduit à un écroutissage cinématique.



**FigureI.11-** Ecroutissage mixte. (Dubujet [1992]) [16]

Dans la formulation d'un modèle de comportement, l'écroutissage est pris en compte par le biais d'un paramètre d'écroutissage introduit dans l'expression de la surface de charge. L'écroutissage isotrope nécessite un paramètre d'écroutissage scalaire alors que l'écroutissage cinématique nécessite un paramètre d'écroutissage de nature tensorielle.

### 1.6.4. Notion de règle d'écoulement plastique

Soit  $\sigma_{ij}$  un état de contraintes correspondant à une étape de chargement donné. Si cet état est tel que  $F(\sigma_{ij}) < 0$ ,  $\sigma_{ij}$  est à l'intérieur du domaine d'élasticité actuel, donc la variation de déformation est purement élastique:  $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e$ .

Si cet état est tel que  $F(\sigma_{ij}) = 0$ ,  $\sigma_{ij}$  se trouve sur la frontière du domaine. Pour décrire dans ce cas le comportement, il convient de distinguer selon que le point matériel est en chargement ou en déchargement. Si le sol est en déchargement, la variation de déformation est purement élastique:  $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e$ , et si le sol est en chargement, la variation de déformation comprend en plus la composante plastique  $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p$ .

La règle d'écoulement plastique a pour objet d'exprimer  $d\varepsilon_{ij}^p$  en fonction de  $\sigma_{ij}$  et  $d\sigma_{ij}$ .

Le principe du travail plastique maximal (Hill, 1950) [45] permet de qualifier la règle d'écoulement. Ainsi, en un point régulier de la frontière d'élasticité, la déformation plastique est de la forme :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (I.19)$$

Où  $\dot{\lambda}$  est un scalaire appelé multiplicateur plastique ( $\dot{\lambda} \geq 0$ ).

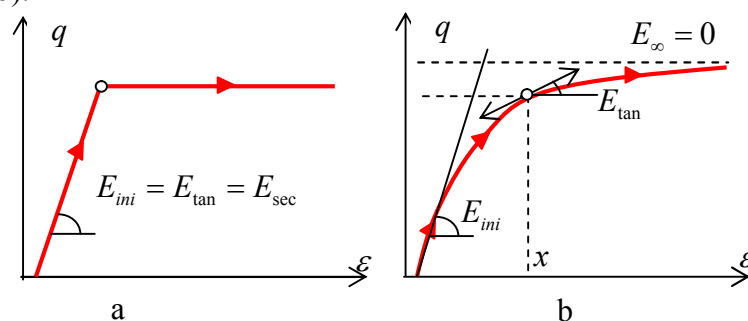
Toutes les vitesses de déformation possibles sont alors coaxiales à la normale extérieure à la frontière et ne dépendent que du scalaire  $\dot{\lambda}$ , non nul si et seulement si le point matériel est en état de chargement. L'expérience montre que, dans le cas des sols, les vitesses de déformation ne sont pas bien décrites par le principe du travail maximal. On est alors amené à introduire et à écrire la règle d'écoulement sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (I.20)$$

Où  $g$  est une fonction du tenseur des contraintes appelée potentiel plastique. La règle d'écoulement est alors dite non associée.

Deux types de lois de comportement élastoplastiques ont été proposés :

- loi élastique parfaitement plastique (par exemple loi élastoplastique avec critère de Mohr- Coulomb) (Figure I.12a),
- loi élastoplastique avec écrouissage qui tend vers la plasticité parfaite à la rupture (Figure I.12b).



**Figure I.12** - Loi de comportement élastique parfaitement plastique (a).  
Loi de comportement élastoplastique avec écrouissage (b).

## 2. LOIS DE COMPORTEMENT ELASTIQUE PARFAITEMENT PLASTIQUE

Dans le modèle élastique parfaitement plastique la fonction de charge est confondue avec le critère de rupture. A l'intérieur de la surface de rupture ( $F < 0$ ), le comportement du matériau est supposé élastique linéaire isotrope ou anisotrope. Sur la surface de charge ( $F = 0$ ), le comportement est considéré comme parfaitement plastique.

Il existe plusieurs critères de rupture, qui ont été proposés, initialement développés pour les métaux et ont été utilisés pour les sols. A partir de ces critères il est possible de construire une loi de comportement élastique parfaitement plastique. Nous présentons les critères de rupture les plus utilisés en Génie Civil.

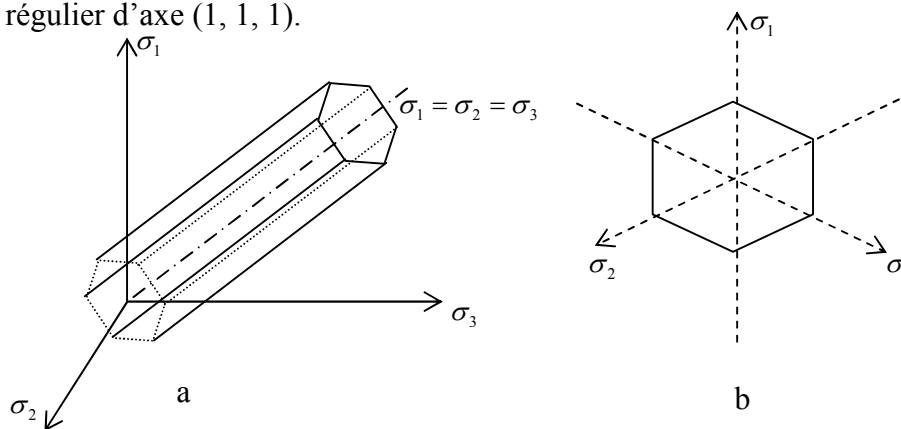
### 2.1. Critère de Tresca

Le critère de Tresca est utilisé pour l'étude des sols fins (argile, limon) saturés, non drainés, en contraintes totales à court terme, durant lesquelles la variation de volume est nulle. La surface de charge  $F$  est mathématiquement donnée par la relation :

$$F(\sigma_{ij}) = \sigma_1 - \sigma_3 - 2K = 0 \quad (I.21)$$

Où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  représentent les contraintes principales extrêmes ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) et  $k$  une constante correspondant à la contrainte maximum de cisaillement à la rupture (pour les sols cohérents, ce paramètre correspond à la cohésion non drainée  $C_u$ ) [37].

Dans l'espace des contraintes principales, la surface de rupture est un prisme hexagonal régulier d'axe  $(1, 1, 1)$ .



**Figure I.13** – Représentation de critère de Tresca  
(a) en perspective, (b) dans le plan déviatorique

### 2.2. Critère de Von Mises

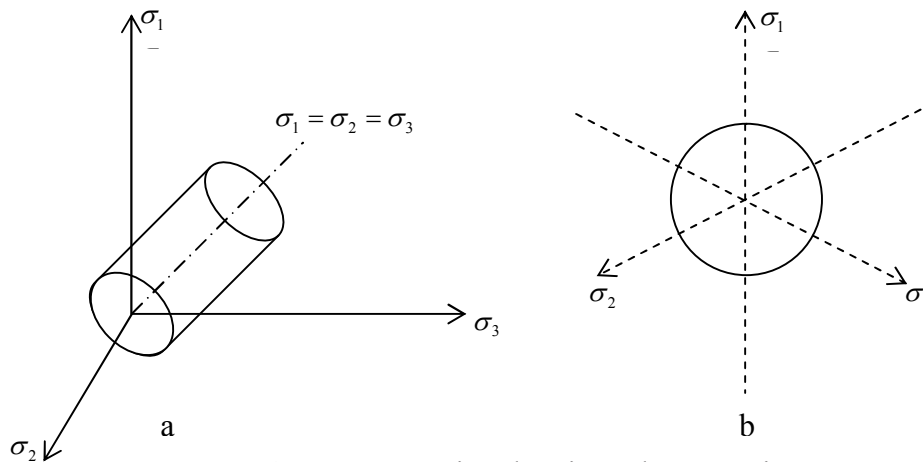
Afin de prendre en compte l'influence de la contrainte intermédiaire, Von Mises a proposé, en 1913, que la surface de charge dépende du deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques  $J_2$  :

$$F(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} - K = 0 \quad (I.22)$$

Où  $K$  est un paramètre de la loi de comportement. Il représente la résistance maximale du matériau au cisaillement simple.

Ce critère a été formulé pour étudier le comportement des métaux et il n'est pas bien adapté à la représentation du comportement des sols dans la mesure où il ne fait pas intervenir la contrainte moyenne dans son expression [37].

Dans l'espace des contraintes principales  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , la surface de rupture du matériau est un cylindre circulaire droit, d'axe  $(1, 1, 1)$ , et de rayon  $K\sqrt{2}$ .



**Figure I.14**– Représentation de critère de Von Mises  
(a) en perspective, (b) dans le plan déviatorique

### 2.3. Critère de Mohr-Coulomb

Le critère de Mohr-Coulomb est utilisé pour les matériaux granulaires (sable) et pour les sols cohérents à long terme (argiles et limons). Le critère de Tresca est un cas particulier du critère de Mohr-Coulomb.

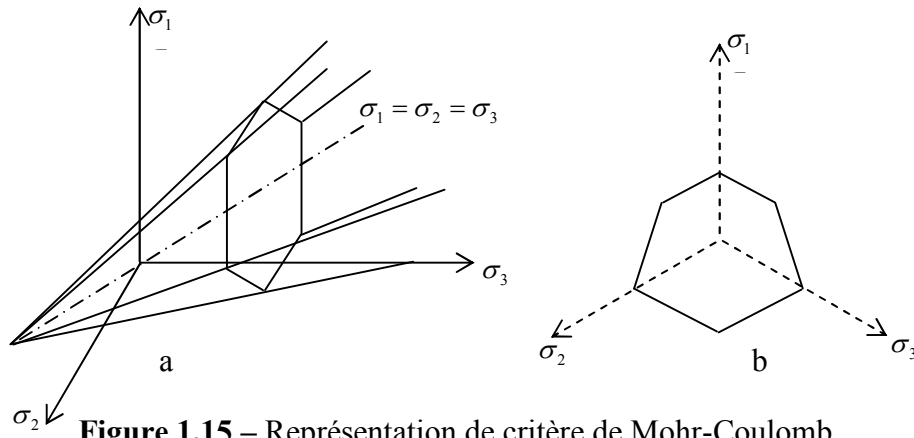
La surface de charge  $F(\sigma_{ij})$  s'exprime de la façon suivante :

$$F(\sigma_{ij}) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2c \cdot \cos \varphi = 0 \quad (I.23)$$

Où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  représentent les contraintes principales extrêmes ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ).

Le paramètre  $c$  est la cohésion du matériau et  $\varphi$  l'angle de frottement interne. Lorsque  $\varphi = 0$ , on retrouve le critère de Tresca [37].

Dans l'espace des contraintes principales, la surface de rupture par le critère de Coulomb est une pyramide hexagonale.



**Figure 1.15** – Représentation de critère de Mohr-Coulomb  
(a) en perspective, (b) dans le plan déviatorique

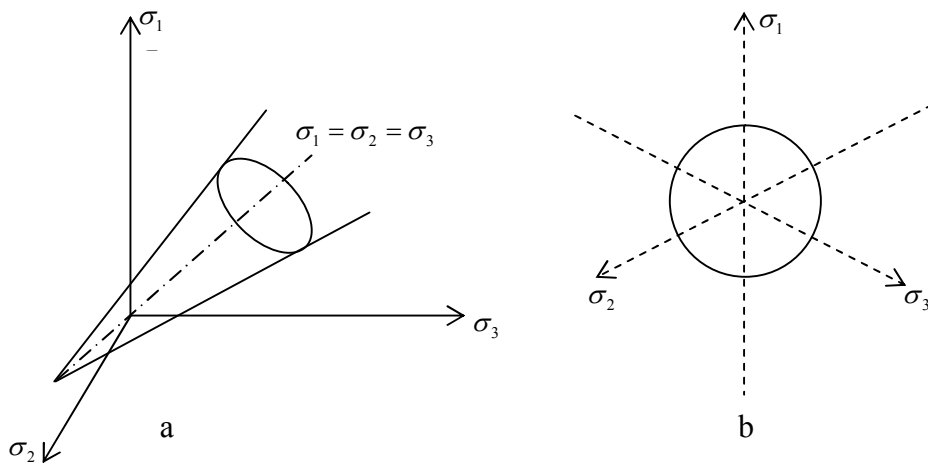
#### 2.4. Critère de Drucker-Prager

Le critère de Drucker-Prager (1952) constitue une généralisation du critère de Von Mises aux matériaux granulaires, prenant en compte le premier invariant du tenseur de contraintes  $I_1$  et le deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques  $J_2$ . Son expression est la suivante :

$$F(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - K = 0 \quad (\text{I.24})$$

Où  $\alpha$  et  $K$  sont deux paramètres qui peuvent être déterminés à partir de résultats d'essais. Si le paramètre  $\alpha$  est nul, la loi se réduit à celle de Von Mises.

Dans l'espace des contraintes principales, pour des valeurs identiques de  $\varphi$  et  $c \cdot \cot g \varphi$ , la surface de rupture définie par le critère de Drucker-Prager est le cône de révolution inscrit dans la pyramide hexagonale du critère de Mohr-Coulomb [37].



**Figure 1.16**– Représentation de critère de Drucker-Prager  
(a) en perspective, (b) dans le plan déviatorique

D'une manière générale, des analogies peuvent être établies entre les critères de Mohr- Coulomb et de Drucker-Prager, qui permettent de relier les paramètres  $\alpha$ , et  $k$  aux paramètres  $c$ , et  $\varphi$ .

En condition triaxiale axisymétrique ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ), l'analogie entre les critères conduit aux relations suivantes :

$$\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad K = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad (I.25)$$

### 2.5. Critère parabolique

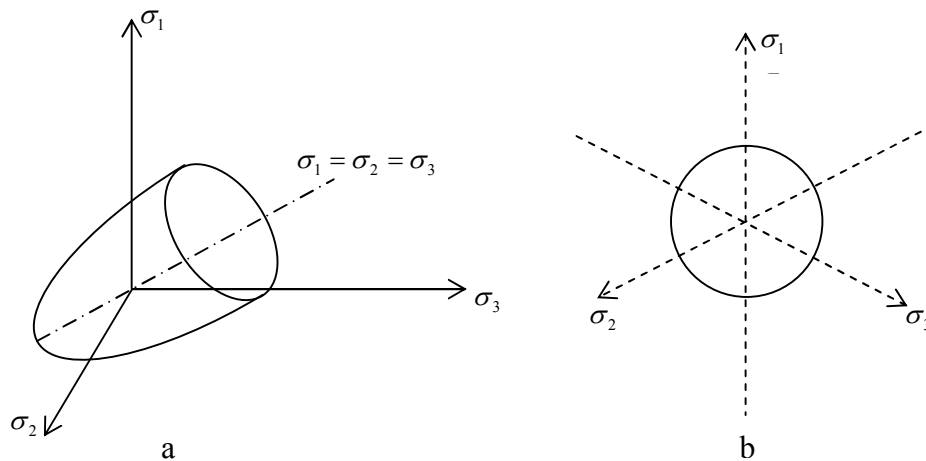
Le critère de rupture dit « Parabolique » a été développé pour représenter, de façon schématique, le comportement du béton. Son expression est la suivante :

$$F(\sigma_{ij}) = J_2 + \frac{R_c - R_t}{3} I_1 - \frac{R_c R_t}{3} = 0 \quad (I.26)$$

Où  $R_c$  et  $R_t$  sont deux paramètres du critère.

Le paramètre  $R_c$  représente la résistance en compression simple et  $R_t$  la résistance en traction simple du matériau.

Dans l'espace des contraintes principales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ), la surface de rupture du matériau est un parabolôïde ayant pour axe la droite d'équation  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ .



**Figure 1.17**– Représentation de critère parabolique  
(a) en perspective, (b) dans le plan déviatorique

Si  $R_c = R_t$  ce parabolôïde dégénère un cylindre de même axe, on retrouve la surface de rupture du critère de Von Mises.

La courbe intrinsèque (pour  $\sigma_2 = \sigma_3$ ), tangente aux cercles de Mohr, est une parabole dans le plan  $(\sigma, \tau)$ . D'où le nom de critère parabolique.



## 2.6. Application des lois élastiques parfaitement plastiques

Le modèle élastique parfaitement plastique avec le critère de rupture de Mohr-Coulomb permet de décrire de manière approchée le comportement des matériaux granulaires (sables) et des sols cohérents à court et long terme (argile et limon). Il s'agit d'un modèle élastique parfaitement plastique (pas d'écrouissage, la surface de charge est confondue avec la surface de rupture et est fixe dans l'espace des contraintes). Cette loi de comportement se caractérise par une élasticité linéaire isotrope de Hooke ( $E, \nu$ ), une surface de charge et un potentiel plastique. C'est un modèle à deux paramètres de rupture (la cohésion  $C$  et l'angle de frottement  $\varphi$ ). Ce modèle permet de simuler la rupture du sol par cisaillement.

Pour simuler le comportement des sols avec ce modèle, cinq paramètres mécaniques sont nécessaires. Ces paramètres sont déterminés couramment à partir des résultats d'essais de laboratoire (oedomètre et appareil triaxial) :

- $E$  : Module d'Young
- $\nu$  : Coefficient de Poisson
- $c$  : Cohésion
- $\varphi$  : Angle de frottement
- $\psi$  : Angle de dilatance

De manière générale, le modèle élastique parfaitement plastique constitue une approche acceptable pour analyser la rupture des sols dans les problèmes de fondations, stabilité de pentes, de tunnels, de soutènements.

Les essais en laboratoire montrent qu'il est important de suivre la déformation au cours de la sollicitation et donc d'adopter un modèle élastoplastique plus complexe et capable de prendre en compte le phénomène d'écrouissage.

## 3. LOIS DE COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE AVEC ECROUISSAGE

Dans cette grande famille, les lois sont basées sur fait que le sol subit des déformations plastiques au cours de la sollicitation avant rupture.

Ainsi, une loi de comportement élastoplastique avec écrouissage permet de mieux décrire les étapes intermédiaires, observées sur les essais de laboratoire, entre l'apparition de premières irréversibilités et l'instant de la rupture d'une éprouvette d'un matériau donné.

### 3.1. Construction du potentiel plastique

La règle d'écoulement du matériau indique que l'incrément du tenseur de déformation plastique ( $d\varepsilon_{ij}^p$ ) est colinéaire aux dérivées partielles du potentiel plastique  $g(\sigma_{ij})$  :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (\text{I.27})$$

Dans le cas d'un essai triaxial axi-symétrique, l'état de contraintes est complètement connu par la donnée du couple ( $p, q$ ). Donc le potentiel plastique peut être recherché sous la forme d'une fonction  $g(p, q)$  ou  $g(p, \eta)$  ;  $\eta$  représente le rapport de contraintes  $q/p$ .

La relation (I.27) devient [32]:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_v^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial p} \\ \dot{\varepsilon}_d^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial q} \end{cases} \quad (I.28)$$

La définition du taux de dilatance  $d$ , comme rapport des taux de déformations plastiques volumique et déviatorique, nous permet de construire l'expression mathématique du potentiel plastique :

$$d(p, q) = \frac{\dot{\varepsilon}_v^p}{\dot{\varepsilon}_d^p} = \frac{\left[ \frac{\partial g}{\partial p} \right]}{\left[ \frac{\partial g}{\partial q} \right]} \quad (I.29)$$

De plus, l'état d'érouissage défini, dans le plan  $(p, q)$ , une équation  $g(p, q) = C^{te}$ , dont la différentiation locale conduit à la relation :

$$\left[ \frac{\partial g}{\partial p} \right] dp + \left[ \frac{\partial g}{\partial q} \right] dq = 0 \quad (I.30)$$

Ou bien encore :

$$d(p, q) = \left[ \frac{\partial g}{\partial p} \right] / \left[ \frac{\partial g}{\partial q} \right] = - \frac{dq}{dp} \quad (I.31)$$

Pour l'intégration de cette relation, il convient de rechercher une expression simple de  $d(p, q)$ .

Le potentiel plastique  $g(p, q)$  ainsi construit est supposé valable également pour toutes les sollicitations possibles autres que les sollicitations axi-symétriques. Cette hypothèse doit être validé ou non par la confrontation avec d'autres types d'essais et notamment avec les essais véritablement tridimensionnels. La construction directe du potentiel plastique dans le cas véritablement tridimensionnel demeure un problème délicat, cette difficulté a pu être résolue par certains modélisateurs en considérant la théorie de l'élastoplasticité à plusieurs mécanismes.

### 3.2. Construction de la surface de charge

La recherche de la surface de charge passe nécessairement par la formulation de la surface de charge de rupture, puisque la surface de charge doit tendre vers la surface de rupture en grandes déformations.

#### 3.2.1. Critère de rupture axi-symétrique

Pour un matériau isotrope donné, l'ensemble des résistances maximales, atteintes au cours des essais pour différentes conditions de chargement, définit une surface dans l'espace de contraintes principales.

Dans le cas des essais axi-symétriques ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ), la surface de rupture est construite à partir des valeurs maximales atteintes par la contrainte principale majeure. Ceci se traduit par une relation simple, définissant le niveau de contraintes à la rupture :

$$q = a \times p + b \quad (I.32)$$

Où  $a$  et  $b$  sont deux constantes qui dépendent à priori de la nature du matériau et des conditions de réalisation de l'essai.

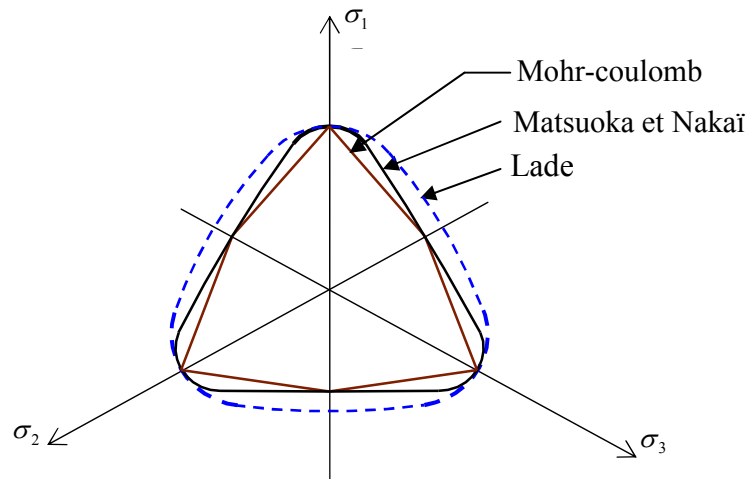
### 3.2.2. Critère de rupture tridimensionnel

La généralisation de la surface de rupture au cas des sollicitations tridimensionnelles peut être réalisée en faisant dépendre les constantes en fonction de la contrainte intermédiaire  $\sigma_2$  ou en toute rigueur du troisième invariant du tenseur de contraintes (représenté par le déterminant du tenseur de contraintes, noté  $\det \sigma_{ij}$ ). la surface de rupture s'écrit alors :

$$\frac{q}{p} = F(\det \sigma_{ij}, p) \quad (I.33)$$

Où  $F$  est une fonction homogène de degré zéro par rapport à ses arguments.

De nombreux auteurs utilisent la surface de rupture pour définir la surface de charge. On peut citer les critères, de Lade, de Matsuoka et Nakai dont les formes sont représentées sur la figure 1.18



**Figure 1.18**– Surfaces de rupture, de Lade(1973), Matsuoka et Nakai (1974) dans le plan déviatorique

### 3.3. Recherche de la forme de la surface de charge

Les méthodes de construction de la surface de charge peuvent être classés en deux catégories ; Les méthodes théoriques fondées sur l'application de la règle de normalité (loi d'écoulement associée) ou sur l'utilisation de la surface de rupture et les méthodes expérimentales.

#### 3.3.1. Construction théorique de la surface de charge

- **Construction à l'aide de la règle de normalité**

Cette méthode est basée sur l'hypothèse suivante : le comportement plastique du matériau est gouverné par une règle d'écoulement associée, c'est-à-dire que la direction de l'incrément de déformation plastique est indiquée par la normale à la surface de charge. La surface de charge est donc la même que le potentiel plastique.

Dans ce cas, la fonction de charge est en général prise sous la forme :

$$F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) = F(\sigma_{ij}) - P_0 \quad (I.34)$$

Où  $F$  est une fonction homogène des contraintes et  $P_0$  représente la constante intervenant dans la définition du potentiel plastique.

Pour la représentation de l'évolution de la fonction de charge, on doit trouver une relation entre  $P_0$  et les invariants du tenseur de déformations plastiques, ou avec une variable interne (cachée) appelée variable d'écrouissage, elle-même fonction des déformations plastiques.

Toutefois, il faut signaler que la plupart des sols ont un comportement expérimental fortement non associé et par conséquent cette méthode est utilisée dans des cas limités.

• **Construction à partir de la surface de rupture**

Une fois qu'on a déterminé l'équation de la surface de rupture, par exemple  $F_r(\sigma_{ij}) = r$ , où  $r$  désigne une constante et  $F_r$  une fonction homogène des invariants du tenseur des contraintes, l'idée de la méthode consiste à utiliser la fonction  $F_r$  pour construire la fonction de charge  $F$  telle que:

$$F(\sigma_{ij}, \chi) = F_r(\sigma_{ij}) - R(\chi) \quad (I.35)$$

Où  $\chi$  représente la variable d'écrouissage et  $R$  une fonction telle qu'à la rupture:  $R(\chi) = r$ .

Pour un matériau isotrope, les variables d'écrouissage les plus utilisées sont les suivantes: le travail plastique  $W^p$ , la distorsion plastique  $\gamma^p$ , ou bien une combinaison linéaire des invariants du tenseur de déformations plastiques.

Il convient de supposes que le matériau étudié est élastoplastique avec écrouissage isotrope. Cette hypothèse permet une bonne description du comportement des sols sous sollicitations monotones, mais sur des chemins de sollicitations non monotones, ce type de description du comportement n'est plus adapté [36].

Le principe de construction de la fonction de charge est donc de faire croître la taille e la surface de charge selon une loi d'écrouissage isotrope. La forme de la surface de charge ainsi obtenue est proche de la forme d'un cône dans l'espace de contraintes principales (Figure I.19)

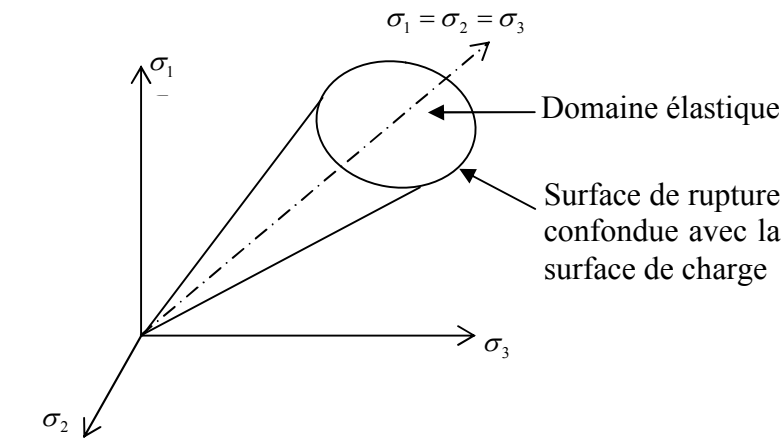


Figure I.19– Surface de rupture dans l'espace de contraintes

Il est à noter que cette méthode est largement suivie par les modélisateurs pour la détermination de la fonction de charge.

### 3.3.2. Construction de la surface de charge à partir de l'expérience

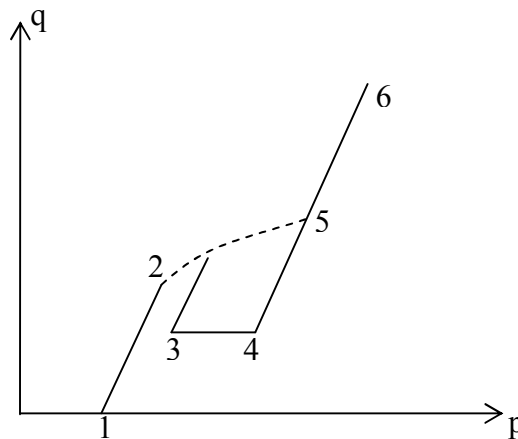
Plusieurs méthodes ont été proposées pour construire expérimentalement la surface de charge à partir d'une série d'essais axi-symétriques.

Dans le cas des sables, les travaux les importants sont ceux de Poorooshasb et al. (1966), et de Tatsuoka et Ishihara(1974), qui ont effectué dans le plan des contraintes (p,q), une série de chemins triaxiaux conventionnels et à contraintes déviatoriques constantes en condition drainée.

L'hypothèse de cette méthode est conforme aux principes de l'élastoplasticité et stipule que la surface de charge est convexe et contient l'origine des contraintes représentées dans le plan (p,q).

En effectuant un trajet du point 1 au point 2 et que l'on suppose que le point 2 est plastique (Figure I.20), les points 3 et 4 seront élastiques parce qu'ils sont issus d'un déchargement et d'un trajet rectiligne à l'intérieur d'une surface convexe. Puis, si on effectue un rechargement jusqu'au point 6, supposé ne plus appartenir au domaine élastique, montre qu'il existe nécessairement un point 5 situé sur la surface de charge actuelle définie par la valeur de la variable d'écrouissage  $\chi$  du point 2 tel qu'à partir de ce point 5, les déformations augmentent de manière notable.

Cette observation met en évidence une position de la courbe joignant les points 2 et 5 qui appartient à la surface de charge.



**Figure I.20**– chemins de contraintes pour la détermination expérimentale de la surface de charge (Poorooshasb et al., 1966)

Si le processus est répété à partir du point 5, plusieurs couples de points tels que 2 et 5 sont obtenus.

Au moyen d'un calage approprié, on détermine une équation de la forme:

$$F(\sigma_{ij}, \chi) = 0 \tag{I.36}$$

Poorooshasb et al ont établi une équation de la forme:

$$F(\sigma_{ij}, \chi) = \frac{q}{p} + m \cdot \ln P - F_0(\varepsilon_v^p) \quad (I.37)$$

Où la variable  $\chi$  est égale à l'invariant  $\varepsilon_v^p$  et F représente une fonction scalaire à déterminer. La constante m est indépendant de la densité initiale du matériau.

La surface de charge du modèle Cam-Clay original est très proche de l'expression ci-dessus. La seule différence réside dans la constante utilisée, dans les lois de l'école de Cambridge on remplace m par M à l'état critique. M vaut environ 0.6 alors que M est généralement supérieur à 1.

D'autre part, Tatsuoka et Ishihara(1974) ont proposé une autre équation de la surface de charge en ajoutant la déformation déviatorique plastique comme paramètre d'écroissage;

$$F(\sigma_{ij}, \chi) = \frac{q}{p} - F_1(p) - F_0(\varepsilon_v^p, \varepsilon_d^p) = 0 \quad (I.38)$$

Où  $F_0$  et  $F_1$  sont deux fonctions scalaires à déterminer.

### 3.4. Généralisation de la fonction de charge pour le cas de plusieurs mécanismes

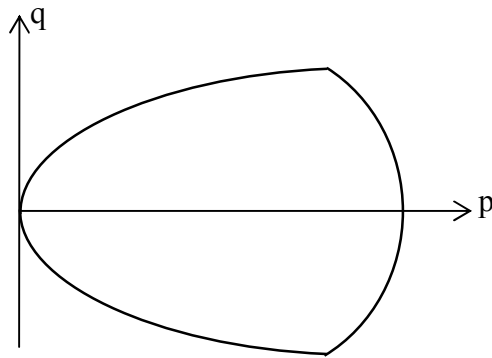
#### 3.4.1. Surface de charge pour des cas vrais triaxiaux

Pour construire la fonction de charge, on utilise les essais triaxiaux conventionnels dans lesquels la pression de confinement reste constante. Pour la généralisation de cette surface aux essais véritablement tridimensionnels, on doit tenir compte de l'influence de la contrainte intermédiaire  $\sigma_2$  dont l'effet est implicite dans les essais sur éprouvettes cylindriques (puisque  $\sigma_2 = \sigma_3$ ). Mais le raisonnement direct sur les essais tridimensionnels rend la construction de la surface de charge très complexe puisque trois invariants de contraintes et trois invariants de déformations interviennent.

En pratique, les modélisations des sols construisent leurs lois à partir des résultats d'essais axi-symétriques puis, tentent de les valider sur des résultats tridimensionnels et en cas de besoin ils corrigent légèrement les équations afin de prendre en compte l'effet de la contrainte intermédiaire  $\sigma_2$  sans trop modélisation des essais axi-symétriques.

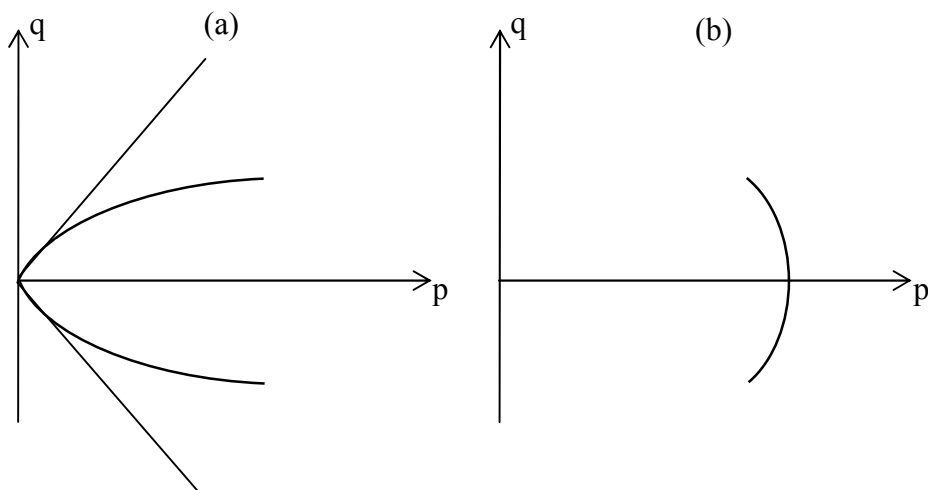
D'autre part, des résultats expérimentaux récents ont montré que les surfaces de charge utilisées dans les modèles ne peut générer des volumiques plastiques du fait que ces surfaces sont ouvertes. Donc la surface de charge doit être sur l'axe de compression isotrope (axe p).

En effet, des essais réalisés simultanément à déviateur de contraintes q décroissant et à contrainte moyenne croissante font apparaître des déformations irréversibles. Ces essais indiquent que la surface de charge doit couper perpendiculairement l'axe des contraintes moyennes. Cette analyse a été menée par Davis (1978) [36] qui a proposé une certaine forme de la surface de charge dans le plan (p, q) (Figure I.21).



**Figure I.21**– Surface de charge proposée par Davis (1978)

L'expression analytique de ce type de surface de charge est très complexe. Ceci a conduit certains modélisateurs à distinguer un mécanisme plastique déviatorique et un mécanisme plastique volumique (Figure I.22).



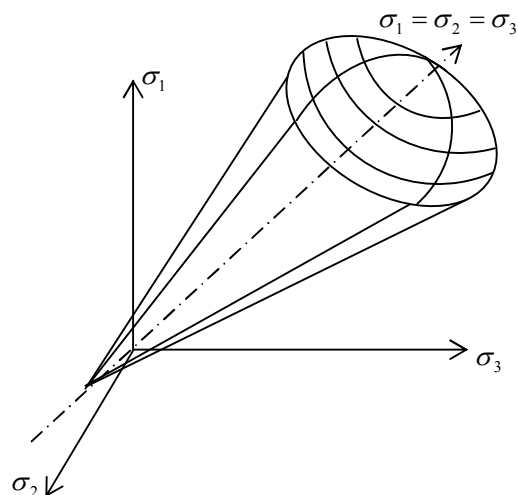
**Figure I.22**– Traces de mécanismes plastique déviatorique(a) et un mécanisme plastique volumique(b) dans le plan (p,q)

### 3.4.2. Lois élastoplastiques à surface de charge fermée

Drücker, Gibson et Henkel ont mis en évidence une surface de charge analogue à celle de Mohr-coulomb, mais fermée par une seconde surface dite "cap", incluant l'axe de compression isotrope. La surface de fermeture se déplace le long de cet axe au cours de l'évolution des sollicitations.

Ainsi, de nombreuses lois de comportement avec un "cap" ont été développées telle que la loi de Drücker et al. (1957) (Figure I.23) en considérant une surface de rupture, en général fixe, dans l'espace de contraintes mais fermée par une seconde surface, située entre la surface de rupture et l'axe de compression isotrope. La déformation plastique volumique gouverne le mouvement de la surface de charge de fermeture ou "cap" selon des lois d'évolution empiriques, déduites de l'analyse des essais en laboratoire.

L'inconvénient de ces lois c'est qu'elles admettent en générale la règle de normalité; ce qui est en contradiction avec les observations expérimentales. Ces lois présentent aussi une certaine difficulté numérique à la jonction des deux surfaces, puisqu'en général il existe une discontinuité entre les tangentes dans les points de rencontre du "cap" et de la surface de rupture (Chen et Baladi, 1985)[37].



**Figure I.23**– Lois élastoplastique avec un "cap" dans l'espace de contraintes principales (Chen et Baladi, 1985)

D'autres lois ont été fondés sur l'analyse de la rupture d'une éprouvette de sol est pour l'étude du potentiel plastique. La surface de charge fermée est ensuite construite à l'aide de la règle de normalité, le type du modèle le plus répandu est la loi de comportement de Cambridge, de type Cam-Clay dans le cas des argiles.

Par ailleurs, il a été montré qu'un écoulement dépendant uniquement de la déformation volumique plastique étant inapte à la description d'une sollicitation non drainée [37].

La loi de comportement de Nova (1982) [39] est une loi élastoplastique avec écoulement isotrope, inspirée des lois Cam-Clay, mais adaptée à la description du comportement des sables. Nova a proposé deux expressions analytiques distinctes selon la valeur du rapport de contrainte  $q/p$  et satisfaisant une certaine condition de continuité. L'évolution de l'écoulement est gouvernée par une combinaison linéaire des deux invariants de déformations plastiques  $\varepsilon_v^p$  et  $\varepsilon_d^p$ , contrairement aux lois Cam-Clay dont l'écoulement est uniquement volumique. Le comportement élastique est isotrope non linéaire, du même type que l'élasticité des lois Cam-Clay [12].



### 3.4.3. Lois élastoplastiques à plusieurs mécanismes pour les sables

Le cadre de l'élastoplasticité classique à un mécanisme, c'est-à-dire à un seul potentiel plastique, s'est révélé parfois inapte pour rendre compte certains phénomènes mécaniques observés dans le comportement des géométraux soumis à des chemins de contraintes variés [25].

En effet, en observant de plus près les résultats expérimentaux, notamment dans le cas des sables, la règle d'écoulement plastique en elle-même semble ne pas être tout à fait adaptée à la description de certains aspects de comportement.

Ainsi d'après sa définition, quelque soit la direction de l'incrément de contraintes ( $d\sigma_{ij}$ ) entraînant une plastification, la direction de l'incrément de déformation plastique ne dépend que de l'état de contrainte actuel, or des expériences montrent que cette direction dépend elle aussi de l'incrément de contraintes (Poorooshasb et al. 1966; Tatsuoka et Ishihara, 1974; Loret, 1981; Touati, 1982; Tan, 1990) [37].

Ces auteurs ont montré que l'influence du chemin de contrainte sur le taux de dilatance est d'autant plus forte que les valeurs du rapport sont faibles et que celle-ci ne s'atténue que pour des valeurs de  $\eta$  proches de la rupture ( $\eta$  représente le rapport de contraintes  $q/p$ ).

Le taux de dilatance  $d$  dépend fortement du chemin de contrainte suivi et son expression prendra la forme suivante:

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = d(p, q, dp, dq) \quad (I.39)$$

Ainsi, l'unicité de potentiel plastique n'est pas vérifiée, sauf au voisinage de la rupture pour des valeurs de  $\eta$  supérieures à l'unité et par conséquent, la loi d'écoulement doit être définie, pour décrire certains aspects de comportement, sous la forme:

$$d\varepsilon_{ij}^p = G_p(\sigma_{kk}, d\sigma_{kl}) d\sigma_{ij} \quad (I.40)$$

Où  $G_p$  est un tenseur dont les composantes sont fonctions de degré zéro de leur second argument ( $d\sigma_{kl}$ ) de sorte que l'incrément de déformation totale  $d\varepsilon_{ij}$ , s'écrit:

$$d\varepsilon_{ij} = G(\sigma_{kl}, d\varepsilon_{kl}) d\sigma_{ij} \quad (I.41)$$

Cette relation non linéaire entre l'incrément de déformation plastique et l'incrément de contrainte a été étudié en particulier par Dafalias et Popov (1976) [37] et Mroz et Zeinkiewicz (1978) [48], [29].

Dans cette théorie, la règle d'écoulement est généralisée et devient une combinaison linéaire d'un certain nombre de potentiels plastiques distincts, ce nombre est variable selon le chemin de sollicitations suivi et son intensité actuelle. Chaque potentiel plastique considéré définit un "mécanisme plastique"; la présence d'un potentiel plastique dans la règle d'écoulement indique que le mécanisme associé est actif.

Si  $L$  est le nombre de mécanismes admissibles pour un matériau, le mécanisme  $m$  est caractérisé par la surface de charge  $F_m(\sigma_{ij}, \chi_m)$ , un potentiel plastique  $g_m$  et une variable d'écrouissage  $\chi_m$ . La notion d'activation d'un mécanisme remplace la notion de chargement défini en élastoplasticité classique.

Par définition, on a :

- Si  $F_m < 0$  ou  $F_m = 0$  et  $dF_m < 0$ , le mécanisme est inactif, et  $d\lambda_m = 0$  ;
- Si  $F_m = 0$  et  $dF_m > 0$ , le mécanisme est actif, et  $d\lambda_m > 0$  ;

Si  $k$  est le nombre de mécanismes actifs ( $k < L$ ) à un instant de chargement donné, l'incrément de déformation plastique totale est la somme de  $k$  termes :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sum_{m=1}^k d\lambda_m \frac{\partial g_m}{\partial \sigma_{ij}} \quad (I.42)$$

La complexité de cette écriture dépend de la règle d'écoulement choisie (associée ou non associée), ainsi que le degré de couplage entre les différents mécanismes, c'est-à-dire du choix des paramètres d'écrouissage de chaque mécanisme. Les paramètres d'écrouissage  $\chi_m$  de mécanisme  $m$ , peuvent dépendre de la plastification de tous les mécanismes actifs ou uniquement de la plastification de mécanisme (écrouissage indépendant). Entre ces deux extrêmes, il existe de nombreuses combinaisons possibles, dont la justification doit être guidée par l'analyse du comportement mécanique étudié [46].

Si l'on considère, comme la plus part des modélisateurs, une approche à deux mécanismes, l'un de type déviatorique et l'autre de type volumique, on peut prendre en compte les phénomènes de comportement observés, notamment dans le cas des sables. Il est possible d'étudier le problème d'influence réciproque d'un mécanisme sur l'autre à l'aide des résultats expérimentaux [9].

#### 4. MODELES DEVELOPPES POUR SIMULER LE COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES

L'objet de ce paragraphe est de présenter le comportement des sols sous chargements monotone et cyclique et les grandes classes de modèles existants adaptés à ce type de chargements.

##### 4.1. Résultats expérimentaux

L'interprétation des essais triaxiaux en sollicitations monotones réalisés sur des sols granulaires mène aux observations suivantes relevées par Mestat (2002) [38] :

- Déformations irréversibles dès l'apparition de faibles déformations : le domaine élastique est très petit.
- Les sables denses présentent un pic de résistance, suivi d'un radoucissement progressif. Le cisaillement imposé conduit alors dans un premier temps à une compression de l'échantillon suivie d'une augmentation de volume.
- Les sables lâches ne présentent pas de pic de résistance avant d'atteindre une valeur asymptotique limite. Le volume de l'échantillon diminue durant toute la durée de l'essai.
- L'enveloppe des points de rupture peut généralement être approximée par une droite passant par l'origine dans le plan de Mohr.

- Lorsqu'il y a changement de comportement volumique, avec un passage d'une phase de contraction à une phase de dilatance, l'état du sol est appelé « état caractéristique ».
- La déformation volumique tend ensuite vers une limite pour les grandes déformations. La condition  $d\varepsilon_v = 0$  correspond à la notion « d'état critique ».
- Pour de fortes pressions, on observe une courbure de l'enveloppe de rupture vers l'axe des compressions.
- La trace de la surface de rupture dans le plan est proche d'un triangle curviligne sans point anguleux (Lade, 1973).
- Les sables humides ou légèrement cimentés présentent de la cohésion : l'enveloppe de rupture ne passe plus par l'origine.

Les résultats d'essais sous sollicitations cycliques permettent de mettre en évidence les points suivants (Cambou et Hicher, 2002) [10] :

- Effet de l'histoire de chargement en contraintes qui agit essentiellement sur la partie déviatoire de la réponse. Cet effet traduit l'évolution d'une anisotropie induite avec l'histoire de chargement.
- Effet des variations de volume qui se traduit par une augmentation de densité en régime drainé ou une diminution de la contrainte effective en conditions non drainées, qui peut conduire à la liquéfaction des sols.

## 4.2. Modèles de comportement

### 4.2.1. Le comportement des sables sous chargement monotone

Pour représenter le comportement des sables sous chargement monotone, différentes approches de modélisation dans le cadre de l'élastoplasticité ont été mises en place :

- Modèle élastique parfaitement plastique : surface de rupture de Mohr- Coulomb.
- Modèles élastoplastiques à deux mécanismes : la majorité de ces modèles sont associés un mécanisme plastique pour les sollicitations déviatoires (cisaillement) et un second pour les sollicitations isotropes. Jenck (2005) [23] a établi une revue bibliographique étendue des modèles de ce type, dont le modèle CJS2 (Cambou, Jafari, Sidoroff pour l'élastoplasticité avec écrouissage isotrope) dans son approche hiérarchisée mise en place par Maleki (1998) [35].
- Modèles élastoplastiques à un mécanisme fermé sur l'axe des compressions isotropes (« cap model »). Jenck (2005) propose également une revue bibliographique de ces modèles, dont les modèles de Desai (1980) [14] ou encore de Nova (1982) [39] basé sur le modèle de Cam-Clay.

Les modèles de type élastoplastique basés sur un seul critère de plasticité (Mohr-Coulomb), à écrouissage isotrope (type Cam-Clay), ou bien à deux surfaces de charge développant uniquement des écrouissages isotropes (modèle de Lade (1977) [26]), ne sont pas adaptés à la modélisation du comportement des sols sous sollicitations cycliques, mais donnent des résultats acceptables pour des chargements monotones. Dans le cadre de l'élastoplasticité, un écrouissage mixte apparaît nécessaire pour reproduire les phénomènes cycliques observés pour les sables. Cependant, la modélisation de l'anisotropie induite par la rotation des contraintes principales reste un des points les plus délicats.

#### 4.2.2. Le comportement des matériaux granulaires sous chargement cyclique

Des modèles adaptés aux comportements des sables sous chargements cycliques existent et ont notamment été proposés par Ghaboussi et Momem (1979, 1982)[19], Manzari et Dafalias (1997)[36], Desai (1994) [15] et Fang (2003)[18], Hujeux (1985)[20]. Ces modèles intègrent de l'écroutissage cinématique en translation, rotation ou mixte, avec un ou plusieurs mécanismes plastiques.

- Ghaboussi et Momem (1982) proposent un modèle cyclique pour les sables en utilisant un écroutissage isotrope et cinématique de la surface de charge. Le module d'écroutissage est supposé et les déformations volumiques sont calculées à partir d'une relation semi-empirique. Les déformations déviatoires sont issues d'une loi d'écoulement non associée. Ce modèle sous-estime la part des déformations plastiques de cisaillement, tandis que les déformations volumiques sont en bon accord avec les résultats.
- Le modèle élastoplastique de Manzari et Dafalias (1997) est basé sur le concept d'état critique. Il combine deux surfaces de charge et la théorie de plasticité à surface limite (« bounding surface plasticity »). L'idée majeure de la plasticité à surface limite est construite sur la notion d'une surface englobant tous les états de contrainte possibles. La distance entre l'état de contrainte et son image sur la surface limite est utilisée pour évaluer le module d'écroutissage. La prise en compte de ces deux surfaces permet de définir une transition douce de l'état élastique à l'état plastique.

Dans le cadre de la plasticité généralisée, Pastor et al. (1990) [41] définissent un modèle capable de représenter le comportement des sables sous sollicitations cycliques. Khoei et al. (2004) [24] réalisent des simulations de tenue au séisme de digues en terre avec ce modèle en comparaison des résultats obtenus avec les « cap models ». Ils démontrent que cette approche permet notamment de mieux rendre compte du comportement réel de ces ouvrages sous séismes, notamment avec l'application sur le barrage de San Fernando, où la montée de pression interstitielle dans le barrage se produit après le séisme, phénomène observé lors du séisme de 1979. Ce modèle a également été utilisé par Fernandez Merodo (2001) [17] pour simuler le phénomène de liquéfaction d'un talus de sable lâche sous chargement sismique.

## 5. CONCLUSION

Il existe un nombre considérable de modèles pour simuler le comportement des matériaux granulaires, Mais ces lois ne sont pas toujours utilisables pour tous les types de sollicitations. Les lois sont basées sur un schéma classique : représenter au mieux le comportement sur des chemins de contraintes simples et connus afin de déterminer les paramètres de la loi et puis passer au calcul d'ouvrages réels.

Les paramètres doivent être peu nombreux et assez faciles à déterminer, ce qui n'est pas le cas dans la plupart des modèles, mais plus la loi est complexe plus le nombre de paramètres augmente.

Les modèles de type élastoplastique adoptés pour simuler le comportement des sables Parce qu'ils sont souples dans leur utilisation et conviennent bien au calcul numérique.

Les nombreux essais réalisés sur le sol montrent que le comportement est souvent écrouissable et dilatant. La règle d'écoulement plastique pour les sols doit être non associée à la surface de charge.

Pour les lois élastoplastiques deux types de modèle sont envisagés: avec le domaine élastique ouvert ou fermé. Pour le comportement du sol où le cisaillement domine les lois à domaine élastique ouvert sont suffisantes. La rupture s'obtient suivant la courbe proche du critère de rupture de Mohr-Coulomb. Par contre la simulation du comportement de sol en compression demande une loi avec le domaine élastique fermé.

L'établissement d'un modèle rhéologique nécessite obligatoirement des essais sur le matériau dont on veut modéliser son comportement .de tels essais feront l'objet du chapitre suivant.

# CHAPITRE II

## LES ESSAIS UTILISÉS DANS LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX GRANULAIRES

*Le deuxième chapitre est consacré à une recherche bibliographique sur les essais utilisés pour la modélisation du comportement des matériaux granulaires. Nous présentons d'abord les essais homogènes (essais triaxiaux), puis les essais sur ouvrages types (problèmes aux limites).*

## 1. LES ESSAIS HOMOGENES LES PLUS UTILISENT DANS LA MODELISATION

Les essais destinés au développement et à la validation des modèles rhéologiques sur des chemins homogènes doivent vérifier les conditions d'homogénéité et de fiabilité.

Dans les expérimentations à l'appareil triaxial cylindrique ou cubique, l'opérateur ne contrôle pas les conditions aux limites en forces et en déplacement. La définition d'une contrainte et d'une déformation à partir de ces grandeurs n'est possible que si les échantillons sont homogènes. L'homogénéité d'échantillon, au cours de l'essai, est difficile à assurer, en particulier pour les grandes déformations. Or, certains appareillages, comme le triaxial de révolution, le véritable triaxial et le cylindre creux, permettent, moyennant certaines précautions, de limiter les hétérogénéités générées au cours des essais. Ils peuvent ainsi être utilisés pour la validation des modèles.

La fiabilité des essais dépend essentiellement de deux facteurs :

- L'expérimentateur et les soins qu'il apporte aux essais,
- L'appareillage et les systèmes de contrôle et d'acquisition utilisés.

L'ensemble de ces essais constitue une banque de données expérimentale ayant pour objet la validation des modèles rhéologiques et la détermination de leurs paramètres.

Les essais les plus utilisés en pratique sont ceux réalisés, dans différents laboratoires, sur six types de sables :

### 1. le sable d'Hostun (France) :

- sable lâche, moyen et dense (Thanopolos, 1981 ; Mohkam, 1983 ; Doanh, 1986...);
- sable très dense, fin, qualité RF ayant servi au Workshop de Cleveland, 1987.

### 2. le sable de Reid Bedford (Etats-Unis) (Workshop de Cleveland, 1987...);

### 3. le sable de Fuji River (Japon) (Yamada et Ishihara, 1979 ; 1981 ; 1983...);

### 4. le sable de Toyoura (Japon) (Ishihara et Towhara, 1983 ; Ishihara et Momenzadeh, 1983).

### 5. le sable de Fontainebleau (France) (Dano, 2001)

### 6. le sable de mer de Zemmouri (Algérie) (Bekki, 1999)

### 1.1. Essais sur le sable d'Hostun

#### 1.1.1. Essais monotones de Mohkam sur le sable lâche d'Hostun

Ces essais sont réalisés à l'appareil triaxial de révolution (Mohkam, 1983) [46] sur le sable lâche d'Hostun à des pressions de confinement de 100, 200 et 400 KPa en conditions drainée et non drainée.

##### a) Essais de compression

Lors des essais de compression drainée (figures II.1a et II.1b) le déviateur de contrainte augmente rapidement. Il atteint, par la suite, un palier pour une déformation axiale de l'ordre de 6 à 10% (figures II.1a). La déformation volumique est contractante au début du chargement, puis elle devient dilatante jusqu'à la rupture. La phase de contractance augmente avec la pression de confinement (figures II.1b).

Lors des essais de compression non drainée (figures II.2a et II.2b), on remarque que l'augmentation du déviateur de contrainte est très rapide au début de l'essai, puis devient modérée jusqu'à la rupture (figures II.2a). La pression interstitielle augmente au début du chargement, puis elle réduit par la suite (figures II.2b). Ceci est en accord avec la phase de contractance et dilatance lors des essais de compression drainée.

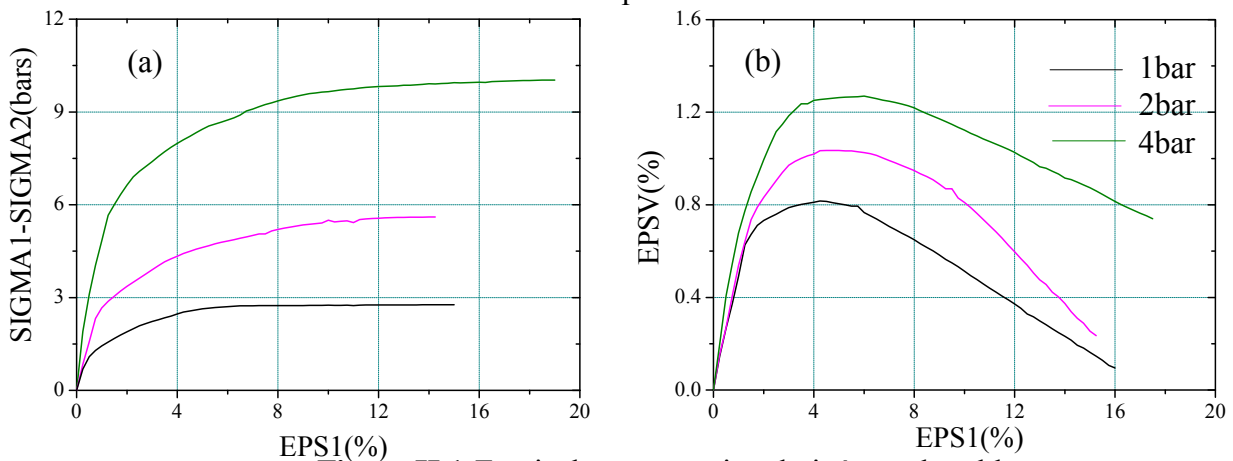


Figure II.1-Essais de compression drainée sur le sable lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)

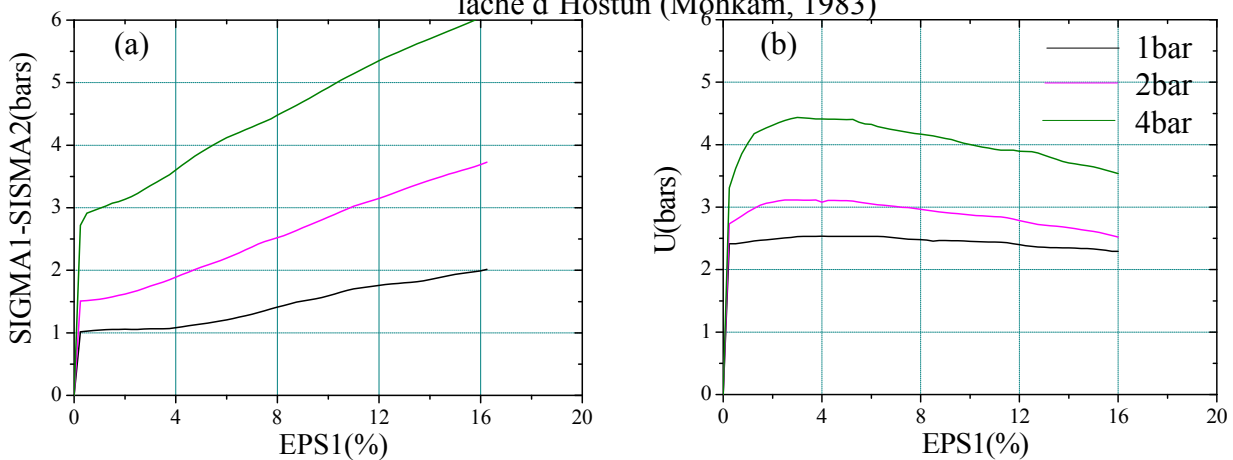
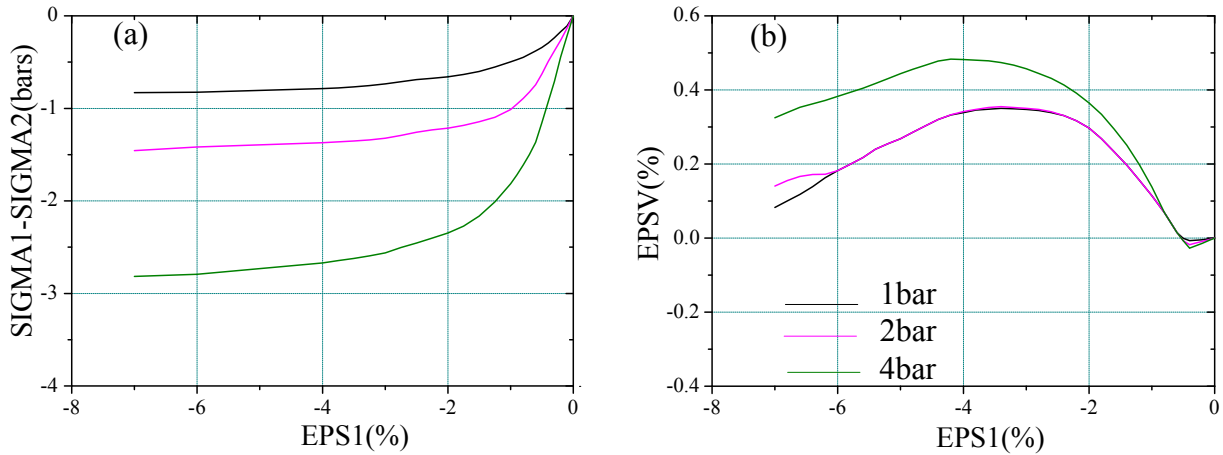


Figure II.2-Essais de compression non drainée sur le sable lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)



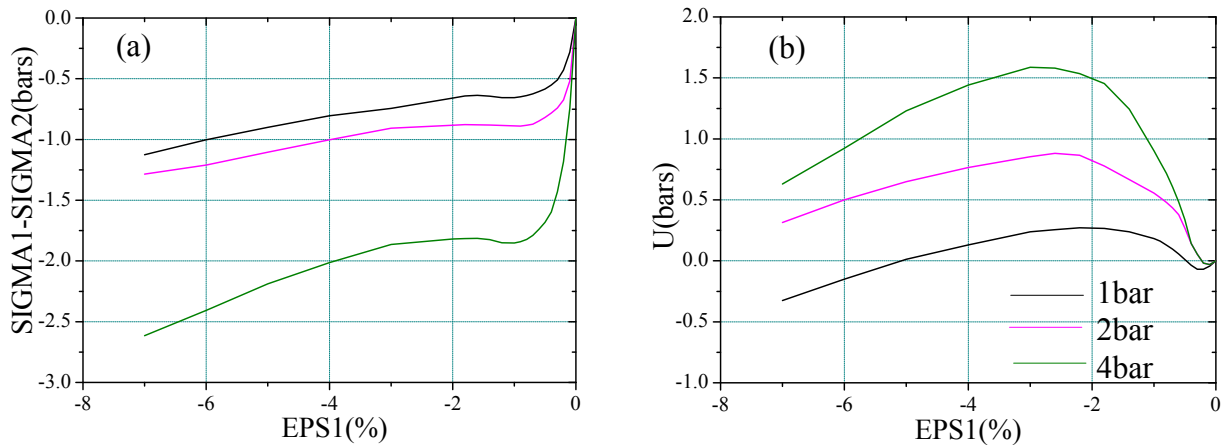
**b) Essais d'extension**

Lors des essais d'extension drainée (figures II.3a et II.3b) le déviateur de contrainte augmente rapidement au début de chargement pour atteindre un palier pour une déformation axiale de l'ordre de -2 à -3.5% (figures II.3a). La déformation volumique est dilatante au début de l'essai, puis elle devient contractante jusqu'à la rupture (figures II.3b).



**Figure II.3**-Essais d'extension drainée sur le sable  
Lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)

Lors des essais d'extension non drainée (Figures II.4a et II.4b), on remarque que l'augmentation du déviateur de contrainte est très rapide au début de l'essai, puis il se stabilise légèrement, et ensuite reprend l'augmentation jusqu'à la rupture (Figures II.4a). La pression interstitielle augmente au début de chargement, puis elle réduit par la suite (Figures II.4b).



**Figure II.4**-Essais d'extension non drainée sur le sable  
lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)

### 1.1.2. Essais monotones de Mohkam sur le sable dense d'Hostun

On dispose pour cette densité trois essais drainés en compression sur du sable dense d'Hostun à des pressions de confinement de 100, 200 et 400 KPa (Mohkam, 1983) [46].

Il a constaté que le déviateur de contrainte augmente rapidement au début du chargement. Elle atteint un pic pour une déformation axiale de l'ordre de 8%, puis elle diminue très lentement (Figure II.5a). L'évolution de la déformation volumique est illustrée dans la figure II.5b. Il a constaté que le comportement au début de l'essai est contractant, ensuite, il devient dilatant (à partir d'une déformation axiale de l'ordre de 2%).

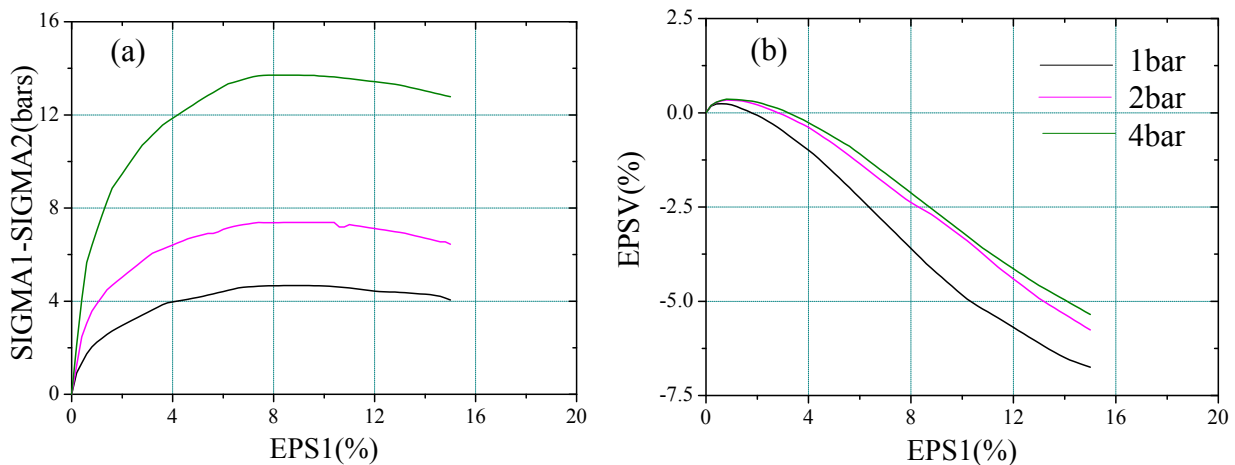
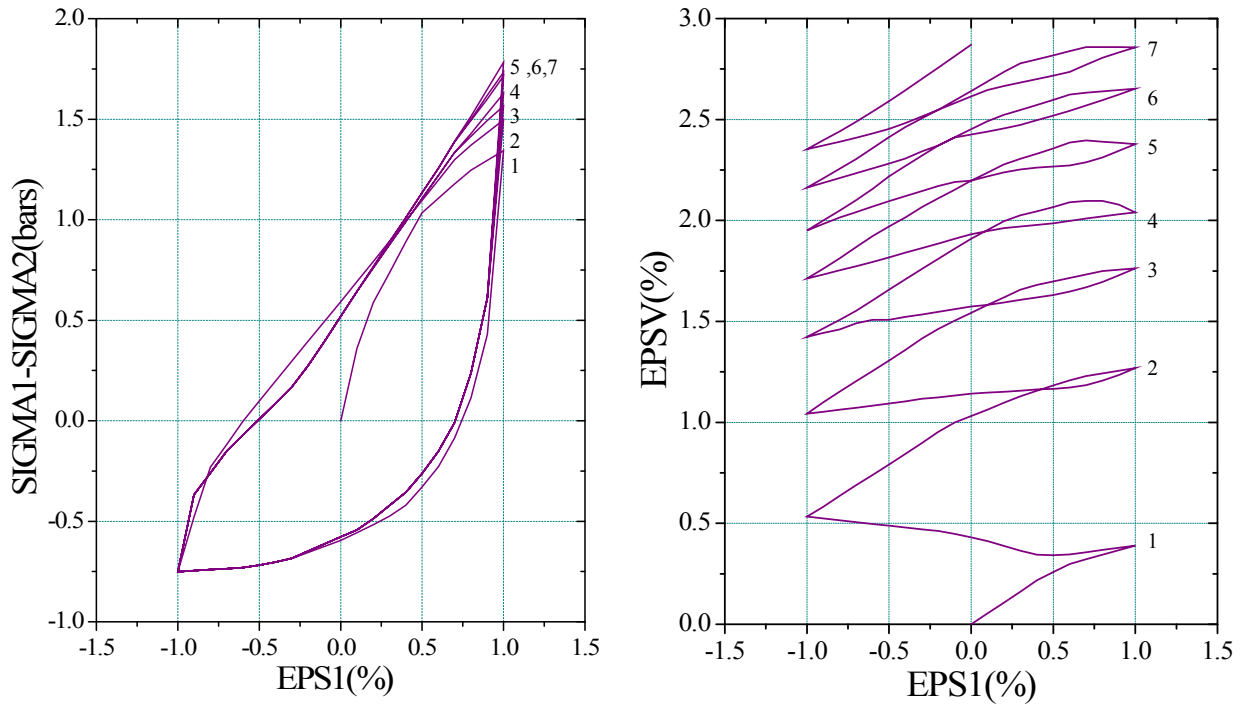


Figure II.5-Essais de compression drainée sur le sable dense d'Hostun (Mohkam, 1983)

### 1.1.3. Essais à quelques cycles avec analyse fine de la forme des cycles

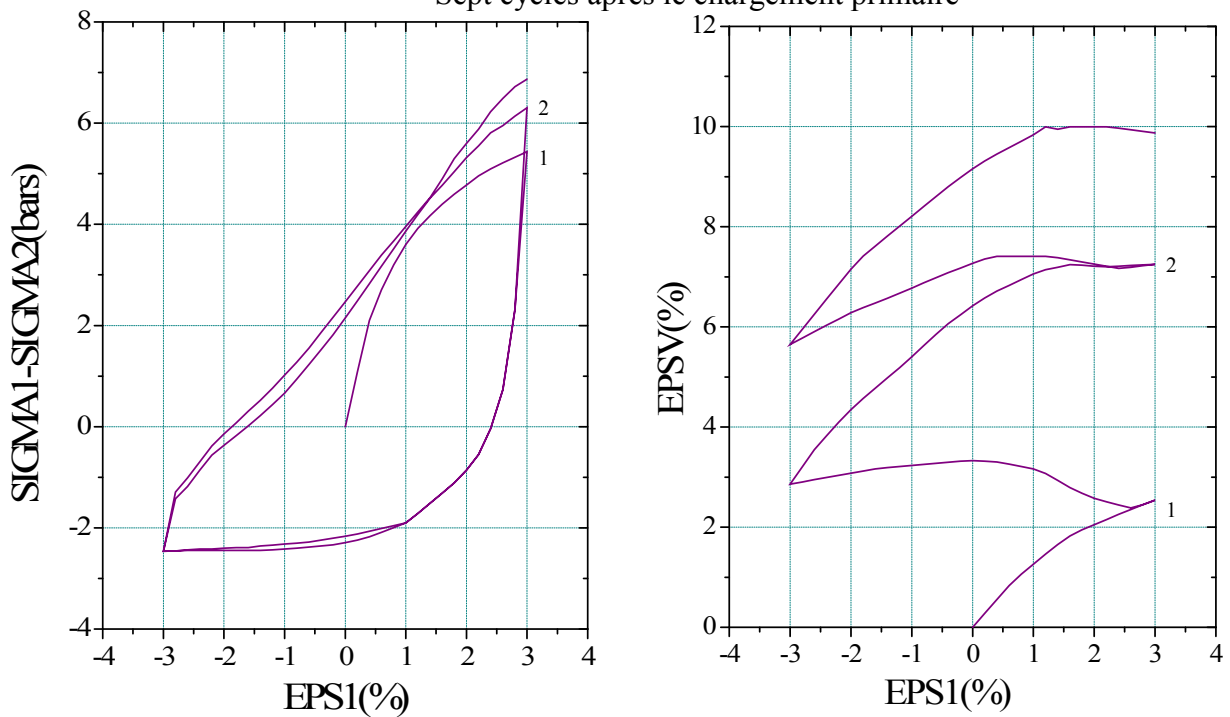
L'objet de montrer qu'un certain nombre de points mis en évidence par un examen de la forme des cycles obtenus dans les essais triaxiaux est reproduit par le modèle.

Les essais drainés à déformation alternés sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 100 \text{ KPa}$ ) (Mohkam 1983) [46] présentent la particularité de solliciter l'échantillon en compression au cours de chaque cycle, ce qui met en évidence le comportement particulier du sable lors de l'inversion du sens de chargement en extension : un fort compactage, nonsymétrique suivant la direction de chargement, associé à une allure particulière de la courbe déviateur-déformation axiale qui présente une faible pente au rechargement au cours de l'extension (Figure II.6 et Figure II.7).



**Figure II.6-** Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 100\text{KPa}$ ) (Mohkam 1983)

Sept cycles après le chargement primaire

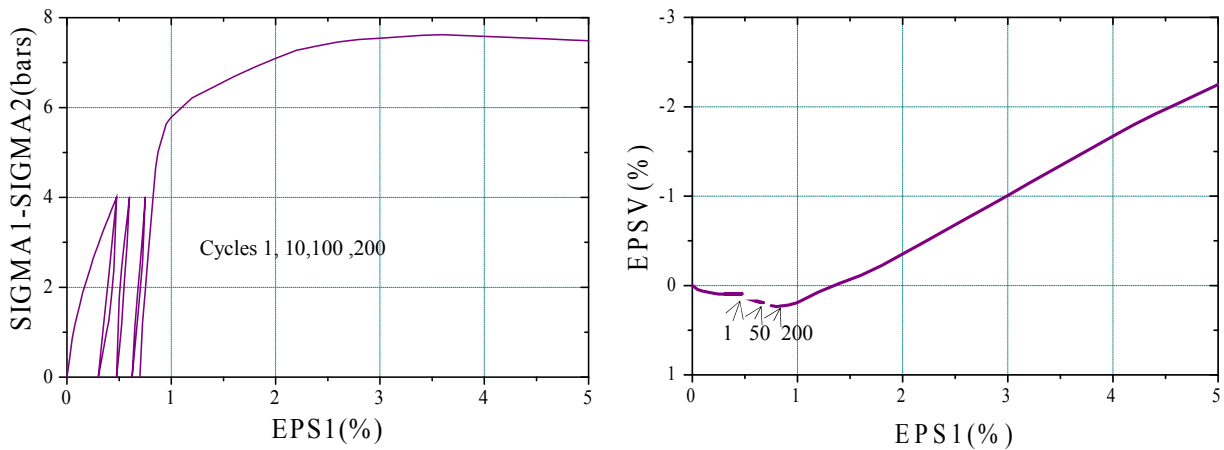


**Figure II. 7 –** Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 400\text{KPa}$ ) (Mohkam 1983)

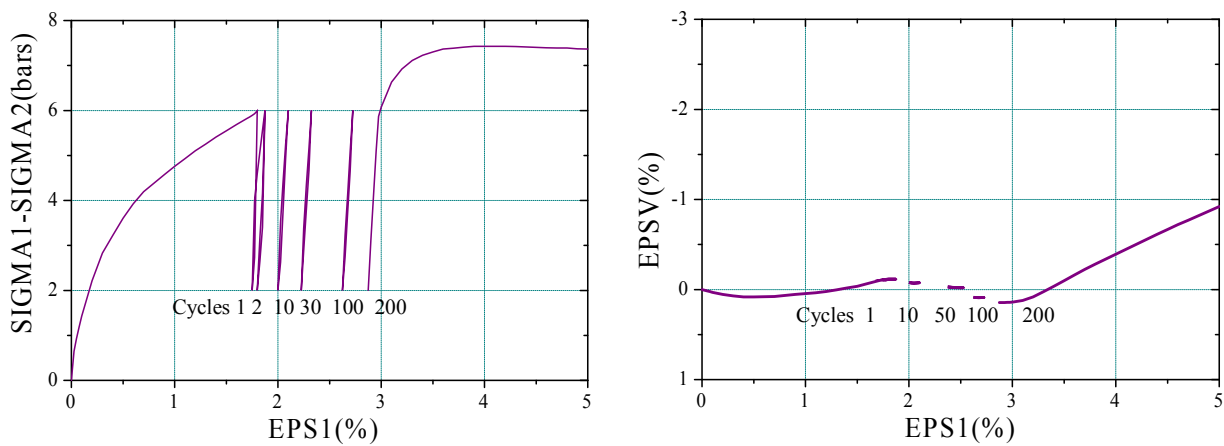
Deux cycles après le chargement primaire

**1.1.4. Essais à grand nombre de cycles**

Il s'agit cette fois d'évaluer l'effet global du cyclage, pour des cycles où le déviateur reste en compression (essais ondulés ou éventuellement répétés) (Figure II.8 et Figure II.9) sur des essais triaxiaux drainés comportant 200 cycles à contraintes imposées en compression sur du sable d'Hostun très dense ( $e=0.45\sim 0.46$ ) (Thanopoulos, 1981) [48]



**Figure II. 8** – Essai drainé répété sur le sable dense d’Hostun ( $p_c=200\text{KPa}$ ) (Thanapolos 1981)



**Figure II. 9** – Essai drainé ondulé sur le sable dense d’Hostun ( $p_c=200\text{KPa}$ ) (Thanapolos 1981)

### 1.2. Essais de Yamada sur le sable de Fuji River

Il s'agit d'essais tridimensionnels réalisés à l'appareil véritable triaxial de chargements monotone et cyclique sur le sable lâche de Fuji River ( $e=0.83 \sim 0.85$ ) [46]. La contrainte de confinement est égale à 98 kPa :

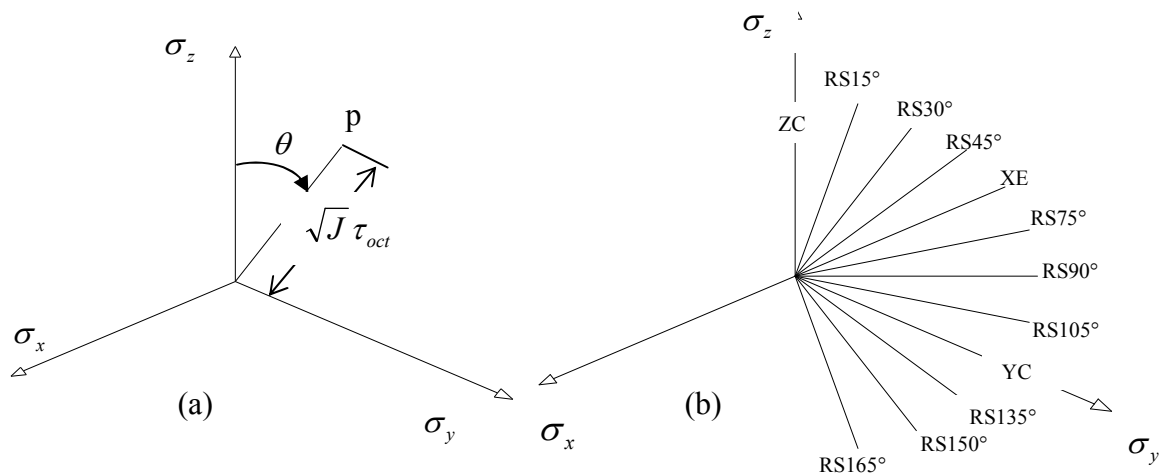
- Essais radiaux monotones avec un angle de Lode constant au cours du chargement (Yamada et Ishihara, 1979 ; 1981). En outre, lors de chaque chemin de sollicitation, la contrainte effective moyenne  $p$  est constante pour le cas drainé, ou bien la pression totale

$p'$  est bloquée pour le cas non drainé. Treize essais ont été réalisés ( $\theta(^{\circ})=15j, j=0 \text{ à } 12$ ).

Où l'angle  $\theta$  définit la direction de chargement :

$$\theta = \arctan \left[ \frac{\sqrt{3}(\sigma_y - \sigma_x)}{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y} \right] \quad (\text{II.1})$$

La figure II.10 (a) montre la contrainte dans le plan déviatorique. L'ensemble des chemins de contrainte des essais est illustré sur la figure II.10 (b).



**Figure II.10-** Chemins de contrainte dans le plan déviatorique (Yamada et Ishihara, 1979 ; 1981)

- Essais cycliques uni-directionnels en condition non drainée avec :
  - chemin de contrainte dans les directions  $\theta=0^{\circ}$  et  $\theta=180^{\circ}$  ;
  - chemin de contrainte dans les directions  $\theta=90^{\circ}$  et  $\theta=270^{\circ}$ .
- Essais cycliques multi-directionnels en condition non drainée avec chemin de contrainte entrecroisé entre la direction verticale  $\theta=0^{\circ}-180^{\circ}$  et la direction horizontale  $\theta=90^{\circ}-270^{\circ}$  ;
- Essais rotationnels en condition non drainée avec :
  - chemin de contrainte circulaire ;
  - chemin de contrainte elliptique.

### 1.3. Essais du Workshop de Cleveland

Dans le cadre d'une coopération franco-américaine [46], le Workshop de Cleveland « Constitutive Equations for Granular non cohésive Soils », a été organisé (1987) à Cleveland par Case Western Reserve University et l'Institut de Mécanique de Grenoble (l'IMG). Deux matériaux ont été utilisés : le sable dense d'Hostun et le sable de Reid Bedford (U.S.A) de densité moyenne. Deux appareils ont été utilisés à la fois pour la réalisation des essais : l'appareil véritable de l'Institut Mécanique de Grenoble (IMG) (presse 3D) et l'appareil de torsion au cylindre creux de Case Western Reserve University.

Un vaste programme expérimental a été réalisé pour chacun des appareils avec les deux matériaux. Ce programme comprend :

- essais monotones axisymétriques et radiaux dans le plan déviatorique à directions des contraintes principales fixes ;
- essais circulaires (2 cycles) dans le plan déviatorique à directions des contraintes principales fixes mais avec une permutation de la direction des contraintes principales majeur et mineure ;
- essais de torsion cycliques (5 cycles) à directions des contraintes principales tournantes

### 1.4. Essais sur le sable de Toyoura (Japon)

Il s'agit d'essais très complexes destinés à explorer l'effet de l'anisotropie sur la réponse du sable aux rotations continues des directions de contraintes principales lors de chemins cycliques en condition drainée et non drainée (Ishihara et Towhara, 1983 ; Ishihara et Momenzadeh, 1983) [46].

### 1.5. Essais sur le sable de Fontainebleau (France)

Des essais triaxiaux ont été réalisés par Dano en 2001 [13] sur le sable de Fontainebleau, qui est un sable fin siliceux et de granulométrie uniforme. La figure II.11 illustre les évolutions du déviateur des contraintes et de la déformation volumique lors d'essais triaxiaux consolidés drainés réalisés par Dano, pour différentes valeurs de la contrainte de confinement et un indice de densité relative  $I_d$  d'environ 85%.

Les évolutions du déviateur et de la déformation volumique montrent qu'il s'agit d'un sable dense, au comportement purement frottant. Ces résultats montrent particulièrement que la résistance maximale est fonction de la contrainte moyenne : le pic de contraintes est d'autant plus élevé que la contrainte latérale autour de l'échantillon est importante. D'abord contractant, le comportement volumique devient ensuite dilatant : le taux de dilatance maximale, qui décroît avec la contrainte latérale, coïncide avec le pic du déviateur.

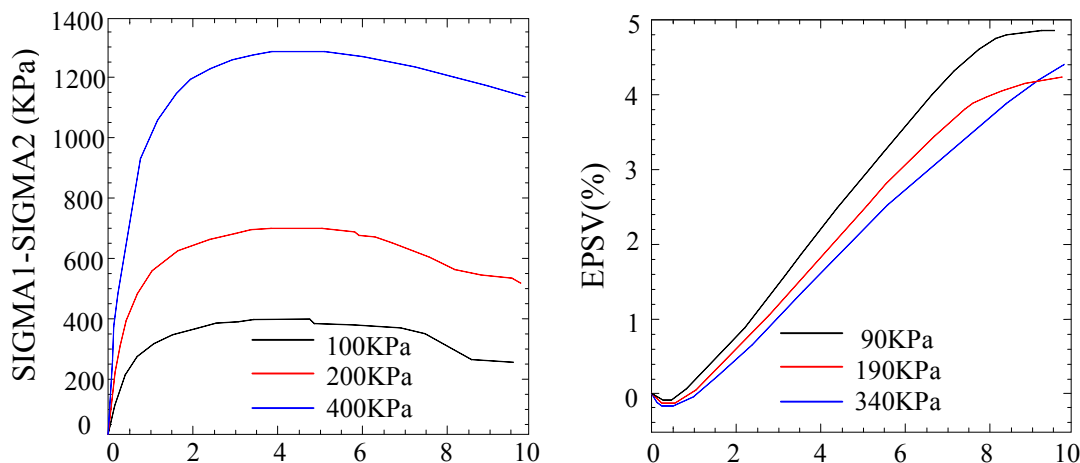


Figure II.11- Essais triaxiaux sur le sable de Fontainebleau (Dano, 2001)

### 1.6. Essais sur le sable de mer de Zemmouri (Algérie)

Lors des essais de compression drainée (figures II.12a et II.12b), on observe que le déviateur de contraintes augmente avec la pression de confinement. Concernant les courbes  $(\epsilon_v, \epsilon_1)$ , on remarque que l'allure des déformations volumiques présente une phase de contractance réduite pour les faibles pressions de confinement suivie par une phase de dilatance plus importante lorsque la pression de confinement est faible. En ce qui concerne le pic observé sur certaines courbes, ce le dû essentiellement à la forte densité de l'échantillon [3].

Lors des essais de compression non drainée (figures II.13a et II.13b), on remarque le seuil augmente avec la pression de confinement. La pression interstitielle augmente au début du chargement jusqu'à un seuil donné puis diminue jusqu'à la rupture (si on décharge on remarque que la pression interstitielle augmente rapidement) [3].

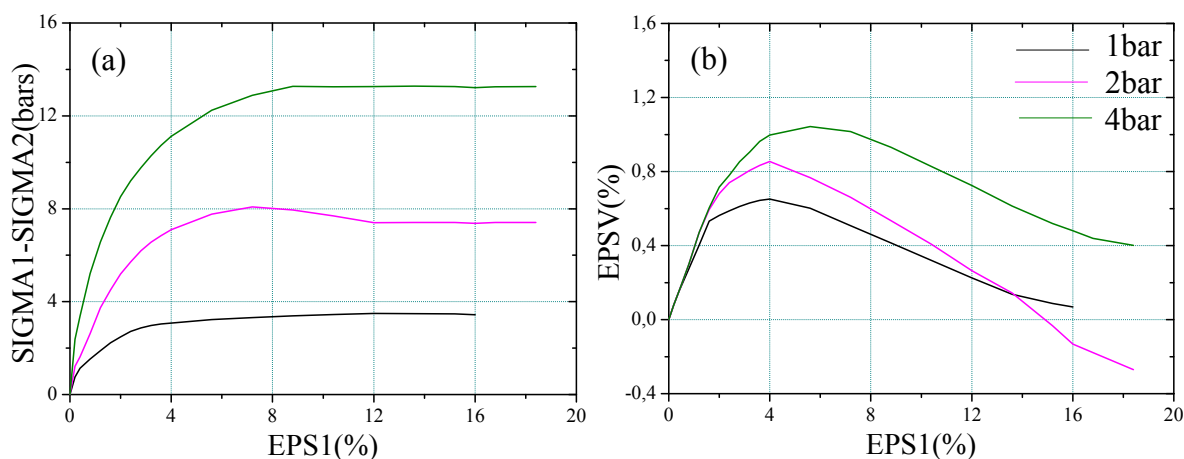
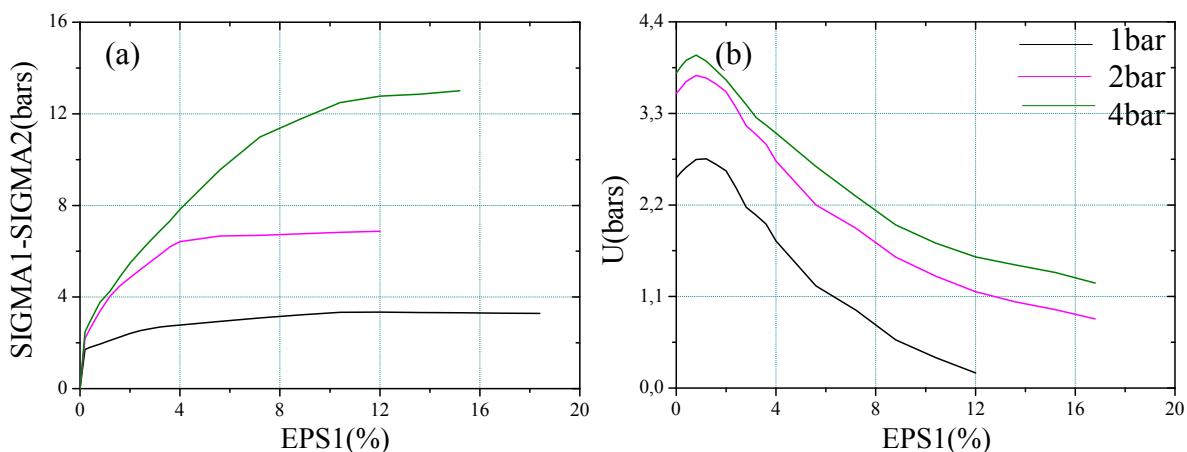


Figure II.12-Essais triaxiaux en compression drainée sur le sable de mer Zemmouri (Bekki, 1999)



**Figure II.13**-Essais de compression non drainée sur le sable de Zemouri (Bekki, 1999)

## 2. LES ESSAIS NON HOMOGENES REALISES PAR LES DIFFERENTS AUTEURES

L'analyse expérimentale des champs de contraintes dans les sols présente une grande importance pour les recherches actuelles sur le fonctionnement mécanique des ouvrages géotechniques. Les résultats expérimentaux permettent d'alimenter les bases de données nécessaires pour le développement des méthodes de prévision théorique du comportement mécanique des ouvrages ; par ailleurs, ils permettent la validation et le développement des analyses expérimentales sur modèles réduits.

Les simulations sur ouvrages en modèles réduits permettent de bien contrôler les caractéristiques géométriques et mécaniques à des coûts beaucoup moins onéreux. La transposition des résultats obtenus aux ouvrages réels nécessite alors une analyse approfondie attire l'attention sur les effets d'échelles, notamment ceux qui sont liés à la localisation des déformations et à la formation des surfaces de glissement.

### 2.1. Études expérimentales du comportement des fondations superficielles

La validation des modèles sur ouvrages nécessite une bonne connaissance des conditions aux limites de l'ouvrage et des matériaux utilisés. Plusieurs approches peuvent être utilisées, chacune d'elles présentant des avantages et des inconvénients. On distinguera donc dans ce qui suit cinq grands types d'expérimentation, selon que le sol testé a été reconstitué ou non, selon que les essais ont été réalisés sur des modèles réduits ou des plaques de grande taille ( $B > 0.5m$ ), selon que les charges ont été mesurées ou estimées. Le tableau II.5 rappelle les catégories d'expérimentation considérées et leurs caractéristiques (d'après [34]).

L'étude bibliographique réalisée concerne essentiellement les expérimentations menées dans l'actuelle communauté européenne, en Amérique du Nord et au Japon, pour lesquelles un accès aux données de base (thèses ou rapport de recherche) a été possible.

**Tableau II.1** : Les différents types d'expérimentations et leurs principales caractéristiques

Catégories		Code	Sol	Rupture	Tassement	Charge
modèles réduits	laboratoire	A	reconstitué	Oui	Oui	mesurée
	Centrifuge	B	reconstitué	Oui	Oui	mesurée
Grandes fondations	Cuves	C	reconstitué	Oui	Oui	mesurée
	En place	D	naturel	Oui	Oui	mesurée
Ouvrages réels		E	naturel	Non	Oui	estimée

#### 2.1.1. Centrifugeuse du LCPC



A la fin des années 1980 d'après [34], les essais sur modèles centrifugés se développent et progressivement se substituent ou complètent les expérimentations réalisées en laboratoire sur modèles réduits et in situ sur sols en place. Plusieurs études sont menées sur le comportement des fondations superficielles, en particulier aux États-Unis (Gemperline, 1984), au Japon (Kusakabe, 1981 ; Kimura, 1985 ; Terashi, 1987) et en France (Garnier et Rault, 1988), sur la centrifugeuse du LCPC installée à Nantes, ou deux thèses consacrées à la portance des fondations en bord de pente (Bakir, 1993a) et l'autre sur l'effet de la combinaison des actions (Maréchal, 1999) sont particulièrement à noter.

Ce développement a été nécessaire à cause de la forte dépendance du comportement du sol, et en particulier de sa déformabilité, de l'état de contrainte auquel il est soumis. Le comportement des modèles réduits traditionnels, au sein desquels les contraintes sont faibles, n'est donc pas représentatif du comportement des ouvrages réels (ouvrages prototypes).

La centrifugation des modèles réduits, qui établit l'intensité des contraintes au niveau qui existe dans les ouvrages prototype, permet d'assurer que le comportement du matériau des modèles sera, sous cet aspect, voisin de celui qui est en jeu dans l'ouvrage réel.

L'égalité des contraintes entre le modèle et le prototype impose que, si l'échelle du modèle réduit par rapport au prototype est  $1/n$ , le facteur déterminant l'état des contraintes de la maquette soit multiplié par  $n$ . Ainsi, la centrifugation doit permettre d'appliquer au modèle une accélération égale  $a_c = ng$  pour rétablir l'intensité des contraintes dues aux forces de volume dont l'origine est la pesanteur.

Les forces d'inertie induites par la centrifugation agissent alors au niveau de chaque particule du modèle d'une façon similaire à l'intensité de la pesanteur (l'accélération gravitationnelle)  $g$ . On observe que, pour obtenir une accélération centrifuge quasi-uniforme, comme dans le cas du champ gravitationnel terrestre, les dimensions du modèle doivent être relativement petites par rapport au rayon de rotation de son centre de gravité.

### 2.1.2. Expérimentation de fondation en cuve

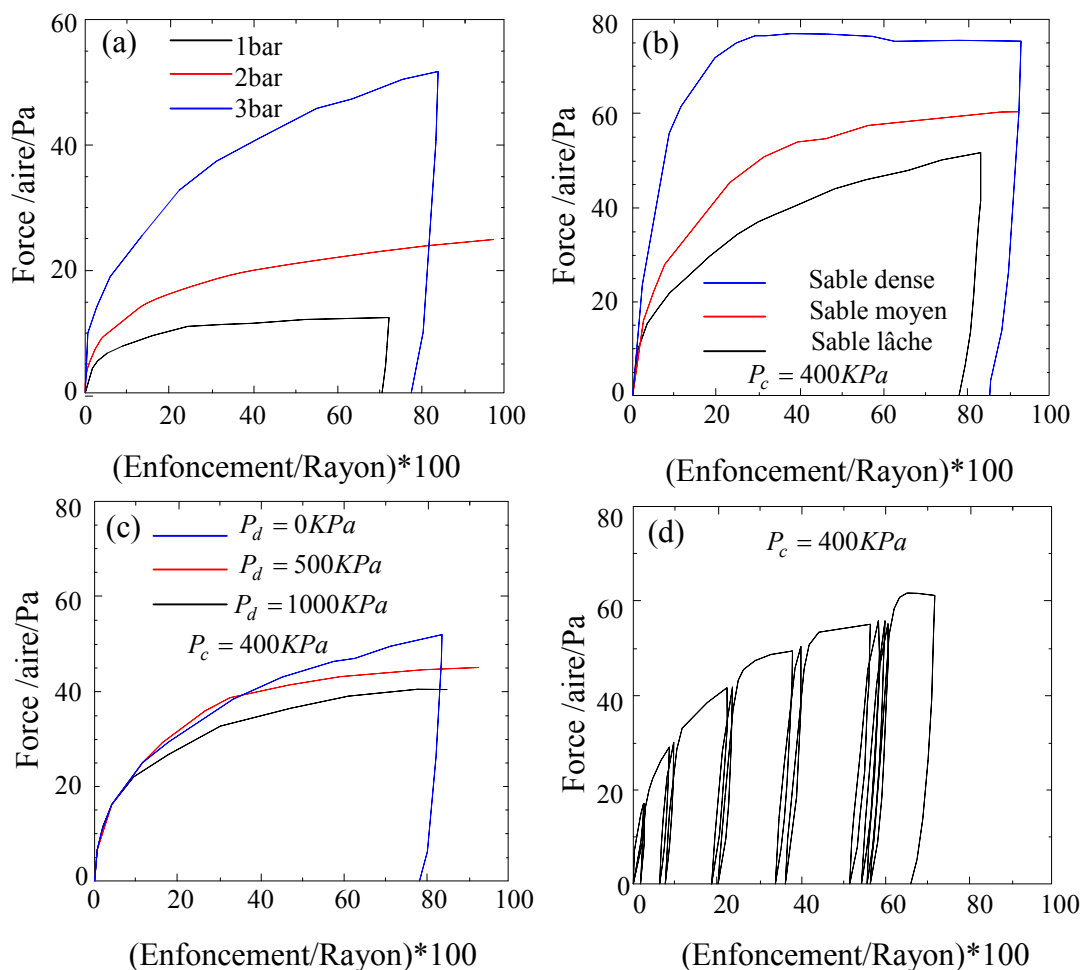
L'expérimentation a été réalisée à l'INSA de Lyon (Berriche, 1988) en 1987, et à l'Institut de Mécanique de Grenoble (Labanieh, (Greco-France 1990)) avec quelques différences au niveau de l'acquisition des données et du mode de chargement (essais de longue durée à l'INSA et courte durée à l'IMG). Malgré ces différences, les mesures des forces et des déplacements étaient très proches, ce qui minimise l'effet laboratoire (d'après [12]).

L'expérimentation consiste à enfoncer une semelle circulaire de 0.4m de diamètre dans du sable lâche disposé dans une cuve cylindrique de 1.5m de diamètre et de 0.6m de profondeur. Les essais triaxiaux pour la formulation de la loi de comportement sont ceux réalisés par Doanh (ENTPE) (d'après [12]), ils comportent des essais drainés à pressions de confinement de 100 et 400KPa, l'indice des vides était de 0.78. L'enforcement de la semelle appliqué est réalisé dans un sable à densité initiale de 1.4. Le chargement vertical est centré, effectué par paliers avec un nombre limité des cycles. Au cours de ces essais les contraintes dans le massif de sol sont faibles (de l'ordre de 10KPa) ce qui pose un problème pour la validation des modèles. En effet, il est difficile de trouver des essais homogènes réalisés à ce niveau de contraintes pour la détermination des modèles.

### 2.1.3. Expérimentation d'une embase dans une chambre de calibration

Al –Mukhtar (1987) [1] a effectué des essais d'enfoncement d'une embase circulaire de 50mm de diamètre dans un échantillon de sable de 180mm de diamètre, placé dans une cellule triaxiale (modifiée). De nombreux chemins de sollicitations ont été réalisés (Figure II.14) : des essais sur échantillon soumis initialement à un confinement isotrope ou anisotrope, monotones ou cycliques, en conditions drainée ou non drainée.

Les essais utilisés pour la formulation de la loi de comportement sont ceux de Mohkam (1983) à l'appareil triaxial. Ces expérimentations permettent de valider les modèles sur une gamme de contraintes assez élevées.



**Figure II.14-** Essais d'enfoncement de l'embase dans la chambre de calibration (a) : Essais à différentes contraintes de confinement ;(b) : Essais à différentes densités ;(c) : Essais à déviateur de contrainte non nul ;(d) : Essais cycliques (Al-Mukhtar, 1987) [1]

#### 2.1.4. Chambre triaxiale de l'Ecole centrale de Nantes

Pour les mêmes raisons que celles qui ont conduit au développement des expérimentations sur modèles centrifugés en géotechnique, les grandes chambres triaxiales ont connu un développement important ces dernières décennies. Elles permettent en effet d'appliquer des contraintes au sol proche de celles appliquées en réalité et permettent dans ces conditions d'étudier la réponse des équipements destinés aux mesures in situ (pénétromètres, sondes pressiométriques, capteurs des contraintes totales) [4].

Historiquement, la première grande cellule triaxiale a vu le jour au Mexique, à la fin des années 60, pour répondre à une problématique liée aux barrages en enrochements (Marsal, 1967). De conception originale, elle demeure l'une des plus grandes cellules construite à ce jour : les échantillons avaient un diamètre de 1130mm. Malheureusement, peu de résultats expérimentaux ont été publiés. Dans les années 90 sont apparues plusieurs cellules triaxiales de dimension plus modeste mais d'utilisation plus intense. On peut citer les cellules de :

- Cermès (France - diamètre des échantillons : 300mm),
- L'Université de Catalogne (Espagne – diamètre des échantillons : 250mm),
- L'Université de Tokyo (Japon – diamètres des échantillons : 300mm et 1500mm),
- GeoDelft (Pays-Bas – diamètre des échantillons : 400mm),
- L'Université de Karlsruhe (Allemagne – diamètre des échantillons : 800mm),
- L'Université de Berkeley (Etats-Unis - diamètre des échantillons : 915mm)

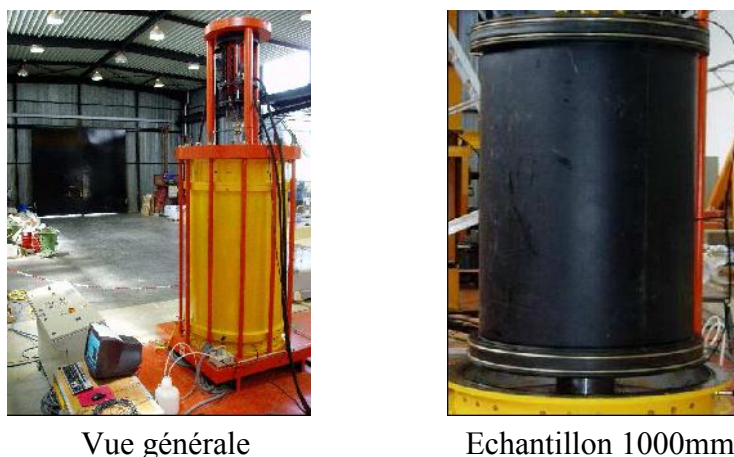
A ce petit nombre de cellules, il convient d'ajouter dorénavant la nouvelle cellule triaxiale de grande taille installée à Nantes et décrite ci-après.

##### a. Présentation de la cellule triaxiale de grande taille

Cette nouvelle cellule triaxiale de grande taille se veut, dans son principe, relativement proche des cellules conventionnelles. Elle a pour vocation, une fois validée, de permettre l'étude du comportement des sols naturels et des sols grossiers.

Evolutive, elle peut aussi être modifiée pour servir de chambre de calibration. De forme cylindrique, aux dimensions imposantes (2,56m<sup>2</sup> de surface au sol, 4,35m de hauteur, masse totale comprise entre 10 et 15 tonnes), installée sur une dalle d'essais précontrainte et rigide, cette cellule présente certaines particularités (Figure II.15) :

- Elle est modulable puisque on peut reconstituer et tester différents volumes de sol. Actuellement, il est possible de préparer des échantillons de 1000mm de diamètre et 1500mm de hauteur (élancement : 1,5).
- l'enceinte de pression est en fait une enceinte à double parois pour une mesure précise des variations de volume des échantillons en phase de cisaillement. La paroi intérieure, soumise sur ces deux faces à la même pression, ne se déforme pas et le volume intérieur à cette paroi reste par conséquent constant.
- l'effort vertical est appliqué au moyen d'un vérin hydraulique simple effet amovible de 1000 kN que l'on peut piloter en force ou en déplacement.
- La cellule est dimensionnée pour une gamme de pressions de confinement allant de 100 à 1000 kPa. L'étanchéité est en partie assurée par douze tirants de précontraints verticaux.



**Figure II.15-** Chambre triaxiale de l'Ecole Centrale de Nantes [4]

### **b. Protocole expérimental**

Les essais ont été réalisés aux contraintes de confinement (90, 190 et 340 kPa) à mi-hauteur des échantillons puisqu'il existe une différence de contrainte latérale entre les faces inférieures et supérieures des échantillons (1,5m de hauteur) de 15 kPa. Le cisaillement est conduit avec des vitesses de déformation relativement proches de  $4.65 \times 10^{-6} s^{-1}$ . Cependant, cette vitesse s'est révélée être trop importante pour le confinement de 90 kPa. La contrainte latérale a subi des variations importantes en cours d'essai. La diminution de la vitesse de déformation ( $2.7 \times 10^{-6} s^{-1}$ ) permettrait d'éliminer ce problème.

Le matériau utilisé est le sable de Loire est un matériau alluvial qui a fait l'objet de deux campagnes de caractérisation physique et mécanique. Les études granulométriques réalisées avant les essais triaxiaux montrent que le diamètre moyen des particules  $d_{50}$  est d'environ 500  $\mu m$  et que le coefficient d'uniformité  $C_u$  vaut 3,2. Le poids volumique solide des grains vaut 26,2 kN/m<sup>3</sup>. Enfin, les poids volumiques minimal et maximal sont respectivement de 15,1 kN/m<sup>3</sup> et 18,5 kN/m<sup>3</sup>.

### **c. Résultats expérimentaux**

Les résultats obtenus sur les échantillons de 1000mm de diamètre sont en accord avec les connaissances actuelles sur le comportement des sables denses dilatants (Figure II.16) : croissance du déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale jusqu'à un pic au-delà duquel il diminue, dépendance du déviateur et du module tangent à l'origine avec la contrainte latérale, comportement volumique comportant une phase de contractance suivie d'une phase de dilatance.

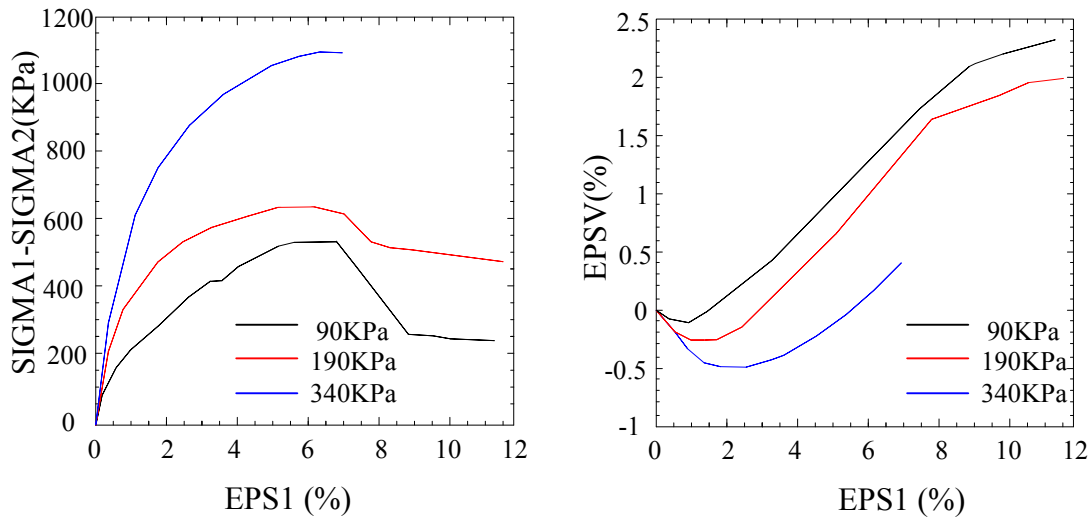


Figure II.16- Essais triaxiaux sur la configuration 1000mm de diamètre

## 2.2. Les essais sur pieux

Le dimensionnement des pieux s'effectue actuellement à l'aide de méthodes de calcul reposant principalement sur l'expérience (essais en place) et des bases théoriques simplifiées, rapprochées de la réalité par des coefficients correcteurs. De tels essais ont été effectués en grand nombre par le laboratoire Central des Ponts et Chaussées de France (LCPC) et par l'Institut Français de Pétrole (IFP) (Baguelin et al., 1975 ; Puech, 1980 ; Bustamante et Gianceselli, 1981) [44], [43].

L'une des difficultés des essais sur pieux réside dans la connaissance du sol et les mesures de déplacement autour du pieu, pour comprendre l'interaction avec le sol et pour disposer des informations nécessaires pour valider les méthodes de calcul modernes en éléments finis.

Ces essais constituent la clé des évolutions futures de la mécanique des sols et des fondations, car ils apportent une connaissance détaillée des mécanismes rhéologiques qui expliquent la résistance des massifs de sols aux sollicitations qui leur sont appliquées. L'autre type d'essais, actuellement très fréquent, concerne les expérimentations sur modèle de pieux en laboratoire.

### 2.2.1. Essais en laboratoire sur micro-pieux

Ces essais sont réalisés dans des cuves remplies de sable ou d'argile en laboratoire (LCPC). Des modèles réduits de pieux (en bois ou en acier) ont été enfoncés dans ces matériaux, en observant soigneusement les déplacements verticaux et horizontaux des sols pendant le fonçage. Ces essais ont été effectués dans deux types de cuves :

- Des cuves planes dans les quelles le sol est placé entre deux parois verticales assez rapprochées ;
- Des cuves tridimensionnelles en forme de boîte parallélépipédique dans les quelles le pieu est foncé au milieu de la cuve.

Des essais similaires ont été effectués aussi par l'Institut Français de Pétrole (IFP). On cite entre autres les essais de pieux battus avec une pointe plate ou conique, des essais de pieux forés-cimentés et des essais de mini-pressiomètre, sur des sables de densité différente. La cuve utilisée est en forme d'enceinte remplie de sable dans le quelle le confinement du matériau est assuré [44].

### 2.2.2. Essais sur pieux battus en vraie grandeur

Ces essais sont effectués par battage des pieux, en vraies grandeurs construites en béton armé. L'état de sol est étudié avant et après battage des pieux. La distance entre pieux est choisie aussi petite afin de limiter la dispersion des résultats que pourrait provoquer la variabilité des propriétés naturelles des sols, tout en évitant l'interaction des pieux.

Ce type d'essais permet de déterminer la charge de service verticale et horizontale admissible ainsi que les enfoncements verticaux et les déplacements horizontaux correspondants en tête, afin d'évaluer le comportement du système sol-fondation et de contrôler la compatibilité avec la structure de l'ouvrage [8]. La première expérimentation a eu lieu (1978-1979) sur le site de Plancoët où le sol est constitué d'une alternance de silts et sables lâches, alors que la deuxième a eu lieu (1979-1980) sur une zone constituée de sédiments argileux fins, située à Cran (Morbihan). L'objet de cette expérimentation en vraie grandeur est l'étude du comportement des fondations profondes en milieux argileux et sableux sollicités à l'arrachement [43].

## 3. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les essais de laboratoire ont mis en évidence plusieurs aspects de comportement pour les sables, et ont permis de montrer l'effet de certains facteurs ayant une influence significative sur les résultats obtenus.

### 3.1. Aspects de Comportement des sables

#### 3.1.1. Phénomène de contractance-dilatance

A partir d'un état de contraintes isotropes de confinement maintenant constant et en augmentant la contrainte déviatorique, on observe une déformation volumique qui est d'abord une contraction, puis qui ralentit, s'annule dans le cas d'un sable lâche ou s'inverse avec un sable dense pour remettre un désenchevêtrement des grains avant les grands déplacements relatifs. Le foisonnement constaté, appelé dilatance, est d'autant plus important que l'arrangement initial était compact (Figure II.17).

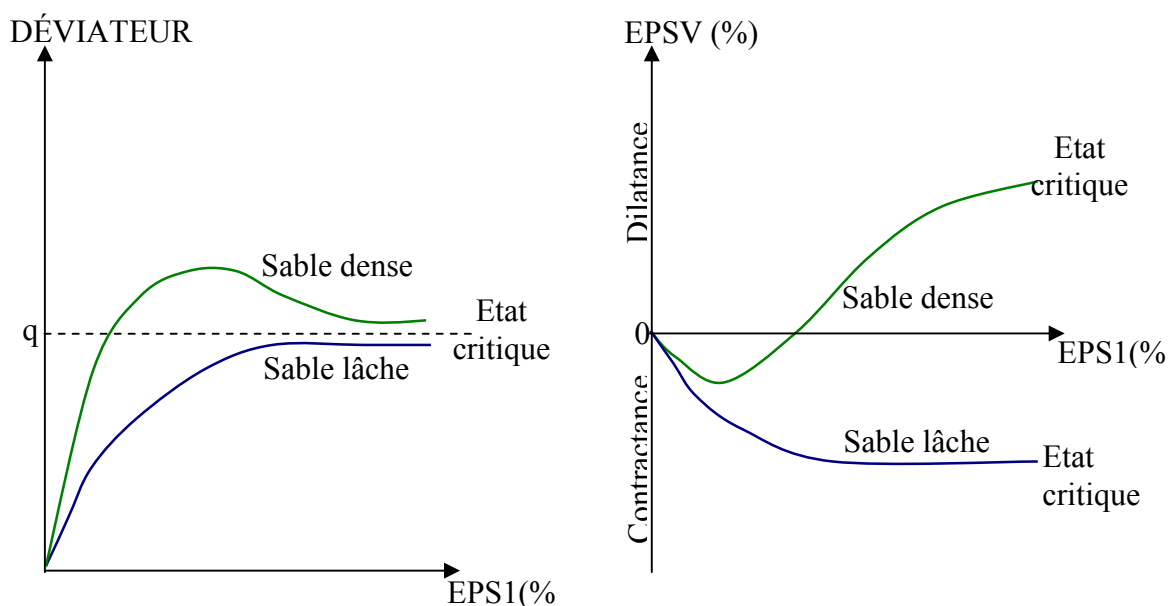


Figure II.17 - Comportement des sables sous cisaillement drainé

### 3.1.2. Concept d'état critique

Les résultats expérimentaux obtenus sur les sables au cours d'un essai triaxial montrent que, lorsque l'éprouvette atteint le palier d'écoulement plastique, le sable se trouve dans un état caractérisé par une non variation du volume par rapport à un rapport de contraintes  $q/p$  constant. Cependant, la déformation déviatorique plastique peut augmenter indéfiniment. Cet état est appelé « état critique ». La surface d'état critique est définie dans l'espace  $(p, q, e)$  et sa projection dans les plans  $(p, q)$  et  $(e, p)$  sont gouvernées respectivement par les équations suivantes :

$$q = M \cdot p \tag{II.2}$$

$$e = \Gamma - \lambda \cdot \ln p \tag{II.3}$$

Où  $\lambda$  et  $\Gamma$  sont des paramètres expérimentaux et  $M$  le rapport des contraintes à la rupture défini par :

$$M = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \tag{II.4}$$

### 3.1.3. Concept d'état caractéristique

Les essais triaxiaux conventionnels permettent de définir de façon simple, par le niveau de contrainte correspondant au passage de la déformation volumique dilatante, un état caractéristique du sol associé à :

- Un taux de variation de volume nul ;
- Un seuil de changement de la phase de contractance à la phase de dilatance. L'angle  $\varphi_c$  associé à ce seuil est donné par la relation  $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_c}{2} \right)$  caractérise la capacité

d'enchevêtrement du matériau (Kirk Patrick) [33]. L'angle  $\varphi_c$  (caractéristique) est un facteur intrinsèque du matériau.

Ainsi l'état caractéristique sépare dans le domaine des contraintes admissibles deux types de comportement rhéologique du sol : contractant dans le domaine subcaractéristique délimité dans le domaine  $(p, q)$  par la ligne caractéristique **LC**, (figure II.18), et dilatant dans le domaine surcaractéristique jusqu'à la limite de la rupture **LR**, existant ou non, comme c'est le cas des sables lâches. Dans ce dernier cas, l'état caractéristique s'identifie à l'état critique.

Il est à noter que la ligne d'état caractéristique est appelée aussi ligne de changement de phase (line of phase transformation) [40].

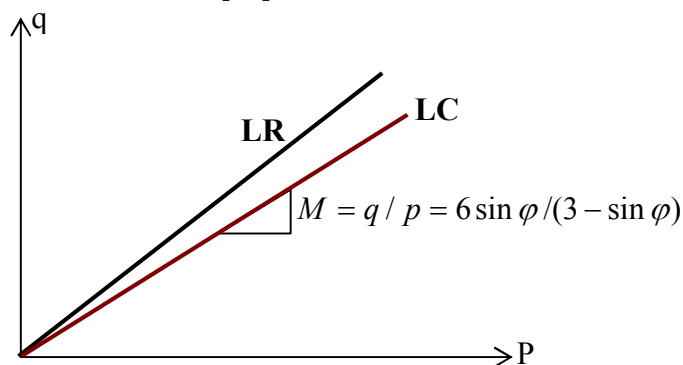


Figure II.18 – Critère caractéristique

### 3.2. Facteurs influant sur le comportement des sables

#### 3.2.1. Effet de la pression de confinement

On remarque cet effet, en réalisant des essais triaxiaux sur des échantillons de sable fin d'Hostun à différentes pressions de confinement (Chehade, 1989) [11].

On observe une augmentation du déviateur de contrainte avec la contrainte de confinement (Figure II.19a et Figure II.20a).

Concernant les courbes déformations volumique-déformation axiales, on remarque que la phase de contractante augmente avec la pression de confinement (Figure II.19b et Figure II.20b). Le même effet est remarqué sur les essais de compression non drainée.

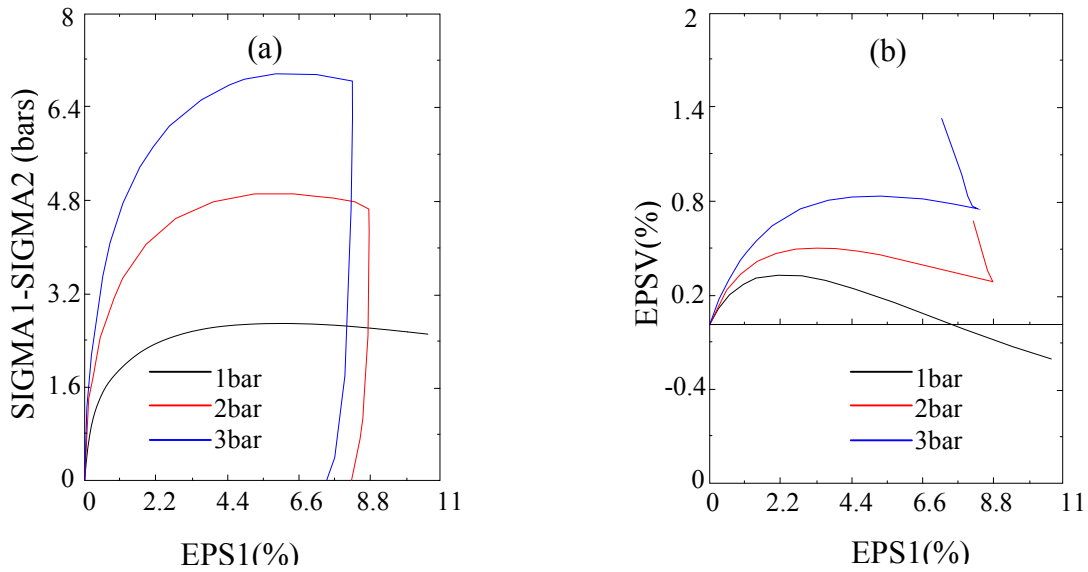


Figure II.19- Essais de compression drainée (Chehade, 1989)

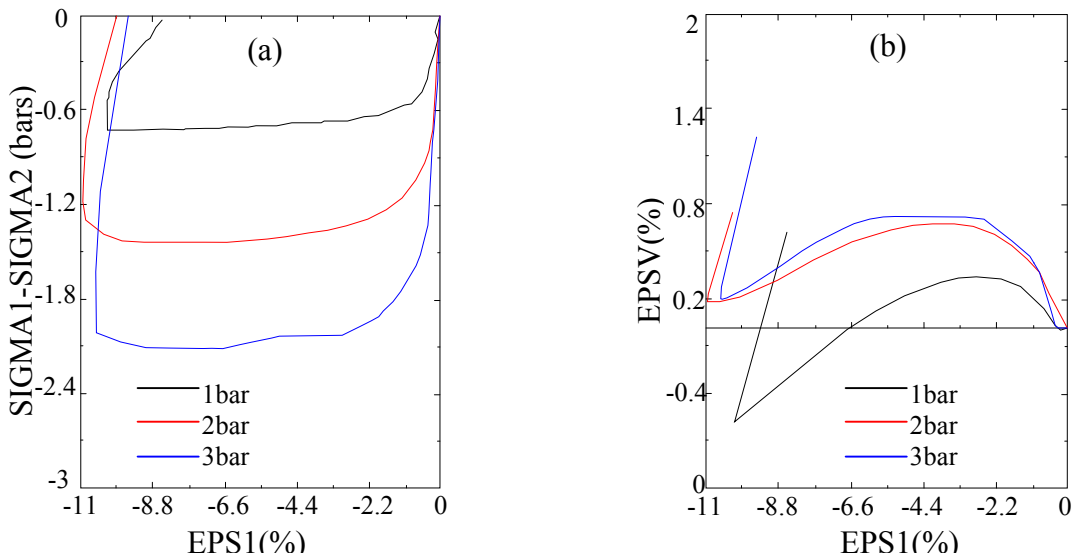


Figure II.20- Essais d'extension drainée (Chehade, 1989)



### 3.2.2. Effet de la densité initiale

En variant la densité initiale des échantillons de sables, on peut tirer les remarques suivantes :

- Le déviateur de contrainte augmente avec la densité initiale du matériau, on remarque même un comportement surconsolidé (pic de contraintes) pour les échantillons denses (Figure II.15);
- La densité initiale a une influence remarquable sur les courbes  $(\varepsilon_v - \varepsilon_1)$ , en effet, pour les sables lâches on a contraction contrairement aux échantillons denses qui ont un comportement contractant-dilatant.

## 4. CONCLUSION

Les travaux expérimentaux réalisés dans différents laboratoires ont pour but la construction d'une banque de données destinée à la modélisation du comportement des matériaux granulaires sous chargements monotones et sous chargements cycliques.

En effet, ces essais permettent de:

- Déceler les aspects particuliers du comportement des sables ;
- Valider les hypothèses formulées dans les modèles ;
- Déterminer les paramètres des modèles proposés ;
- Choisir l'incertitude acceptable dans la détermination de paramètres.

Les essais de Mohkam réalisés sur le sable d'Hostun sont choisis pour la formulation et la validation du modèle sous chargements monotones.

# CHAPITRE III

## DEVELOPPEMENT D'UN MODELE DE COMPORTEMENT POUR LES MATERIAUX GRANULAIRES SOUS CHARGEMENT MONOTONE

*Dans ce chapitre et après la présentation d'un modèle classique de type Mohr-Coulomb, nous proposons d'abord une version simple, dite initiale, du modèle qui englobera les concepts courants en rhéologie des géomatériaux, et qui permettra ainsi de décrire, au moins qualitativement les principales caractéristiques du comportement des sols pulvérulents. Nous proposons ensuite une version finale du modèle destiné à reproduire l'aspect de comportement du phénomène de radoucissement (écrouissage négatif).*

*Les deux versions du modèle seront testées sur les essais de Mohkam de compression drainée réalisés sur le sable lâche d'Hostun. On décrit également la façon de déterminer les paramètres du modèle, et l'influence de chacun d'eux sur sa réponse.*

Le choix d'un modèle pour la simulation du comportement des sols pulvérulents repose sur plusieurs critères :

- La cohérence de la conception théorique du modèle ;
- Les aspects essentiels du comportement que le modèle sont destinés à simuler ;
- Le type d'essai (classique ou spécifique) nécessaire à la détermination des paramètres du modèle ;
- Le nombre des paramètres intervenant dans le modèle, leur sens physique ainsi que leur influence sur la réponse du modèle ;
- La connaissance du type de matériau pour lequel le modèle a été développé, la possibilité de simulation pour d'autres matériaux et ses domaines d'application ;
- La nécessité d'adopter un modèle facile à programmer.

Nous allons exposer dans cette partie les différentes étapes ayant conduit au modèle de comportement que nous proposons pour les sols pulvérulents.

Nous avons vu au chapitre I deux notions importantes que le modèle devra produire, à savoir l'érouissage isotrope et une forme de surface de charge voisine de celle de Mohr-Coulomb.

Compte tenu de ces deux remarques et les critères énoncés ci –dessus, nous présentons d'abord un modèle classique de type Mohr-Coulomb, puis nous proposons un modèle basé sur le même critère (possédant une surface de charge inscrite dans celle de Mohr-Coulomb) mais comportant un érouissage isotrope afin de simuler les aspects de comportement des sables.

## 1. MODELE CLASSIQUE DE MOHR-COULOMB

Le modèle est basé sur la théorie de l'élastoplasticité, selon la quelle tout incrément de déformation  $\dot{\epsilon}$  est la somme d'une contribution réversible ou élastique  $\dot{\epsilon}^e$  et d'une contribution irréversible ou plastique  $\dot{\epsilon}^p$  :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p \quad (\text{III.1})$$

Le modèle ne comporte pas d'érouissage et par conséquent le seuil de plasticité est indépendant des déformations plastiques, ce qui nous donne un comportement de type élastique-parfaitement plastique.

### 1.1. Partie élastique

La loi de comportement élastique s'écrit d'une façon générale :

$$\dot{\epsilon} = D \times \dot{\sigma} \quad (\text{III.2})$$

Où D est le tenseur d'élasticité.

Dans le cas d'un solide élastique linéaire homogène et isotrope, cette expression s'écrit sous la forme :

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} (\text{trace}[\sigma]) \cdot \delta_{ij} \quad (\text{III.3})$$

$\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{ij}$  sont respectivement les composantes du tenseur de contrainte et de déformation.  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Le module d'Young  $E$  et le coefficient de poisson  $\nu$  sont des constantes caractéristiques du matériau.

Dans ce qui suit et pour des raisons pratiques, on préfère définir les relations de comportement en termes d'invariants des tenseurs  $\sigma$  et  $\varepsilon$ .

Ainsi, en fonction des deux premiers invariants de  $\varepsilon^e$  et  $\sigma$ , la relation (III.3) devient :

$$\begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K^e & 0 \\ 0 & 3G^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_v^e \\ \varepsilon_d^e \end{Bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

$$\text{Avec } K^e = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad G^e = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{III.6})$$

$p$  représente la contrainte moyenne ;  $P = \frac{1}{3}(\text{trace} \sigma)$

$q$  représente le déviateur de contrainte, dans le cas d'essai triaxial de révolution ;  
 $q = \sigma_1 - \sigma_3$

$K^e$  et  $G^e$  sont appelés respectivement, module de compressibilité élastique et module de cisaillement élastique.

## 1.2. Critère de rupture

Le critère de rupture de type Mohr-Coulomb (Figure III.1) ; définissant deux droites dans le plan  $(\sigma, \tau)$ , et s'écrivant :

$$F(\sigma) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2c \cdot \cos \varphi = 0 \quad (\text{III.7})$$

Où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  représentent les contraintes principales extrêmes ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) et le paramètre  $c$  est la cohésion du matériau et  $\varphi$  l'angle de frottement interne.

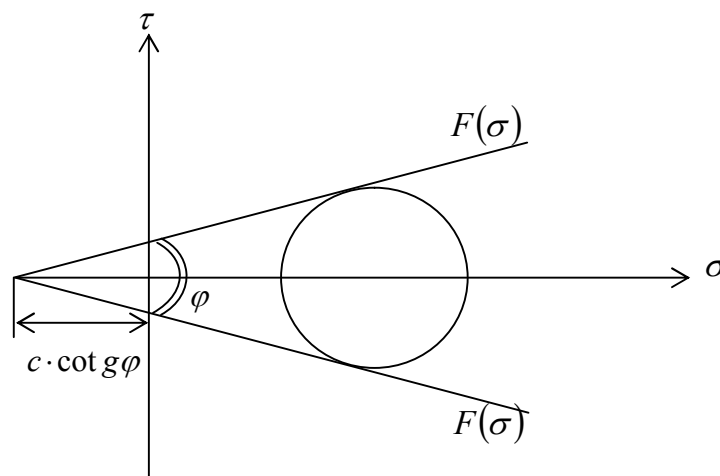


Figure III.1 – critère de rupture de Mohr-Coulomb

Ce critère s'écrit en fonction des invariants de  $\sigma$ , sous la forme :

$$F_m(q, p) = |q| - M_f(p + C) \quad (\text{III.8})$$

Où  $M_f = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}$  en compression (III.9)

$$M_f = \frac{6 \sin \varphi}{3 + \sin \varphi} \text{ en extension} \quad (\text{III.10})$$

$$C = c \cdot \cot g \varphi \quad (\text{III.11})$$

Dans ce cas, le critère de Mohr-Coulomb est confondu avec la fonction de charge puisqu'il délimite dans l'espace de contraintes deux domaines ; le domaine élastique où les déformations sont purement élastiques et le domaine plastique où les déformations sont illimitées (parfaitement plastiques).

### 1.3. Potentiel plastique

Le potentiel plastique s'écrit, en fonction des invariants de contraintes :

$$g(q, p) = |q| - M_g(p + C) \quad (\text{III.12})$$

Avec  $M_g = \frac{6 \sin \psi}{3 - \sin \psi}$  en compression (III.13)

$$M_g = \frac{6 \sin \psi}{3 + \sin \psi} \text{ en extension} \quad (\text{III.14})$$

Où  $\psi$  est l'angle de dilatance.

Dans le cas d'une loi élastique-parfaitement plastique, les multiplicateurs de plasticité demeurent indéterminés. Le calcul élastoplastique, d'une façon générale, est présenté dans l'annexe A.

### 1.4. Test du modèle sur les essais de Mohkam en compression drainée

Les essais choisis pour tester le modèle sont ceux de Mohkam en compression drainée, réalisés sur le sable lâche d'Hostun, Ces essais ont été déjà présentés au chapitre II.

Pour simuler ces essais, on a mis au point un programme de calcul basé sur la théorie de l'élastoplasticité et intégrant de Mohr-Coulomb décrit ci-dessus (Annexe B).

#### 1.4.1. Détermination des paramètres

Puisque un nouveau modèle sera développé par la suite et qui sera basé sur le même critère, la détermination des paramètres à partir des essais sera présentée en détail ultérieurement et ce après avoir exposé la version finale du modèle comportant le maximum de paramètres.

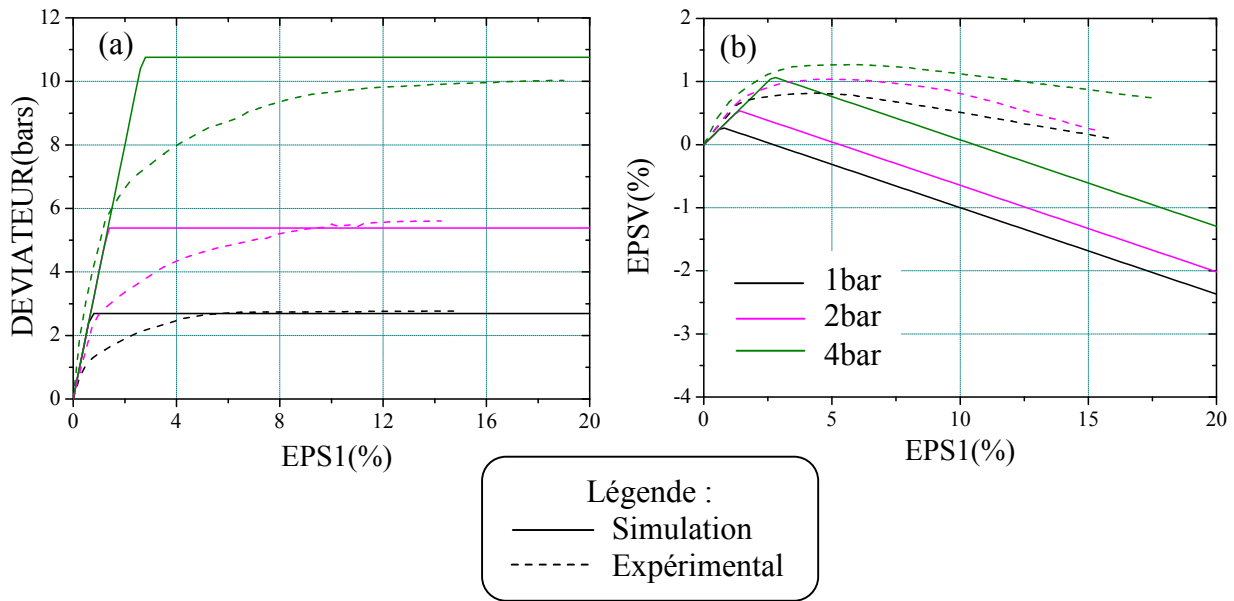
Les valeurs des paramètres sont présentées dans le tableau III.1 et concerne le sable d'Hostun pour la simulation des essais de compression drainée à différentes pressions de confinement (100,200et 400KPa).

**Tableau III.1** : Jeu de paramètres du modèle classique de Mohr-Coulomb

$\varphi$	$\psi$	$\nu$	$E_A$
35°	32°	0.3	400bar

### 1.4.2. Résultats de simulation

D'après la figure III.2, on remarque que le modèle ne simule pas l'évolution progressive des contraintes en fonction des déformations, néanmoins le palier en grandes déformations est reproduit (Figure III.2a). En ce qui concerne la déformation volumique (Figure III.2b), le modèle traduit un comportement dilatant avec une partie négligeable, contractante contrairement aux essais expérimentaux.



**Figure III.2** – Test du modèle de Mohr-Coulomb sur les essais de calage des paramètres (Essais de Mohkam, 1983)

Le modèle de Mohr-Coulomb reproduit un comportement élastique-parfaitement plastique, il apparaît donc nécessaire de suivre toute la déformation au cours de l'évolution des sollicitations en adoptant une loi élastoplastique avec écrouissage.

Toutefois le modèle de Mohr-Coulomb reste très utilisé en industrie et cela compte tenu de sa simplicité, d'une part et vu l'approche qu'il fournit pour la simulation du comportement des matériaux utilisés dans ce domaine, d'autre part.

## 2. VERSION INITIALE DU MODELE

Le développement d'un modèle élastoplastique nécessite donc la formulation des expressions pour :

- La partie élastique du comportement ;
- La surface de charge ;
- La règle d'écrouissage ;
- Le potentiel plastique.

### 2.1. Elasticité non linéaire

Pour simuler le comportement élastique non linéaire, on utilise trois paramètres ( $E_A$ ,  $n, \nu$ ) ; l'évolution du module de Young et du coefficient de Poisson sont, en général, donnés par :

$$\begin{cases} E = E_A \left( \frac{P}{Pa} \right)^n \\ \nu = \nu_0 \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Où :  $E_A$  et  $\nu_0$  sont des constantes caractéristiques du matériau,  $Pa$  est une pression de référence (pression atmosphérique) et  $P$  représente la pression moyenne,  $n$  est pris égal à 0.5 [12].

### 2.2. Surface de charge

Comme nous l'avons vu au chapitre I, la surface de charge délimite, dans l'espace de contraintes, le domaine où tout état peut être atteint sans génération de déformations irréversibles (Figure III. 3).

Pour un matériau écrouissable, la position de cette surface est en fonction des déformations plastiques, et tend vers la surface de rupture quand celles-ci deviennent suffisamment importantes. Si l'écrouissage est isotrope, la surface de charge croît homothétiquement du domaine d'élasticité initiale à la surface de rupture (Figure III. 3).

L'expression de la fonction de charge est construite à partir du critère de Mohr-Coulomb en incluant une fonction d'écrouissage.

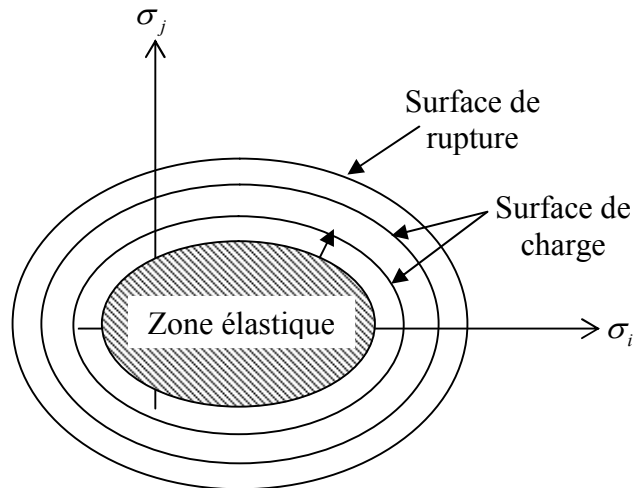
Ainsi, l'équation de la surface de charge dans le plan ( $p, q$ ) est de la forme :

$$F_m(q, p, \chi) = |q| - M_f(p + C)R_m \quad (\text{III.16})$$

Où  $\chi$  est la variable d'écrouissage, fonction des déformations plastiques.

$R_m$  est fonction du paramètre d'écrouissage  $\chi$ , et varie de  $R_0$  (fixant l'étendue du domaine élastique initiale), à 1 à la rupture.

$M_f$  et  $C$  sont deux paramètres du modèle.



**Figure III.3** – Surface de rupture - surface de charge-  
Gonflement homothétique de la surface de charge dans le cas  
d'un écrouissage isotrope.

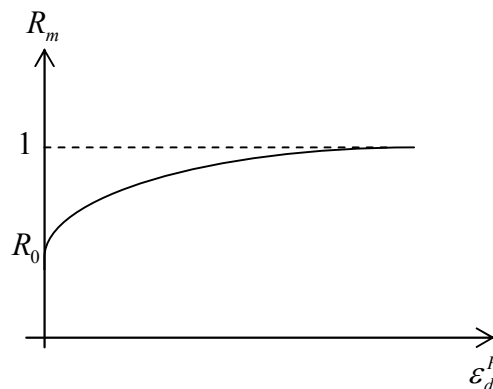
### 2.3. Règle d'écrouissage

Vermeer, s'appuyant sur les travaux expérimentaux de Tatsuoka et Ishihara [27], a montré que la déformation déviatorique plastique  $\varepsilon_d^p$  pouvait être prise comme paramètre d'écrouissage  $\chi$ . Ce paramètre devra suivre l'évolution de la surface de charge au cours de chargement.

L'expression la plus simple et la plus couramment utilisée [28], décrivant l'évolution de la fonction d'écrouissage  $R_m$  en fonction de  $\varepsilon_d^p$ , est donnée comme suit :

$$R_m = 1 - \exp(-a\varepsilon_d^p) \quad (\text{III.17})$$

Cette écriture, de type exponentiel, donne une bonne satisfaction quant à l'évolution de  $R_m$  en fonction de  $\varepsilon_d^p$  (Figure III. 4). Où «  $a$  » est paramètre du modèle.



**Figure III.4** – Fonction d'écrouissage



### 2.4. Règle d'écoulement plastique

Selon la théorie de plasticité ; les incréments de déformations dérivent d'un potentiel plastique  $g(\sigma, \chi)$ . les déformations plastiques sont données par :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\delta g}{\delta \sigma} \quad (III.18)$$

Où  $\dot{\lambda}$  est un scalaire positif appelé multiplicateur de plasticité, il est calculé en écrivant la condition de consistance, qui traduit que l'état de contraintes doit rester sur la surface de charge :

$$\dot{F} = \frac{\delta F}{\delta \sigma} \dot{\sigma} + \frac{\delta F}{\delta \chi} \dot{\chi} = 0 \quad (III.19)$$

D'après la relation (III.18), les déformations plastiques sont dirigées suivant la normale à la surface  $g(\sigma, \chi) = 0$ , nommée surface d'écoulement.

#### 2.4.1. Etat caractéristique

En choisissant  $g = F$  (une règle associée), on aura un comportement trop dilatant puisque d'après les formules (III.16) et (III.18), on obtient :

$$\dot{\varepsilon}_v = -\dot{\lambda} \cdot M_f \cdot R_m \leq 0 \quad (III.20)$$

Or, l'expérience montre, dans la majorité des essais, une présence au début de chargement (pour des valeurs de  $\frac{q}{P}$  suffisamment faible) d'une phase de contractance

( $\dot{\varepsilon}_v > 0$ ). Ceci revient à dire qu'il existe une valeur de  $\frac{q}{P}$  où  $\dot{\varepsilon}_v^p$  change de signe. Si l'on trace dans le plan (p, q) le lieu de ces points, on note qu'il peut être convenablement approximé par une droite, dite d'état caractéristique, de forme  $q = M_g \cdot p$  (Figure III. 5) (pour une cohésion nulle).

On choisi donc :  $\frac{\delta g}{\delta p}(p, q) = M_g - \frac{q}{P}$  (III.21)

Ainsi, la position de l'état de contraintes (p, q) par rapport à la droite  $q = M_g \cdot p$  règle le signe de l'incrément de déformation volumique plastique.

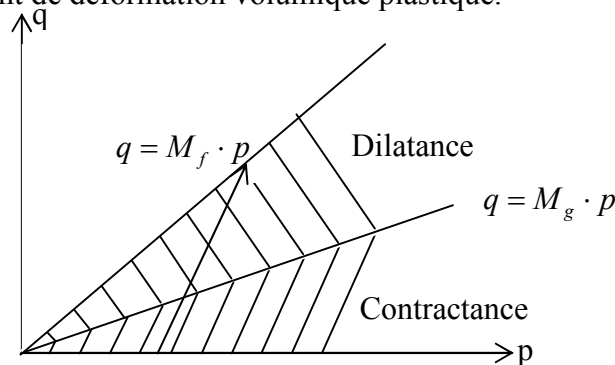


Figure III.5 –Evolution de l'état de contraintes lors de l'essai triaxial  $\left(\frac{\dot{q}}{\dot{p}} = 3\right)$

Donc, pour  $q < M_g \cdot p$ ; on a un comportement contractant

Et pour  $q > M_g \cdot p$ ; on a un comportement dilatant

Ceci nous permettra de simuler le comportement contractant dilatant observé pour les sables.

#### 2.4.2. Etat critique

La déformation de l'état critique résulte des observations expérimentales selon lesquelles en grandes déformations un échantillon tend vers un état stationnaire  $(p, q, e_c)$  tel que :

$$\frac{q}{P} = M \quad (\text{III.21})$$

Où M est une constante du matériau et  $e_c$  est l'indice des vides à l'état critique.

La formule (III.21), simule bien l'état de changement de phase (contractance-dilatance) mais elle ne reproduit pas l'état critique pour lequel on aurait une stabilisation de la déformation plastique en grandes déformations [31]. Pour cela, on introduit dans cette formule un terme multiplicatif, s'annulant quand on approche de la rupture :

$$\frac{\delta g}{\delta P} = A_g \left( M_g - \frac{q}{P} \right) \quad (\text{III.22})$$

Avec  $A_g = e^{-\alpha_g \cdot \varepsilon_d^p}$

En prenant un paramètre  $\alpha_g$  différent de  $a$  intervenant dans la fonction d'écroutissage, on peut régler l'évolution de la déformation volumique avec beaucoup de souplesse.

Pour le cas de chargement axis-symétrique, le gradient à la surface d'écoulement est entièrement déterminée par  $\frac{\delta g}{\delta P}$  et  $\frac{\delta g}{\delta q}$ .

Pour avoir une similitude avec le modèle de Cam-Clay [37], on prend :

$$\frac{\delta g}{\delta q} = 1 \quad (\text{III.23})$$

La règle d'écoulement introduit donc deux paramètres  $M_g$  et  $\alpha_g$ .

## 2.5. Récapitulatif des équations du modèle

Les équations de la version initiale du modèle sont :

- **Elasticité non linéaire**

$$\begin{cases} E = E_A \left( \frac{P}{Pa} \right)^n \\ \nu = \nu_0 \end{cases}$$

- **Plasticité**

$$F_m = |q| - M_f \cdot p \cdot R_m$$

$$\text{Avec } R_m = 1 - \exp(-a \varepsilon_d^p)$$

$$\frac{\partial g}{\partial P} = A_g \left( M_g - \frac{q}{P} \right) \quad \text{Avec } A_g = e^{-\alpha_g \cdot \varepsilon_d^p}$$

$$\frac{\partial g}{\partial q} = 1$$

Le modèle comporte donc six paramètres :  $E_A, \nu, a, \varphi, \psi$  et  $\alpha_g$ .

$$M_f = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad \text{et} \quad M_g = \frac{6 \sin \psi}{3 - \sin \psi}$$

$R_0$ , la valeur initiale de  $R_m$  qui fixe l'étendue du domaine élastique initial, n'est pas considérée comme un paramètre. Il est utilisé dans le modèle pour simuler la phase de préconsolidation de l'échantillon [26].

## 2.6. Test du modèle dans sa version initiale

Après la formulation du modèle, on le soumet au test de validation sur les essais de calage qui ont été choisis auparavant.

Ce test nécessite l'élaboration d'un programme de calcul conçu de la même façon que pour le modèle de Mohr-Coulomb sauf que cette fois-ci on fait introduire l'écrouissage dans le calcul (Annexe B) et l'élasticité est non linéaire.

Le tableau III.2 regroupe les paramètres du modèle utilisé pour sa validation sur les essais de calage (essais de compression drainée (Mohkam, 1983)).

**Tableau III.2 : Jeu de paramètres du modèle dans sa version initiale**

$E_A$	$\nu$	$\varphi$	$a$	$\psi$	$\alpha_g$
400bar	0.3	35°	75	32°	13

La figure III. 6 représente le résultat de simulation des essais de compression drainée à différentes pressions de confinement (100,200et 400KPa) réalisés par Mohkam sur le sable d'Hostun.

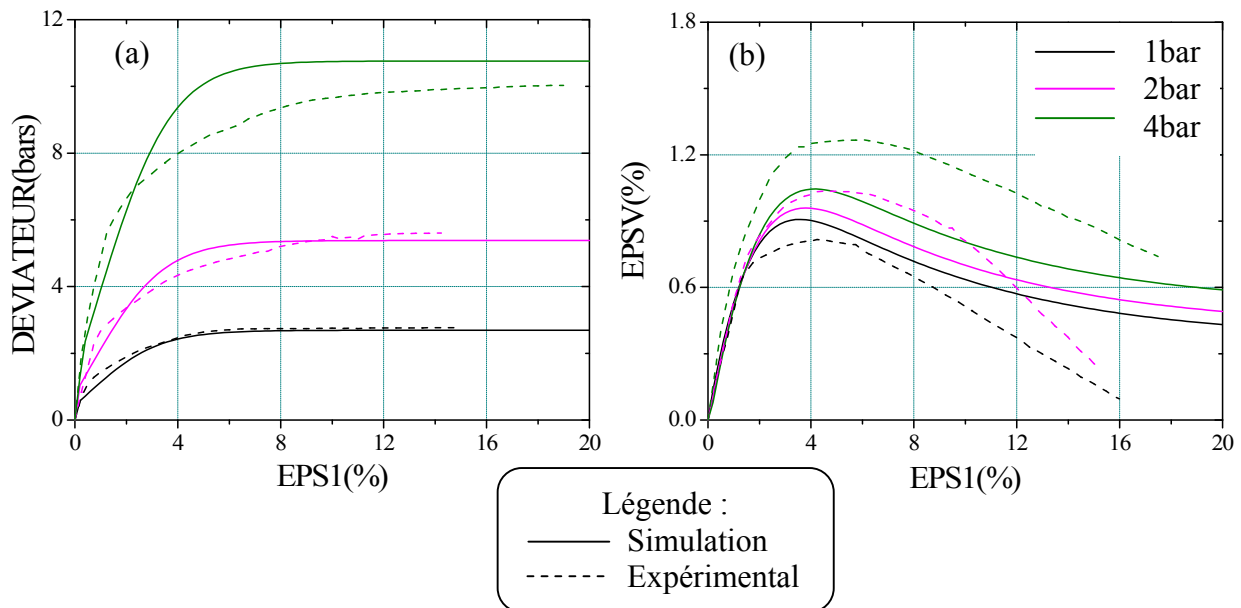
**a) Du point de vue qualité**

- En contrainte (Figure III. 6a), après une montée élastique, le déviateur de contraintes continue à croître progressivement jusqu'au palier, auquel il se stabilise pour des fortes déformations (rupture).
- En déformation (Figure III. 6b), la déformation volumique est contractante au début du chargement, puis elle devient dilatante jusqu'à la rupture.

**b) Du point de vue quantité**

Pour cet aspect, on remarque plusieurs points de divergence entre la simulation et les essais

- Le déviateur, bien qu'ayant une pente initiale faible, croît un peu rapidement par rapport aux essais.
- La valeur du déviateur de contraintes est légèrement surestimée pour les fortes pressions de confinement.
- La déformation volumique, la phase de contractance est surestimée pour les faibles pressions de confinement.
- la déformation volumique, la phase de dilatance est surestimée par rapport aux essais.



**Figure III.6** – Test du modèle de version initiale sur les essais de calage des paramètres (Essais de Mohkam, 1983)

### 3. VERSION FINALE DU MODELE (RADOUCISSEMENT)

#### 3.1. Adaptation du modèle

Du fait que certaines courbes expérimentales, traduisant le comportement des sables, présentent une phase de radoucissement (écrouissage négatif), c'est la phase après pic quand la courbe contrainte-déformation présente un maximum, le modèle sera généralisé pour reproduire cet aspect au moins qualitativement.

Pour ce faire, il faut modifier la règle d'écrouissage définissant  $R_m$ , de manière à ce que  $R_m$  passe par un maximum, puis se stabilise pour les grandes déformations.

De nombreux modèles, comme celui de Hujieux, utilisent un écrouissage volumique dérivé des modèles de Cam-Clay [27] :

$$F = \frac{q}{Mp} + \ln\left(\frac{p}{p_c}\right) R(\varepsilon_d^p) = 0$$

Où  $p_c$  est défini par :

$$p_c = p_{c0} \exp(\mu \varepsilon_v^p) \quad (\text{M et } \mu \text{ sont des constantes})$$

Quant à nous, et pour une raison de simplification, on peut faire dépendre  $R_m$  des déformations volumiques plastiques liées au mécanisme déviatorique, qui change de signe à l'état caractéristique. On adoptera pour  $R_m$  l'expression suivante :

$$R_m = (1 - \exp(-a \varepsilon_d^p)) \exp(\mu \varepsilon_v^p) \quad (\text{III.24})$$

De cette façon,  $R_m$  passera bien par un maximum, puis décroîtra, pour se stabiliser enfin, puisque  $\varepsilon_v^p$  se stabilise et que le premier facteur en  $\varepsilon_d^p$  tend vers 1. On notera que, suivant l'importance relative des paramètres  $a$  et  $\mu$ , l'apparition du pic peut être plus ou moins retardée par rapport à celle du changement de phase.

L'introduction du radoucissement dans le modèle ajoute un autre paramètre  $\mu$  qui règle l'amplitude du pic de contraintes.

### 3.2. Test du modèle dans sa version finale

La détermination du paramètre  $\mu$  sera exposée par la suite, sa valeur est prise égale à 10.

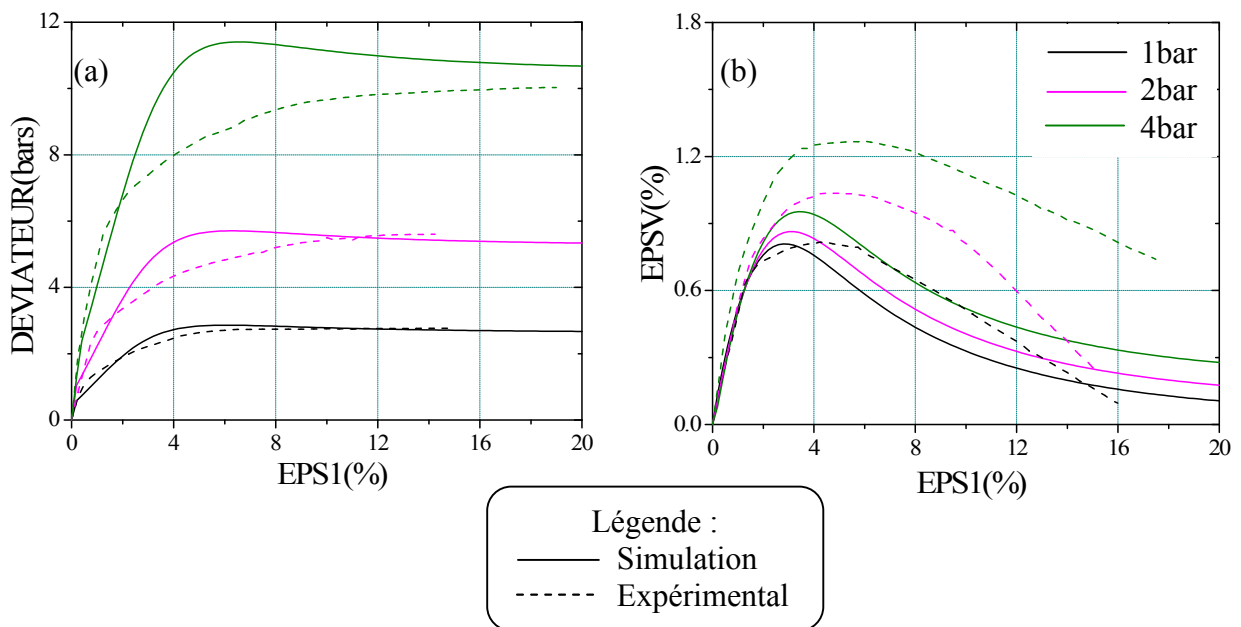
On reprend la simulation des mêmes essais avec la version initiale du modèle (Figure III.7). Les valeurs des paramètres sont données dans le tableau III. 3.

**Tableau III.3 : Jeu de paramètres du modèle dans sa version finale**

$E_A$	$\nu$	$\varphi$	$a$	$\psi$	$\alpha_g$	$\mu$
400bar	0.3	35°	75	32°	13	10

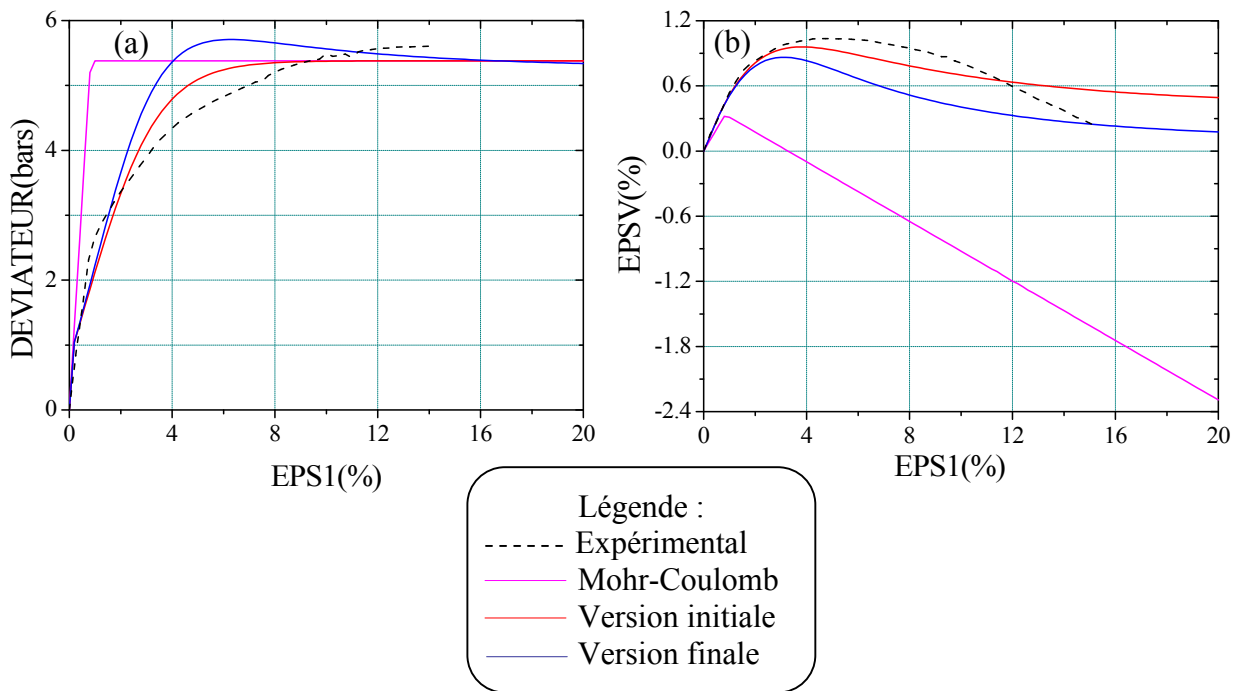
On peut constater qu'on a bien l'effet recherché, à savoir le pic du déviateur, et la stabilisation progressive de celui-ci quand on atteint des déformations importantes (Figure III.7a). Cependant ce pic apparaît trop tôt, ce qui est lié à l'apparition de la dilatance qui intervient trop rapidement dans le comportement modélisé. On remarque après apparition de la phase de contractance-dilatance, la déformation se stabilise pour les grandes déformations (Figure III.7b).

Cependant, on constate une bonne concordance quantitative entre les valeurs du déviateur simulée et expérimentale pour les faibles pressions de confinement. Pour la déformation volumique, le comportement simulé soit un peu trop dilatant.



**Figure III.7 – Test du modèle de version finale sur les essais de calage des paramètres (Essais de Mohkam, 1983)**

En guise de conclusion, nous présentons sur la figure III.8, les simulations d'un essai triaxial en compression drainée, obtenues avec les versions initiale et finale du modèle et celui de Mohr-Coulomb, et nous comparons aux essais expérimentaux. On voit qu'on peut choisir, en fonction des applications qu'on souhaite traiter, entre le modèle classique de Mohr-Coulomb indiquant le palier de contraintes à la rupture, une version simple à un seul mécanisme et élasticité non linéaire, satisfaisante pour reproduire des trajets à dominante distorsionnelle, et une version plus complexe pour reproduire un comportement radoucissant.



**Figure IV.8** – Comparaison du modèle de Mohr-Coulomb, de la version initiale et de la version finale dans la simulation d'un essai triaxial (Essais de Mohkam, 1983)

#### 4. DETERMINATION ET EFFETS DES PARAMETRES DU MODELE

Nous avons montré dans le paragraphe précédent que suivant l'essai à simuler, des versions plus ou moins complexes du modèle pouvaient être utilisées.

Toutefois, le degré de complexité jugé admissible pour un modèle tiendra surtout à la capacité de pouvoir déterminer ses paramètres à partir des essais disponibles. En effet le nombre de paramètres n'est pas forcément un obstacle à son utilisation, si l'on sait les déterminer à partir d'essais conventionnels (triaxiaux).

D'autre part, le problème de l'imprécision dans la détermination des paramètres se pose dont il faut voir comment une marge d'incertitude peut influencer sur la réponse du modèle.

Ces deux aspects, essentiels dans l'estimation de l'efficacité du modèle, vont être examinés. Nous présentons d'abord la méthode suivie pour déterminer les valeurs des paramètres, puis, nous étudierons la sensibilité du modèle par rapport à ses paramètres.

##### 4.1. Détermination des paramètres

La version finale du modèle proposé comprend sept paramètres :

- Deux paramètres élastiques :  $E_A, \nu$
- Cinq paramètres liées au mécanisme déviatorique:  $\varphi, a, \psi, \alpha_g, \mu$

Dans ce qui suit nous montrons la méthode de détermination des paramètres sur trois essais triaxiaux de compression drainées réalisés sur le sable d'Hostun à différentes pressions de confinement ( $\sigma_0 = 100, 200$  et  $400$  KPa).

##### 4.1.1. Les paramètres élastiques $E_A, \nu$

Le paramètre  $E_A$  a été défini par la relation :

$$E = E_A \left( \frac{p}{pa} \right)^n$$

En l'absence des essais de déchargement, le module d'Young initiale  $E_0$  peut être déterminé par la pente à l'origine de la courbe déviateur- déformation axiale de l'essai de compression drainée à plusieurs pressions de confinement.

En pratique, les pentes à l'origine pour les essais triaxiaux que nous disposons sont très raides et difficilement mesurables. Néanmoins, on définit  $E_0$  sur un essai (pour une pression de confinement donnée  $\sigma_0$  de 200KPa par exemple) en considérant le module sécant à 0.5% de déformation axiale (Figure III.9).

On trouve alors pour  $E_0$  une valeur de 25MPa, soit pour  $E_A$  40MPa.

Quant au coefficient de Poisson à l'origine  $\nu_0$ , il est déterminé à partir de courbe de déformation volumique ( $\varepsilon_v, \varepsilon_1$ ) en prenant la valeur moyenne des résultats trouvés, on obtient une valeur égale à 0.3 (Figure III.10).



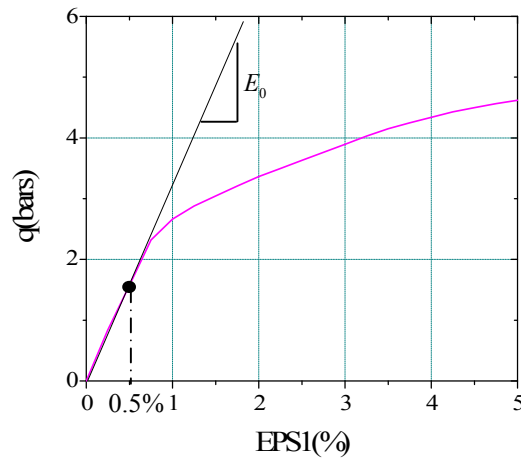


Figure III.9 – Détermination du module d'Young à l'origine

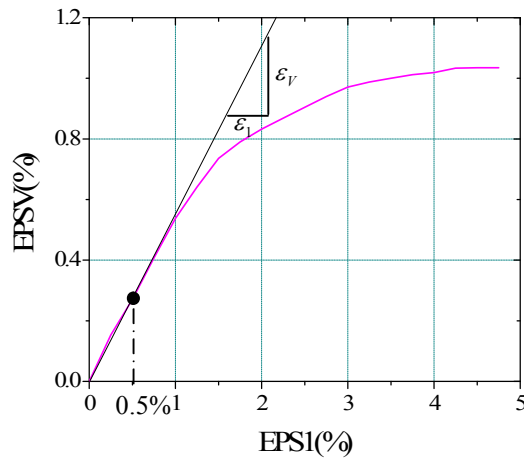


Figure III.10 – Détermination du coefficient de Poisson

#### 4.1.2. Paramètres liés au mécanisme déviatorique

Il s'agit de  $\varphi$ ,  $a$ ,  $\psi$ ,  $\alpha_g$ ,  $\mu$  dans l'ordre de leur introduction dans le modèle.

##### a) Paramètre $\varphi$

Ce paramètre définit la surface de rupture, dont l'expression est :

$$F_m(q, p) = |q| - M_f \cdot p \quad (R_m \cong 1)$$

Où  $M_f = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}$  puisqu'il s'agit d'un essai de compression

$M_f$  est déterminé par régression linéaire sur les points  $(q, p)$  à la rupture pour différentes pressions de confinement.

Les valeurs calculées à partir de la figure III.11, donnent une valeur moyenne de  $\varphi = 35^\circ$ . Cependant pour la valeur finale de  $\varphi$  on devra tenir compte du fait que  $R_m = 1 - \exp(-a \varepsilon_d^p)$  n'est pas égal à la rupture.

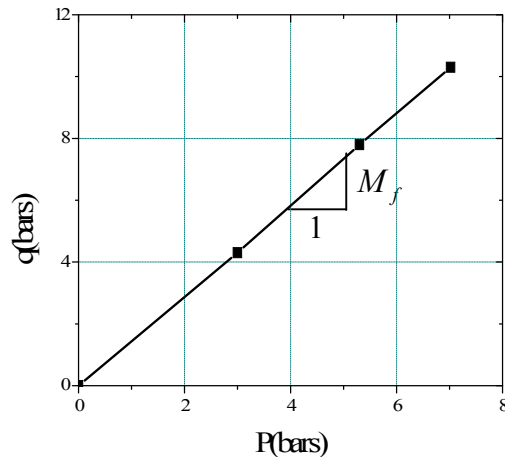


Figure III.11 – Détermination du paramètre  $M_f$

**b) Paramètre  $a$**

Ce paramètre règle le taux d'écrouissage déviatorique, il intervient principalement dans la phase prés-pic, à partir de l'expression :

$$R_m = 1 - \exp(-a\varepsilon_d^p) \quad (\text{III.17})$$

On estime ce paramètre en calculant, pour une valeur de  $R_m$  donnée, la déformation déviatorique  $\varepsilon_d^p$  correspondante.

En pratique on ne mesure que les déformations totales, mais en choisissant  $R_m$  assez grand (0.9), on peut négliger  $\dot{\varepsilon}_d^e$  devant  $\dot{\varepsilon}_d^p$  et par conséquent;  $\varepsilon_d^p \cong \varepsilon_d$ . Il suffit donc de relever sur les courbes expérimentales les valeurs de  $q$ , puis  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_v$  correspondant à ce choix pour en déduire  $\varepsilon_d$ .

On répète la même opération pour les essais triaxiaux à différentes pressions de confinement, et on prend la valeur moyenne des résultats trouvés. Pour notre cas et du fait que les courbes  $(q, \varepsilon_1)$  que nous disposons ne présentent pas de pic, ce paramètre est difficilement mesurable, on le prend égale à 75.

**c) Paramètre  $\psi$**

Le paramètre  $\psi$  intervient dans le potentiel plastique  $g$  par l'intermédiaire des équations suivantes :

$$M_g = \frac{6 \sin \psi}{3 - \sin \psi} \quad \text{Puisqu'il s'agit d'un essai de compression}$$

$$\frac{\partial g}{\partial P} = A_g \left( M_g - \frac{q}{P} \right) \quad (\text{III.22})$$

$M_g$  représente le rapport  $\frac{q}{p}$  au changement de phase, c'est-à-dire pour  $\dot{\varepsilon}_v = 0$  (Figure III.12). en négligeant le taux de déformation élastique  $\dot{\varepsilon}_v^e$ , on peut prendre  $\varepsilon_v^p = \varepsilon_v$ .

La valeur de  $M_g$  est déterminée par régression linéaire sur les points (p, q) au changement de phase (Figure III.13).

Pour notre cas la valeur de  $M_g$  est estimée à 1.29, soit pour  $\psi$  une valeur de  $32^\circ$ .

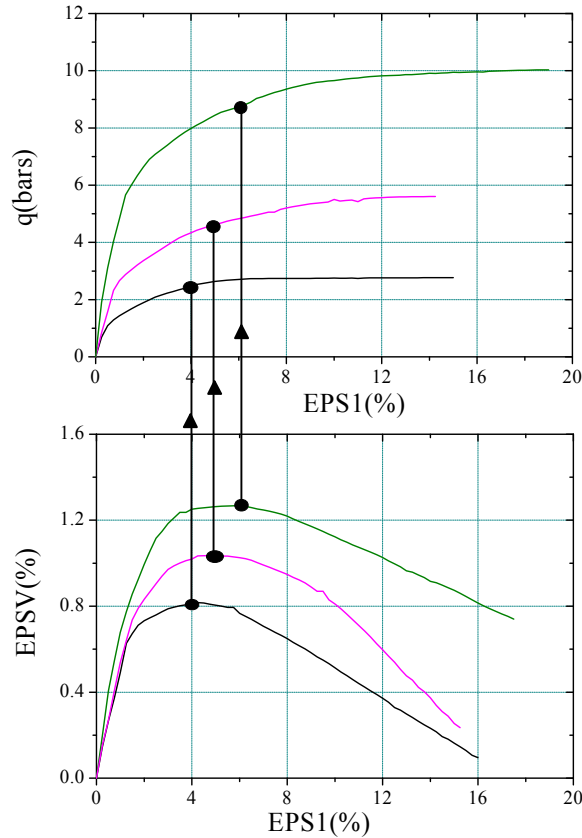


Figure III.12– Détermination du déviateur au changement de phase

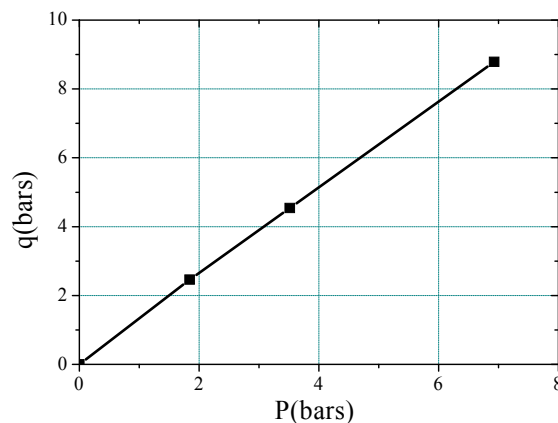


Figure III.13 – Détermination du paramètre  $M_g$

**d) Paramètre  $\alpha_g$**

Le paramètre  $\alpha_g$  est obtenu par calage sur les courbes expérimentales, c'est-à-dire par approximations successives, quand les autres paramètres sont connus.

**e) Paramètre  $\mu$**

Ce paramètre quantifie l'écrouissage volumique, il est utilisé pour simuler le pic de contraintes observées sur certains essais.

Puisque les essais utilisés pour la détermination des paramètres ne présentent pas de pic nous nous contenterons ici de citer uniquement la démarche à suivre pour la détermination de ce paramètre.

Le paramètre en question intervient dans la fonction d'écrouissage par l'intermédiaire de la forme :

$$R_m = (1 - \exp(-a\varepsilon_d^p)) \exp(\mu\varepsilon_v^p) \quad (III.24)$$

Après le pic, le terme en  $(1 - \exp(-a\varepsilon_d^p))$  est égal à 1. On aura donc :

$$q = M_f \cdot p \cdot \exp(\mu\varepsilon_v^p)$$

Ici également, on supposera  $\varepsilon_v^p \cong \varepsilon_v$ . l'expression ci-dessus peut alors être évaluée pour le déviateur au pic  $q_{pic}$  et au palier  $q_{lim}$ , connaissant la déformation volumique correspondante, soit  $\varepsilon_{vpic}$  et  $\varepsilon_{vlim}$  respectivement. On obtient :

$$\exp(\mu(\varepsilon_{vpic} - \varepsilon_{vlim})) = \frac{q_{pic} \cdot p_{lim}}{q_{lim} \cdot p_{pic}}$$

Quant à nous, le paramètre  $\mu$  est pris égale à 10 qui donne un pic très apparent (accentué) sur les courbes de simulation.

**4.2. Etude de l'influence des paramètres sur la réponse du modèle**

Nous allons présenter dans ce qui suit l'étude paramétrique du modèle complet (c'est-à-dire comportement le nombre élevé de paramètres), qui consiste à étudier, à partir d'un jeu de paramètres donné, l'influence d'une perturbation de chaque paramètre autour d'une valeur de référence, sur la réponse donnée par le modèle aux essais triaxiaux. Cette étude permet également, en isolant tour à tour les fonctions du modèle contrôlées par chaque paramètre, de mieux comprendre le fonctionnement de celui-ci.

Il est à noter que cette étude représente un guide précieux dans la détermination finale du jeu de paramètres ajustés.

Le jeu de paramètres de référence retenu pour cette étude est celui déterminé au paragraphe précédent pour le sable d'Hostun, les simulations de référence sont celles de l'essai triaxial à la contrainte de confinement de 200KPa.

Nous avons noté que la constante  $R_0$  utilisée dans la fonction d'écrouissage n'est pas considérée comme paramètre, mais toute de même nous étudierons son influence sur la réponse du modèle.

Par ailleurs, nous avons noté la détermination de certains paramètres est plus ou moins approximative, et nous avons tenu compte de ceci en fixant les pourcentages de perturbation dans cette étude paramétrique.

Ces pourcentages sont rassemblés dans le tableau III. 4.

**Tableau III. 4 : Pourcentage de perturbation de paramètres**

$E_A$	$\nu$	$M_f$	$a$	$M_g$	$\alpha_g$	$\mu$	$R_0$
$\pm 50\%$	$\pm 30\%$	$\pm 5\%$	$\pm 30\%$	$\pm 5\%$	$\pm 30\%$	$\pm 30\%$	$\pm 50\%$

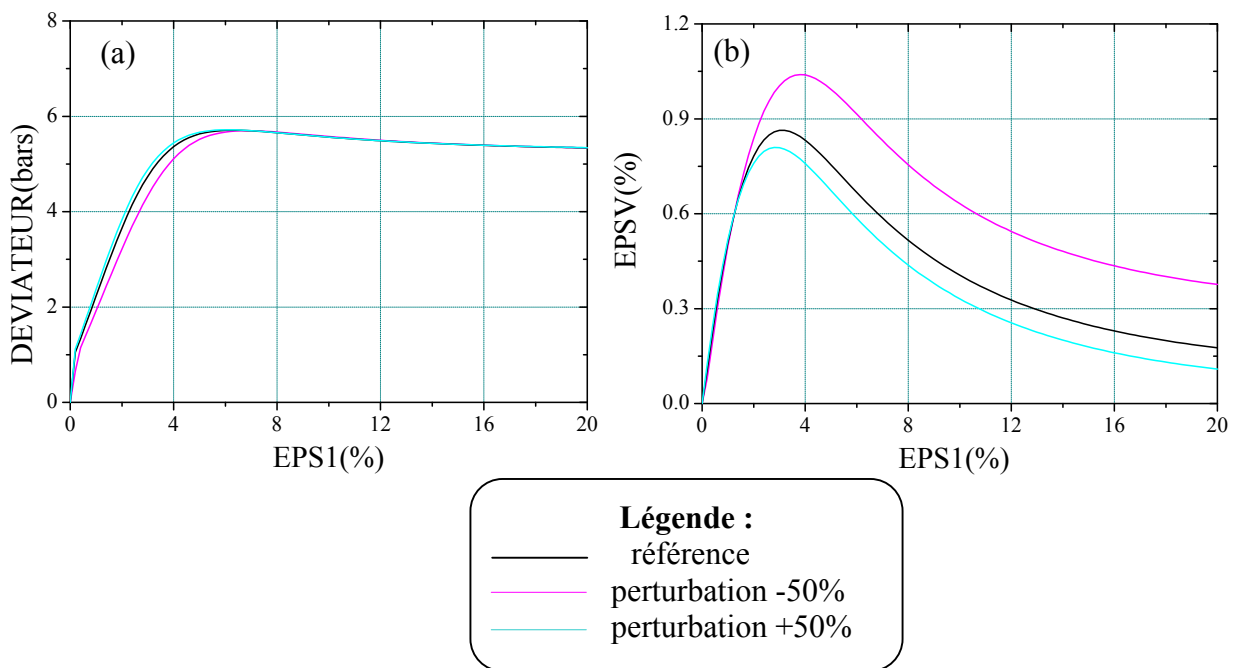
**4.2.1. Influence des paramètres élastiques**

Etant donné la façon dont  $E_A$  est déterminé, c'est-à-dire indirectement d'après le module tangent initial  $E_0$ , qui est lui-même sujet à une incertitude notable, une imprécision de  $\pm 50\%$  sur ce paramètre est tout à fait plausible.

On voit sur les figures III.14a et III.14b qu'elle se traduit, dans la simulation de l'essai triaxial, par une influence modérée sur le déviateur et sur la déformation volumique.

De la même façon, la détermination de  $\nu$  peut entraîner une marge importante d'imprécision. Une valeur de  $\nu$  supérieure à 0.5 n'est pas acceptable, le pourcentage de perturbation pour  $\nu$  a été fixé à  $\pm 30\%$ .

L'effet de cette perturbation sur l'essai triaxial est limité à la déformation volumique (Figure III.15b). Quand  $\nu$  augmente la déformation volumique diminue.



**Figure III.14 – Influence du paramètre  $E_A$**

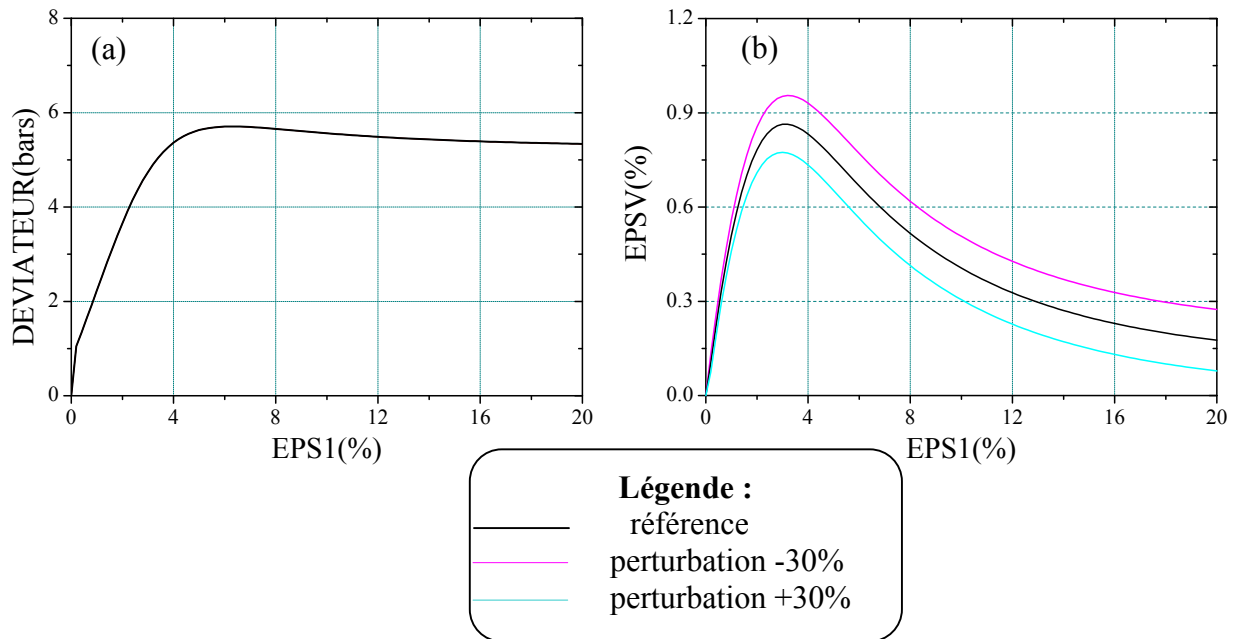


Figure III.15 – Influence du coefficient de Poisson  $\nu$

#### 4.2.2. Influence des paramètres plastiques

##### a) Influence du paramètre $\varphi$ régissant la surface de rupture du mécanisme déviatorique

Le paramètre  $\varphi$  intervenant dans l'expression de  $M_f$ , nous avons fait porter la perturbation sur le paramètre  $M_f$ . La rupture pouvant être définie de façon précise d'après les essais, le pourcentage de perturbation sur  $M_f$  a été pris égal à 5%.

On voit sur la figure III.16a que la perturbation de 5% sur  $M_f$  se traduit dans la simulation de l'essai triaxial par un effet marqué sur la valeur au pic de la courbe ( $q, \varepsilon_1$ ). L'effet est également important sur la dilatance : une augmentation de  $M_f$  agrandit le domaine surcaractéristique, ce qui se traduit par une dilatance plus grande (Figure III.16b).

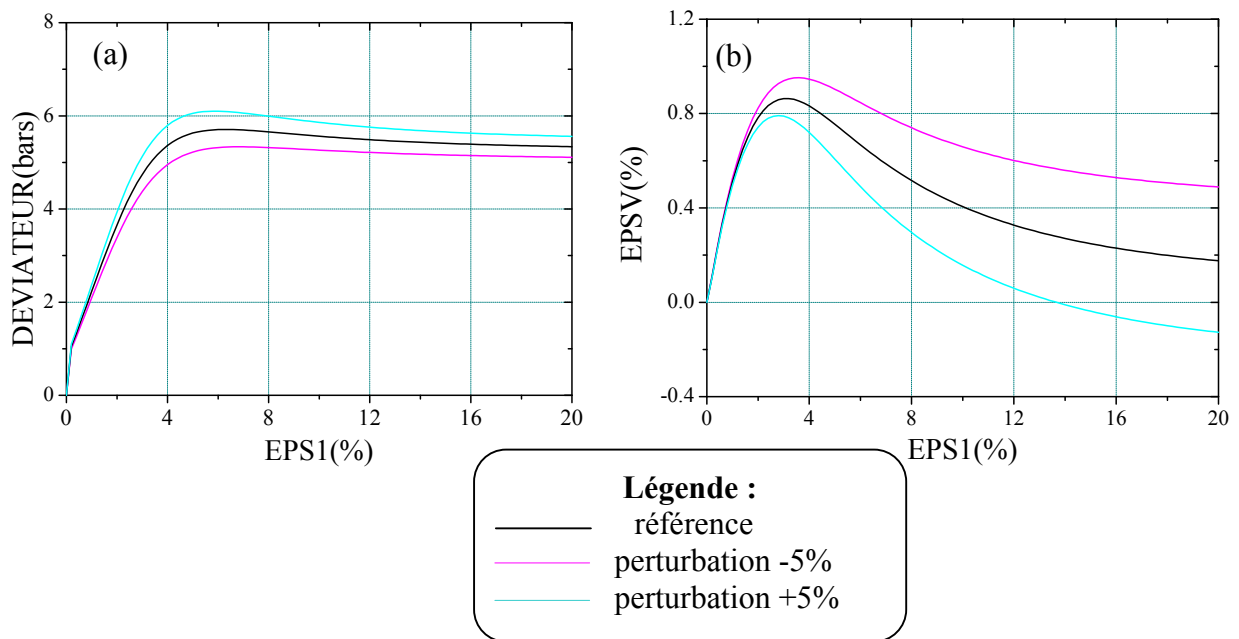


Figure IV.16 – Influence du paramètre  $M_f$

**b) Influence des paramètres  $a$  et  $\mu$  régissant l'écroissage pour le mécanisme déviatorique**

Pour la détermination de ces deux paramètres, on utilise certaines approximations qui influent sur la précision des résultats de simulation. Nous envisagerons l'effet d'une perturbation assez forte de l'ordre de 30% de ces paramètres.

L'effet du paramètre  $a$  se traduit par une influence notable sur la raideur pré-pic de la courbe ( $q, \varepsilon_1$ ) (Figure III.17a) et par conséquent sur la déformation volumique (Figure III.17b). Une augmentation de  $a$  se traduit par une amplification de la dilatance, qui à son tour augmente le radoucissement.

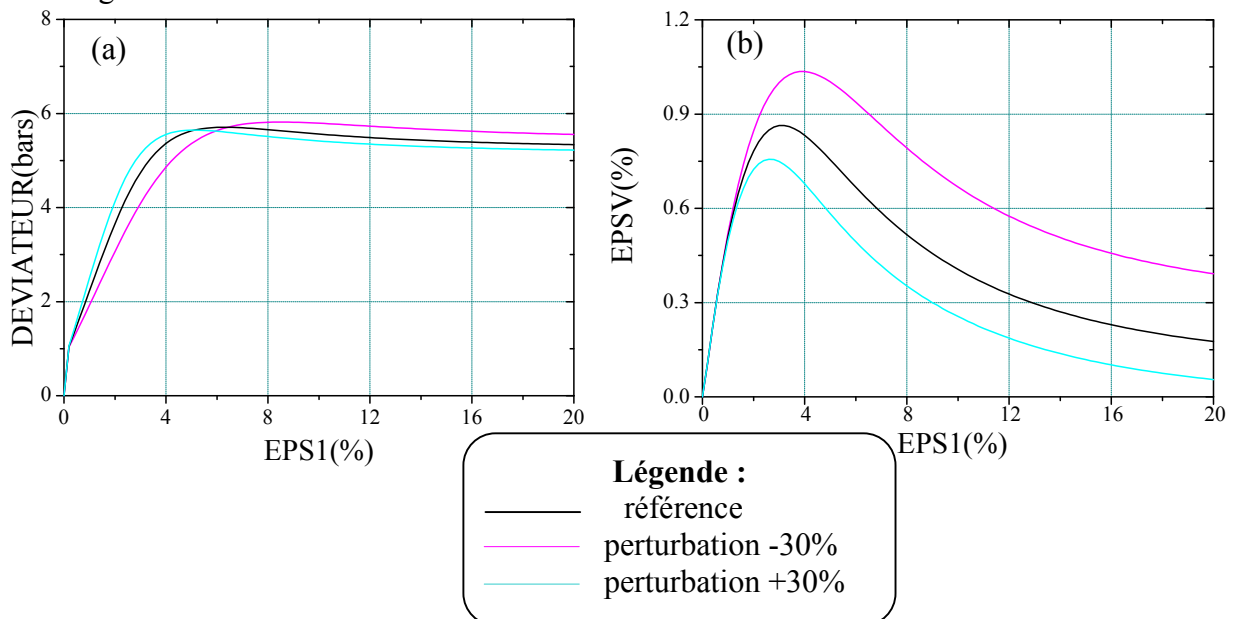


Figure III.17 – Influence du paramètre  $a$

La réponse du modèle est sensible également au paramètre  $\mu$ . L'effet de la perturbation se situe principalement au niveau du comportement au pic et après le pic (Figure III.18a). En effet, une augmentation de  $\mu$  amplifie la répercussion de la dilatance sur le radoucissement (Figure III.18b). On remarque que, le pic étant légèrement postérieur au changement de phase, l'effet d'une augmentation de  $\mu$  se fait sentir également sur la valeur du déviateur au pic.

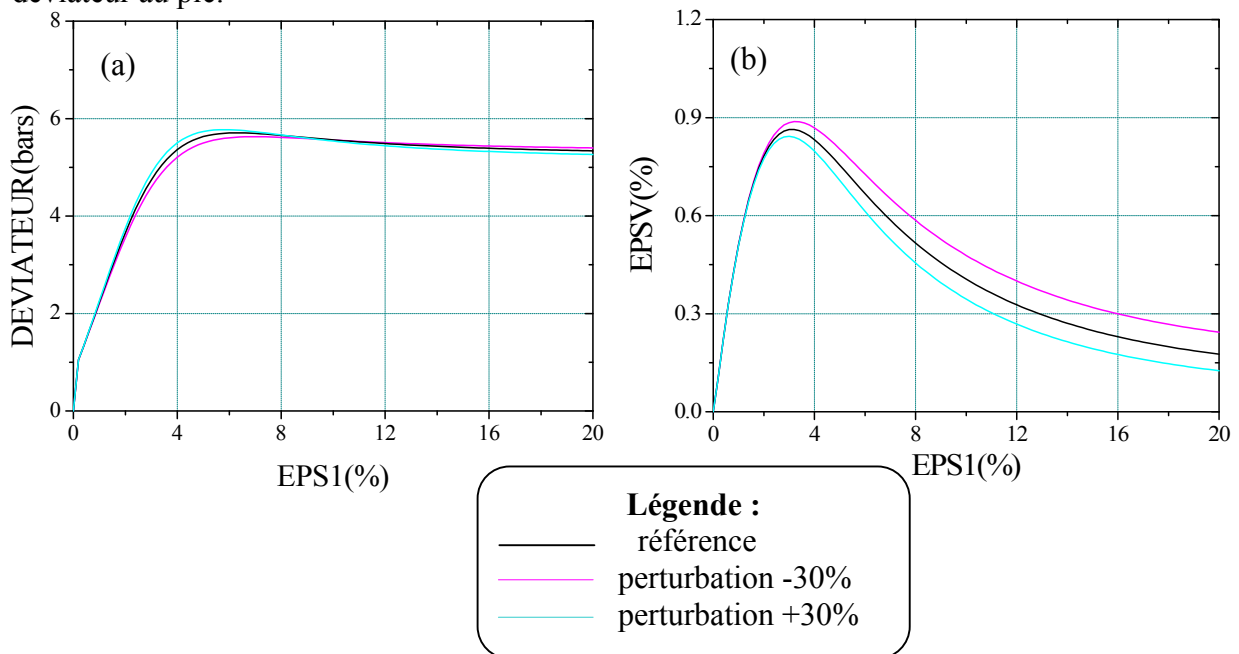


Figure III.18 – Influence du paramètre  $\mu$

### c) Influence des paramètres $\psi$ et $\alpha_g$ régissant le potentiel plastique

De même que pour  $\varphi$ , nous ferons porter la perturbation sur  $M_g$  définissant le niveau distortiel au changement de phase.

La détermination de  $M_g$  fait intervenir certaines approximations sur la déformation volumique plastique, et peut entraîner plus d'incertitude que celle de  $M_f$ . Nous étudierons l'effet d'une perturbation de 5% du paramètre  $M_g$ .

Quant au paramètre  $\alpha_g$ , l'effet d'une perturbation de 30% sur la réponse du modèle sera étudiée.

On remarque d'après la figure III.19b, qu'une augmentation de  $M_g$  amplifie la contractance et par conséquent fait retarder le changement de phase. Cette amplification de la contractance se traduit par un radoucissement moins important, et par une valeur du déviateur au pic plus élevée (Figure III.19a).

L'influence du paramètre  $\alpha_g$  est aussi importante, mais elle est limitée à la stabilisation plus ou moins rapide de la déformation volumique (Figure III.20b). Une augmentation de  $\alpha_g$  se traduira par un radoucissement moins important (Figure III.20a).



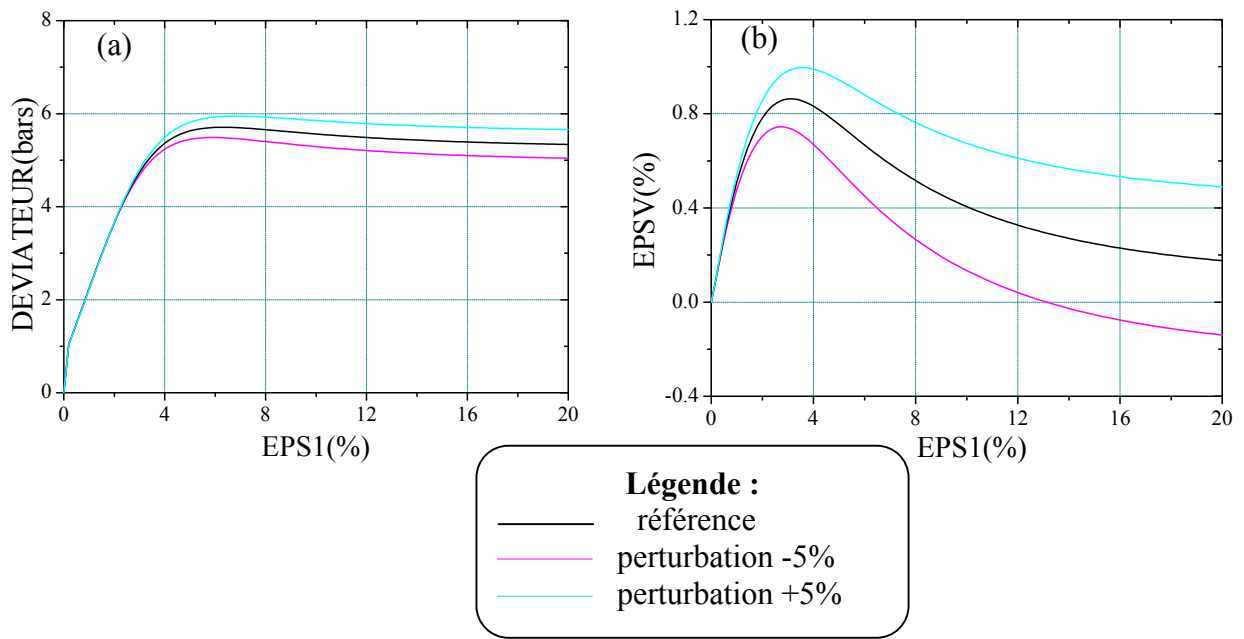


Figure III.19 – Influence du paramètre  $M_g$

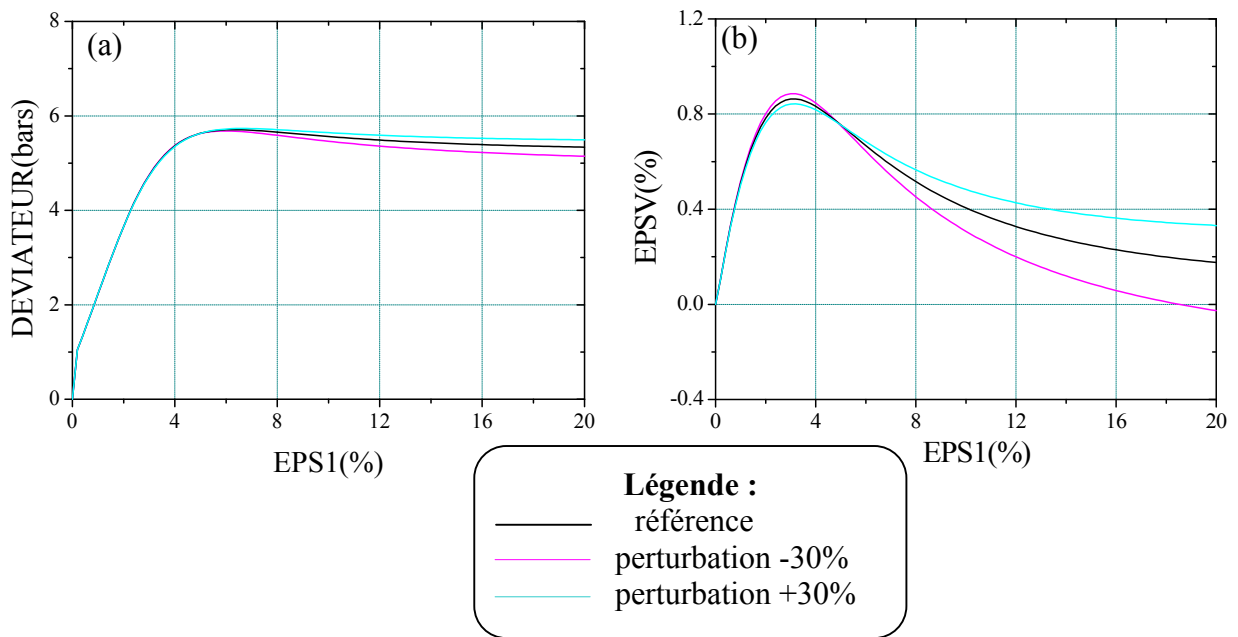


Figure III.20 – Influence du paramètre  $\alpha_g$

#### d) Influence de la valeur de $R_0$ sur la réponse du modèle

La valeur de  $R_0$  est prise généralement égal à 0.3, elle ne constitue pas en fait un paramètre, mais nous étudierons tout de même son influence sur la réponse du modèle. La perturbation de cette valeur est fixée à 50%.

On voit sur la figure III.21b, qu'une augmentation de  $R_0$  se traduit, sur la courbe de déformation volumique, par une diminution très nette de la contractance. Par ailleurs on remarque une légère influence sur la courbe contrainte-déformation (Figure III.21a).

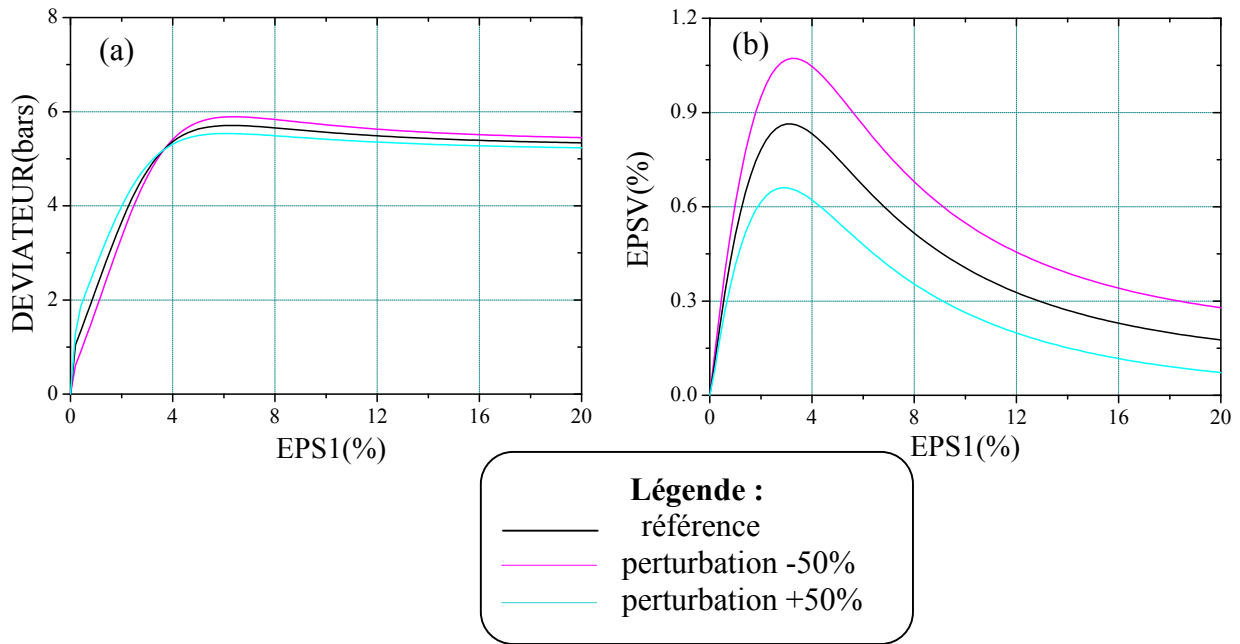


Figure III.21 – Influence du paramètre  $R_0$

#### 4.3. Comparaison de l'effet des différents paramètres

Pour terminer cette étude paramétrique, nous allons comparer les effets relatifs des différents paramètres sur la réponse du modèle.

On peut quantifier ceux-ci en calculant pour chaque courbe  $y(\varepsilon_1)$ , la quantité  $N_0 = \sum_i (y_i^0)^2$  sur la courbe de référence, et la quantité  $N_p = \sum_i (y_i^+ - y_i^-)^2$  sur les courbes perturbées. Le rapport  $S_p = (N_p / N_0)$  sera ainsi une mesure, pour un type de courbe donné, de l'influence du paramètre considéré :

$$S_p = \frac{N_p}{N_0} = \frac{\sum_i (y_i^+ - y_i^-)^2}{\sum_i (y_i^0)^2} \quad (\text{III.25})$$

Où  $y_i^0$  ;  $y_i^+$  et  $y_i^-$  sont respectivement les ordonnées sur les courbes de référence et perturbées.

Cependant, cette mesure n'est pas objective, puisqu'elle dépend en particulier de l'origine choisie pour les courbes. C'est ainsi qu'on aura pour  $(q, \varepsilon_1)$  des valeurs de  $S_p$  très inférieures à celles obtenues pour  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , par exemple.

Comme dans le cas de notre étude, cette condition n'est pas satisfaisante, nous avons choisi pour faciliter les comparaisons de norme  $S_p$  par rapport à son maximum pour un type de courbe donné. Ce sont les valeurs normées exprimées en % que nous représentons dans le tableau III. 5.

On peut noter qu'en général ce sont les paramètres régissant le mécanisme déviatorique qui ont une influence plus importante sur la simulation des essais triaxiaux.

**Tableau III. 5 :** Comparaison des effets des paramètres

Paramètre	Pourcentage de perturbation	Essai triaxial	
		Courbe : $(q, \varepsilon_1)$	Courbe : $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$
$E_A$	$\pm 50\%$	38.8	29.7
$\nu$	$\pm 30\%$	0	14.7
$\varphi$	$\pm 5\%$	71.6	87.6
$a$	$\pm 30\%$	100	52.3
$\psi$	$\pm 5\%$	38	100
$\alpha_g$	$\pm 30\%$	12.1	17.9
$\mu$	$\pm 30\%$	9.1	5
$R_0$	$\pm 50\%$	92.3	35

**5. VALIDATION DU MODELE SUR DES ESSAIS A DENSITE FORTE**

La validation du modèle sur d'autres essais que ceux utilisés dans le calage, constitue une étape primordiale dans son développement. On peut juger de la validité d'un modèle d'après sa capacité de prédire des essais qui n'ont pas servi à la détermination de ces paramètres.

Faute de la disponibilité des essais à chemins variés, la validation du modèle portera d'abord sur des essais à densité forte.

Les essais choisis pour tester le modèle sont ceux de Mohkam(1983) en compression drainée, réalisés sur le sable dense d'Hostun, Ces essais ont été déjà présentés au chapitre II [46].

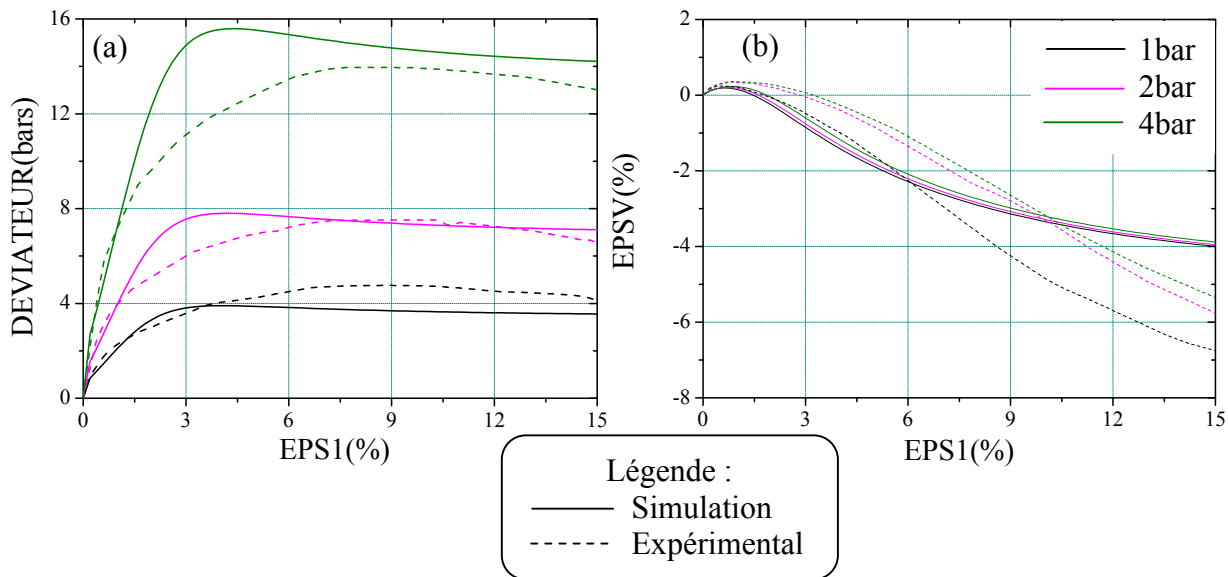
Un jeu de paramètres a été déterminé pour le sable dense d'Hostun à partir de trois pressions de confinement (100,200et 400KPa).ces paramètres sont donnés dans le tableau IV. 6. et résultats de simulation sont illustrés sur les figures III.22a et III.22b.

**Tableau III. 6 : Jeu de paramètres pour la densité forte**

$E_A$	$\nu$	$\varphi$	$a$	$\psi$	$\alpha_g$	$\mu$
1500bar	0.28	43°	100	23°	13	2

Qualitativement, on peut constater qu'on a bien l'effet recherché, à savoir le pic du déviateur, et la stabilisation progressive de celui-ci quand on atteint des déformations importantes (figure III.22a). Cependant, sur le plan quantitatif, ce pic apparaît trop tôt, ce qui est lié à l'apparition de la dilatance qui intervient trop rapidement dans le comportement modélisé (figureIII.22b).

Cependant, on constate l'amplitude des déformations volumiques modélisées est en accord avec l'expérience, bien que le comportement simulé soit un peu trop contractant.



**Figure III.22 – Essais triaxiaux en compression drainée (Essais de Mohkam, 1983) sur le sable dense d'Hostun**

## 6. CONCLUSION

Pour clore ce chapitre, nous allons faire la synthèse des principales qualités et des principaux défauts constatés pour le modèle.

Pour les essais drainés, en effet, on note une bonne simulation des courbes contrainte-déformation pour les essais triaxiaux. On retrouve bien les valeurs au pic et à l'état limite. Cependant, ce pic intervient trop tôt par rapport aux essais, et ceci d'autant plus que la pression de confinement est plus forte. L'étude paramétrique a montré que ce phénomène, lié à la vitesse d'érouissage, est réglé surtout par le paramètre  $a$ . Ceci a conduit certains auteurs à rendre ce paramètre  $a$  fonction de pression de confinement.

La simulation des courbes de déformation volumique reflète bien les concepts introduits dans le modèle (état critique, état caractéristique). Cependant, le potentiel plastique ne dépendant que du rapport  $q/p$ , on obtient en général des courbes peu différentes d'un essai sur l'autre, ce qui traduit les observations faites sur les courbes expérimentales dont on avait noté la relative insensibilité aux évolutions de pression de confinement.

Dans le chapitre postérieurement, nous présentons du modèle pour valider le comportement des matériaux granulaires sous chargements cycliques.

# CHAPITRE IV

## GENERALISATION DU MODELE AU CAS DES CHARGEMENTS CYCLIQUES

*Dans ce chapitre, nous décrivons la généralisation du modèle aux chargements non monotones, la version cyclique du modèle sera testée d'abord sur les essais cycliques drainés à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun et puis sur les essais cycliques répété et ondulé de Thanopoulos sur le sable dense d'Hostun.*

## 1. CHARGEMENT NON MONOTONES ET ÉCROUISSAGE

Dans le cas du chargement non monotone, qui est celui que l'on rencontre toujours pour les structures pétrolières, les modèles élastoplastiques à écrouissage isotrope se révèlent inefficaces, puisqu'un déchargement rechargement est toujours élastique tant que le point actuel de contrainte reste à l'intérieur de la structure de charge, ce qui est manifestement contredit par l'expérience.

### 1.1. Chargements cycliques irrotationnels

Considérons le cas où les sollicitations sont des cycles de déchargement et rechargement consécutifs, les résultats expérimentaux mettent en évidence des déformations plastiques considérables, en particulier pour un grand nombre de cycles (fatigue cyclique). Dans le cas non drainé, cela se traduit, pour les matériaux contractants, par une augmentation de la pression interstitielle qui diminue considérablement la résistance effective, jusqu'à la liquéfaction. Il est évident que les modèles à écrouissage isotrope ne peuvent pas décrire ces phénomènes lorsque les cycles ont lieu à l'intérieur de la structure de charge dans le domaine contractant, ce qui conduit à une surévaluation dangereuse de la résistance des matériaux.

Pastor et al. (1990) [41] proposent un modèle adapté au comportement des sables sous chargement monotone et cyclique et qui permet en particulier de simuler la liquéfaction et la mobilité cyclique.

### 1.2. Chargements cycliques rotationnelles

Dans le cas de la rotation des directions principales de contraintes, le matériau subit une sollicitation qui ne peut être prise en compte que de manière élastique par un modèle à écrouissage isotrope (sans production de déformation plastique), ce qui est évidemment contredit par l'expérimentale.

On insistera ici sur l'effet de la rotation cyclique des directions principales de contraintes, à partir des travaux de Ishihara et al. (1983,1986)[21], [22] et Wong et al (1986)[49].

## 2. PRINCIPES DE MODÉLISATION

Les observations expérimentales déduites des essais présentés ci-dessus révèlent :

### 2.1. L'existence d'un phénomène de mémoire discrète :

Par exemple, les essais répétés à diverses amplitudes en condition drainée (Mohkam, 1983)[46] montrent un écrouissage plastique important au cours du cyclage, de telle sorte que les cycles conservent presque la même allure en se décalant le long de l'axe de  $\varepsilon_1$  (Figure IV.1). Si après plusieurs cycles à déviateur constant, on augmente le déviateur maximal, il apparaît une virage brutal dans la courbe déviateur-déformation : la pente diminue nettement au passage d'une valeur proche du déviateur maximal subi dans les cycles précédents. En revanche, les cycles suivants gardent une allure plus régulière semblable aux cycles précédents avec une pente plus raide vers le haut de cycle.

Il y a donc un phénomène de mémoire discrète qui peut être caractérisé par l'intensité maximale de la contrainte subie dans le passé. Il sera effacé par une intensité de contrainte supérieure qui devient à son tour caractéristique de la mémoire. De plus, ce type de mémoire discrète évolue probablement de façon isotrope (surface). L'évolution de cette surface crée des déformations plastiques importantes comme dans le cas d'un écrouissage isotrope. Par contre, le retour vers l'intérieur de cette surface produit également des déformations plastiques mais d'amplitudes relativement faibles.

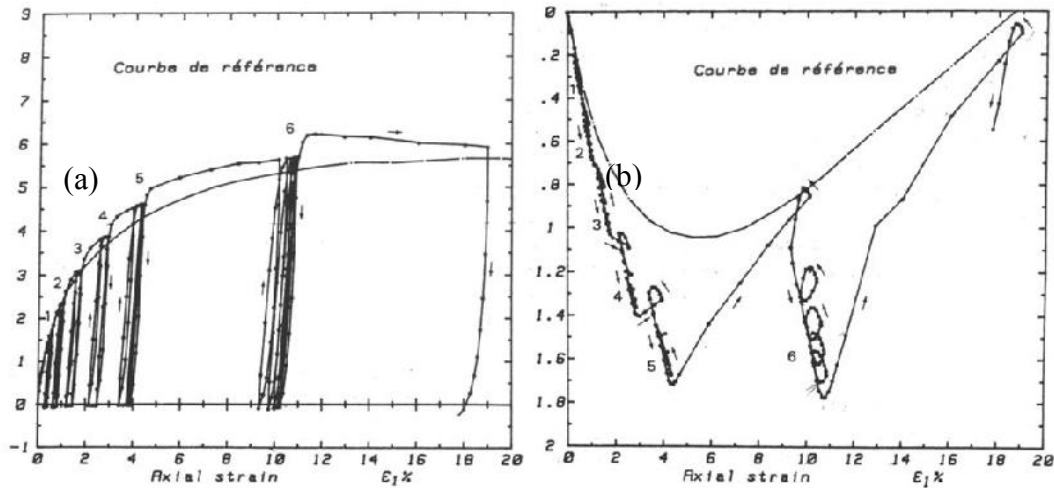


Figure IV.1 –Essai répété drainé: résistance finale (a) ; variation de volume (b), d'après Mohkam ,1983.

## 2.2. L'importance du module plastique :

Comme on l'a vu dans l'exemple ci-dessus, un modèle doit prédire des rigidités (liées au module plastique) très différentes suivant le type de sollicitations du matériau. Le choix des paramètres d'écrouissage et de leurs règles d'évolution permet de définir la forme du module plastique quand on applique la condition de consistance. Le module plastique est donc fondamental pour la modélisation, compte tenu qu'une description réussie de l'effet cyclique consiste essentiellement à modéliser correctement la variation de la rigidité.

En chargement monotone, l'évolution de la surface de charge est décrite par un écrouissage isotrope lié à la distorsion plastique. Dans le cas d'un déchargement, on pourra modéliser l'accumulation des déformations irréversibles de deux façons :

- 1) En utilisant un écrouissage cinématique à mémoire discrète qui permet de rester en permanence dans le cadre de l'élastoplasticité et qui définit indirectement la mesure de module plastique.
- 2) En évaluant directement le module plastique par une loi d'interpolation, fonction des états de contraintes : actuel, à l'inversion et à l'état limite .c'est la méthode dite de la « Bounding surface ».

Notre choix a porté sur la première méthode dont le principe et la formulation vont être décrits ci-après.



### 3. ÉCROUISSAGE CINÉMATIQUE À MÉMOIRE DISCRÈTE

#### 3.1. Principe de la méthode

Lors d'un chargement primaire, c'est le mécanisme qui est mobilisé, et lors d'une décharge, on suppose la mobilisation d'une surface de charge primaire (Figure IV.2) qui possède ses propres paramètres d'érouissage évoluant continûment entre deux inversions consécutives du sens de chargement [5].

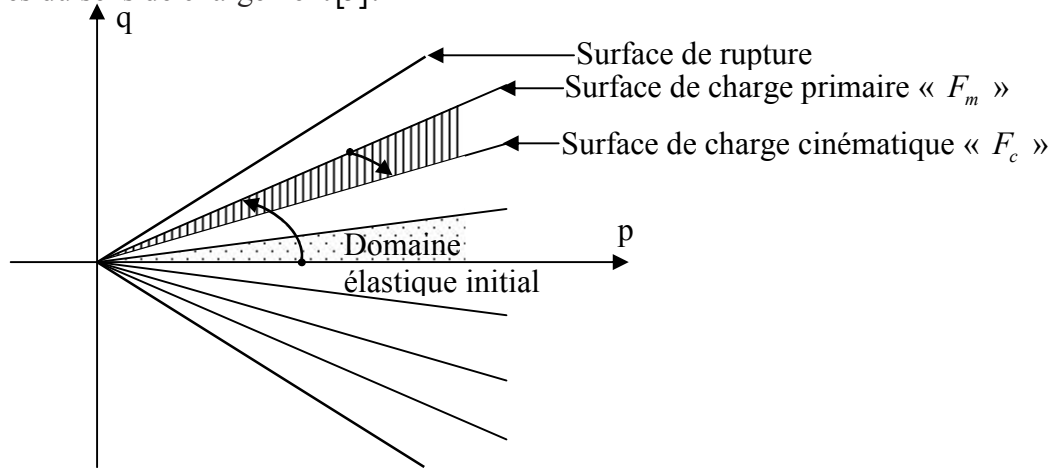


Figure IV.2 – Illustration schématique du principe de l'approche de l'érouissage cinématique à mémoire discrète

#### 3.2. Formulation proposée

##### 3.2.1. Le mécanisme déviatorique

Examinons un essai triaxial drainé au cours duquel on soumet l'échantillon à un début de compression suivi d'un déchargement en extension. On peut remarquer que la réversibilité est meilleure pour le déchargement avec une faible variation du déviateur de contrainte. On peut observer un module quasi-élastique. D'une manière générale, une déformation déviatorique irréversible crée un domaine élastique anisotrope qui ne sera plus centré sur l'axe hydrostatique.

On peut, en première approximation, considérer qu'à tout moment il existe une surface de charge cinématique «  $F_c$  ». Celle-ci est définie par rapport à un axe de référence lié à l'histoire antérieure du chargement. Son ouverture est définie par un érouissage isotrope similaire à celui figurant dans «  $F_m$  » que l'on appelle « Surface de charge primaire ». On retient l'expression suivante pour  $F_c$  :

$$F_c(q, p, \varepsilon_d^p, n_c) = |q - T_c| - M_f(p + C)R_c \quad (\text{IV.1})$$

$R_c$  représente la fonction d'érouissage en régime cyclique. Son évolution ne tient compte que de la déformation plastique déviatorique «  $\varepsilon_d^p$  » cumulée pendant le chargement depuis la dernière inversion :

$$R_c(\varepsilon_d^p) = 1 - \exp(-a_c \varepsilon_d^p) \quad (\text{IV.2})$$

L'expression de  $R_c$  est identique à celle de  $R_m$  en régime monotone. On initialise donc  $R_c$  à la valeur initiale «  $R_0$  » à chaque inversion du sens de chargement. De cette façon, on définit le domaine élastique initial en même temps que le point de départ de la droite de référence dans le plan de contraintes (q, p).

Le paramètre «  $T_c$  » est très important, il définit une rotation de la surface cinématique «  $F_c$  ». Sa règle d'évolution constitue un élément clé dans cette approche. On peut donc définir une règle d'érouissage cinématique en liant le paramètre «  $T_c$  » à la position actuelle de la surface de charge cinématique (définie par  $R_c$ ), et celle occupée à l'inversion du sens de chargement (définie par  $R_i$ ) :

$$T_c = (R_i - n_c \cdot R_c) \times M_f (p + C) \times R_c \quad (IV.3)$$

«  $n_c$  » est un vecteur unitaire définissant la direction de la normale extérieure à la surface de charge au point d'inversion.

### 3.2.2. Le mécanisme volumique

Du fait que ce mécanisme joue un rôle secondaire et de plus, qu'il ne pose aucune difficulté numérique au niveau de la définition du point conjugué.

Notons que le fait de supposer la même règle d'érouissage isotrope, en monotone et en cinématique, la surface de charge primaire, lors des cycles en déformations alternées, n'est mobilisée qu'une seule fois après la première inversion. Ainsi, à part le premier cycle, tous les autres cycles seront des boucles fermées et superposées. Ce qui veut dire que l'érouissage cyclique n'évoluera pas après un cycle de chargement.

Compte tenu qu'une description réussie des effets cycliques consiste essentiellement à modéliser correctement la variation de la rigidité. Nous proposons, pour obtenir une évolution progressive de l'érouissage cyclique, de faire varier le paramètre «  $a_c$  » à chaque inversion, en fonction de la déformation plastique déviatorique  $\varepsilon_d^P$  cumulée au cours des cycles précédentes  $\varepsilon_d^P$ , selon l'expression suivante :

$$a_c = a \left( 1 + \frac{\varepsilon_d^P}{b + \varepsilon_d^P} \right) \quad (IV.4)$$

Où  $b$  est un paramètre fixant le taux d'érouissage cyclique.

Concernant la relation d'écoulement, nous avons choisi la même formulation que celle employée dans la version monotone du modèle.

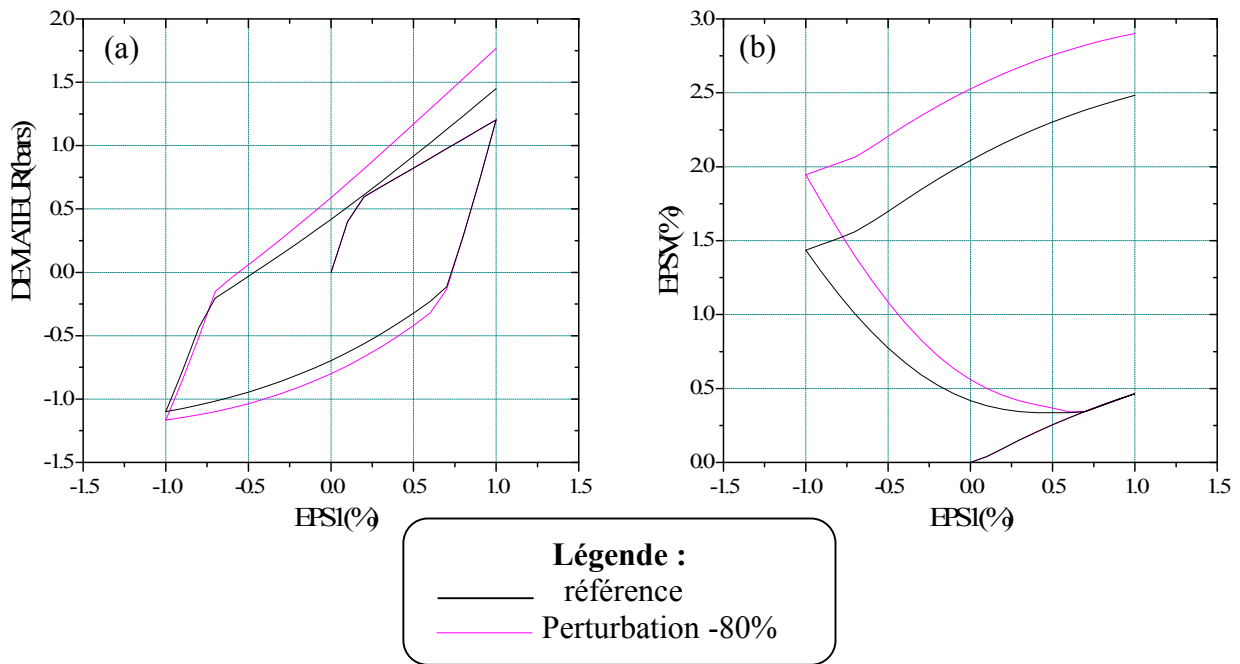
La généralisation du modèle aux chargements cycliques introduit donc un seul nouveau paramètre (paramètre cyclique  $b$ ) par rapport aux versions monotones.

### 3.3. Détermination et effets des paramètres cycliques

Dans la fonction d'érouissage cyclique proposée, on trouve tous les paramètres liés au mécanisme monotone. Ceux –ci sont déterminés par la méthode utilisée dans la version monotone du modèle. On trouve aussi un paramètre cyclique «  $b$  » qui fixe le taux d'érouissage cyclique. Pour déterminer ce paramètre à partir des essais de Mohkam (1983) sur sable lâche d'Hostun, nous avons utilisé un essai cyclique comportant un et sept cycles de chargement [46]. ainsi, la valeur estimée de «  $b$  » est de 0,2.

Pour analyser l'effet de ce paramètre sur la réponse du modèle, nous avons retenu une perturbation importante (80%).

Les figures IV.2a et IV.2b montrent les courbes de référence et celles obtenues après les perturbations pour le premier cycle de chargement. On constate qu'une diminution de «  $b$  » provoque, d'une part, une amplification de l'érouissage cyclique (Figure IV.3a) et, d'autre part, Un compactage plus important (Figure IV.3b)



FigureIV.3 – Influence du paramètre cyclique b

### 3.4. Validation sur chemins cycliques

#### 3.4.1. Simulation des essais drainés à déformation alternée (l'accommodation)

Il s'agit d'essais triaxiaux de chargement cyclique à l'appareil triaxial de révolution sur le sable lâche d'Hostun à partir des essais en compression drainée (Mohkam1983). Ainsi, deux types d'essais ont été utilisés : des essais à l'amplitude faible qui sont soumis à une déformation axiale cyclique faible (-1%,+1%) confiné à 100KPa et des essais à l'amplitude plus importante qui sont soumis à une déformation axiale cyclique forte (-3%,+3%) à une contrainte de confinement de 400KPa, les paramètres du modèle, déterminés à partir de ces essais, sont récapitulés dans tableau IV.1.

Tableau IV.1 : Jeu de paramètres pour les essais de Mohkam

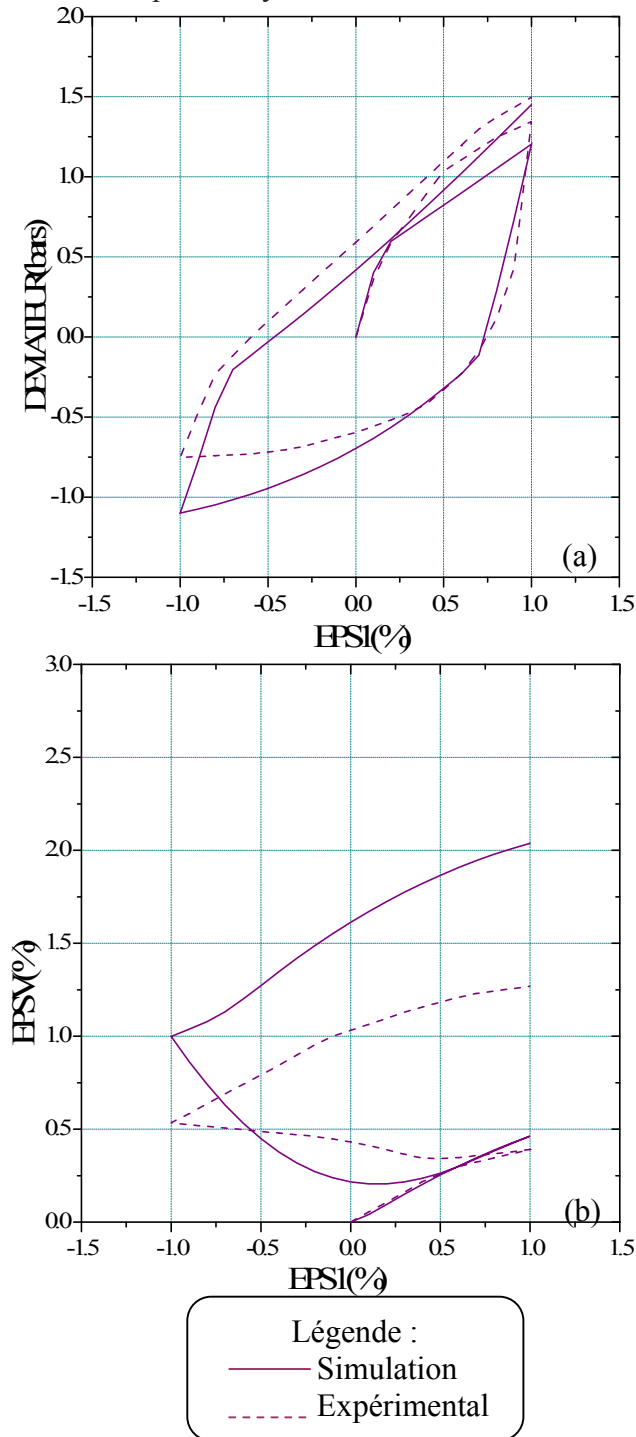
Les paramètres	$E_A$	$\nu$	$\varphi$	$a$	$\psi$	$\alpha_g$	b
Lâche d'Hostun	400bar	0.3	35°	75	32°	13	0.2

##### 3.4.1.1. Les essais à amplitude faible

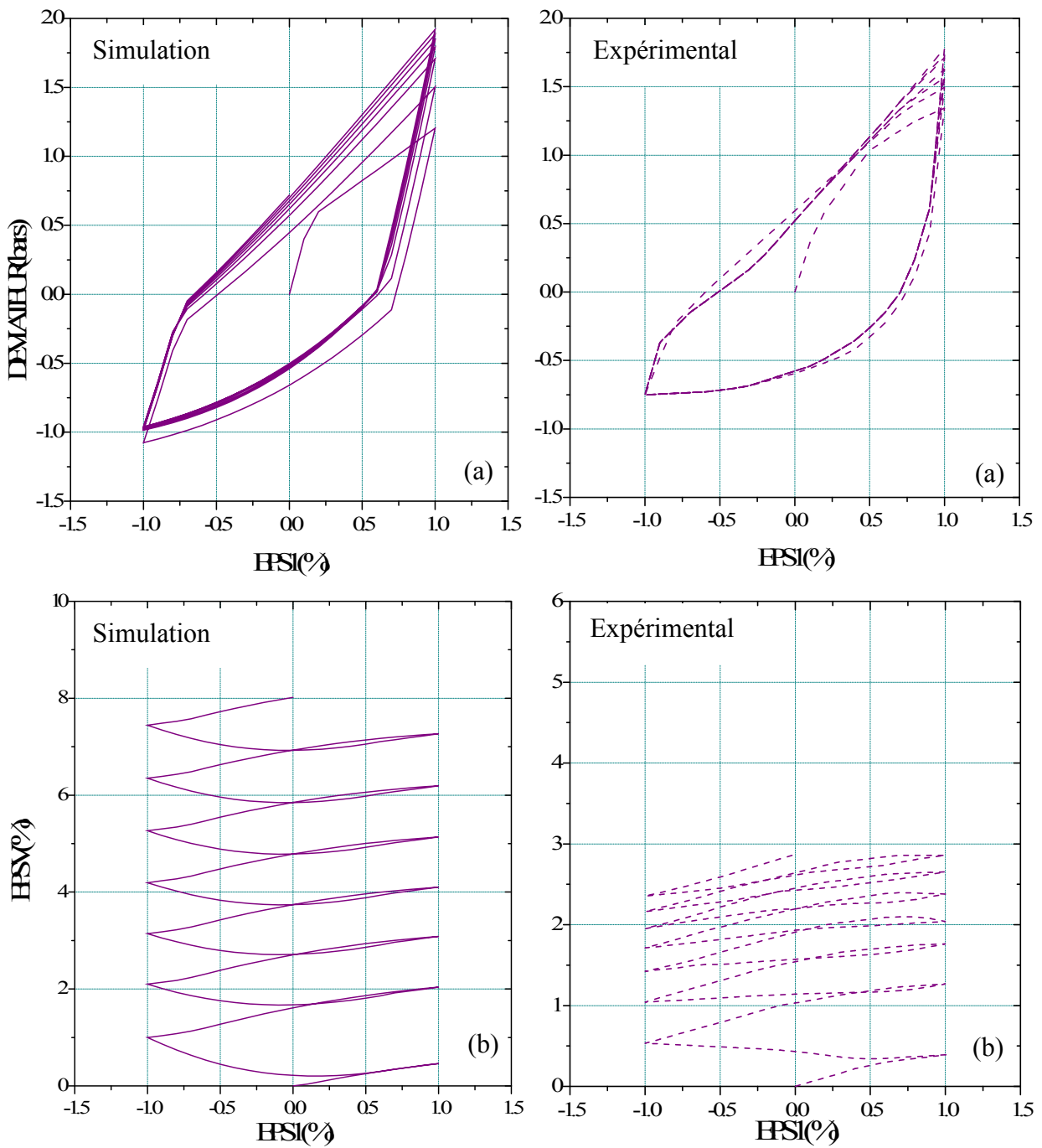
Les résultats de la reproduction de ces essais sont illustrés dans les figures IV. 4 et IV.5.

- La prédiction du déviateur de contrainte (Figure IV.4a) est correcte pour le premier cycle qualitativement. Par contre, on remarque que la valeur de q en phase de chargement primaire est moins importante que celle observée expérimentalement, et en décharge, après une pente initiale qui est bien reproduite, le modèle surestime le déviateur de contrainte.

- Au cours des sept premiers cycles de chargement (Figure IV.5a), le déviateur de contrainte augmente progressivement. Ce qui montre clairement l'importance de l'introduction de l'érouissage cyclique dans le modèle.
- Concernant l'évolution de la déformation volumique : les figures IV.4b et IV.5b montrent que la première inversion a eu lieu dans le domaine contractant qui est plus important que celle observée expérimentalement, l'accumulation des erreurs dans les cycles suivants génère un grand écart au septième cycle.



**Figure IV. 4** – Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d’Hostun ( $p_c = 100KPa$ ) (Mohkam 1983)  
 Un cycle après le chargement primaire

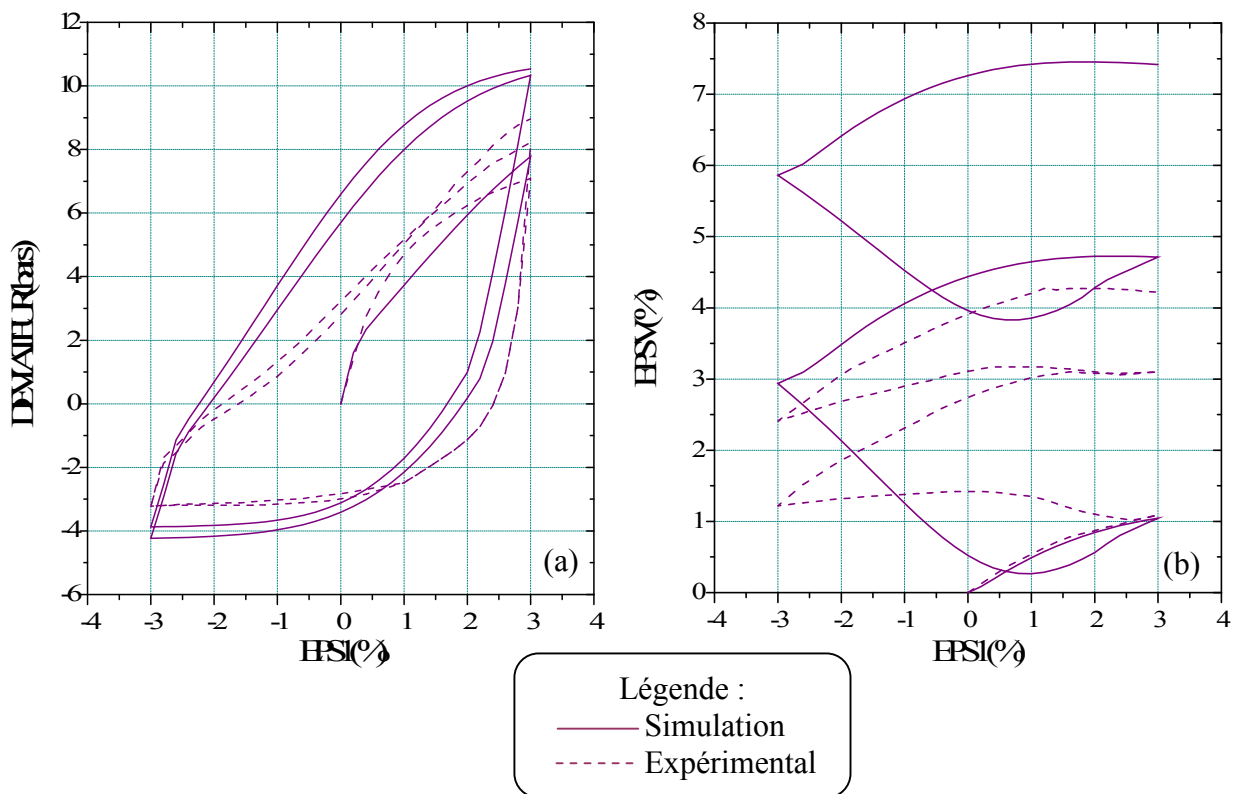


**Figure IV.5** – Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d’Hostun ( $p_c = 100\text{KPa}$ ) (Mohkam 1983)  
Sept cycles après le chargement primaire

### 3.4.1.2. Les essais à amplitude forte

Les résultats de la reproduction de ces essais sont illustrés dans la figure IV. 6

- Qualitativement, le modèle prédit bien l'évolution du déviateur de la contrainte au cours des deux cycles après le chargement primaire (Figure IV.6a). En effet, la forme des cycles est correctement reproduite. Sur le plan quantitatif, on note une faible pente initiale en décharge et en recharge, ce qui génère un écart entre la simulation et l'essai.
- La prédiction du courbe de simulation de l'évolution de la déformation volumique (Figure IV.6b) est correcte pour la première inversion a eu lieu dans le domaine contractant. Par contre, on remarque le modèle surestime la déformation volumique que celle observée expérimentalement pour les autres cycles.



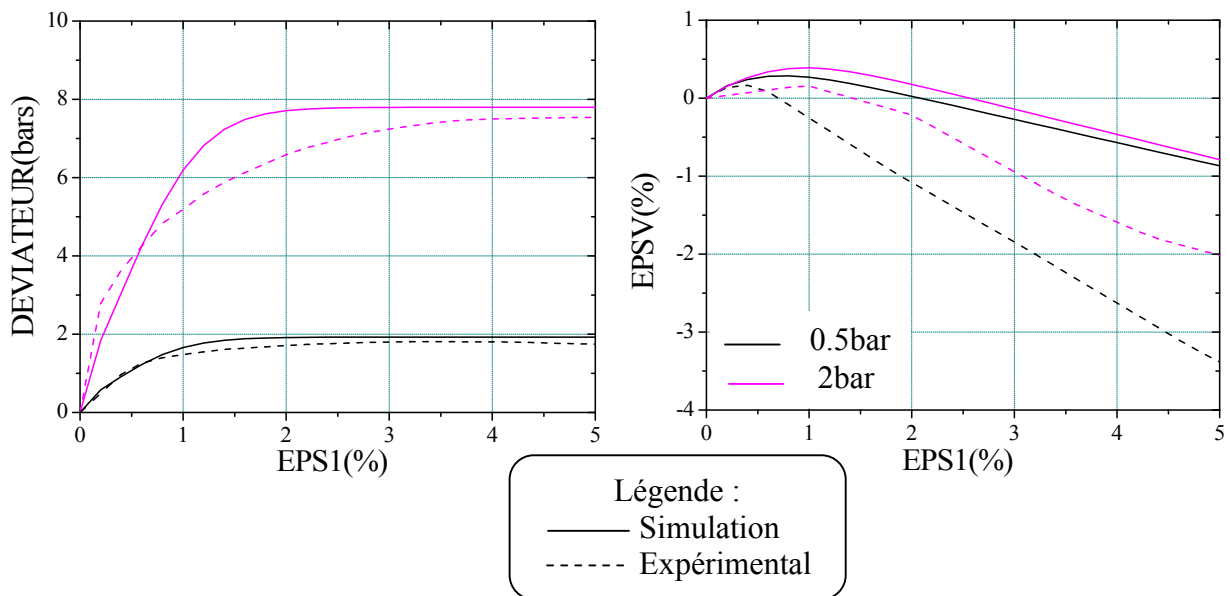
**Figure IV. 6** – Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d’Hostun ( $p_c=400\text{KPa}$ ) (Mohkam 1983)  
Deux cycles après le chargement primaire

### 3.4.2. Simulation des essais drainés à déviateur alternée (l'effet de rochet)

Il s'agit d'essais triaxiaux drainés comportant 200 cycles à contraintes imposées en la compression sur sable d'Hostun très dense ( $e=0.45\sim 0.46$ ) (Thanopoulos, 1981) [48]. l'objet de ces simulations vise essentiellement le traitement du grand nombre de cycles.

Il convient de noter que, tant au niveau rhéologique (homogène) qu'au niveau de l'ouvrage, la réponse à une telle sollicitation est caractérisée par une lente évolution des déformations (en déplacements) dont la description est généralement plus significative que celle des déformations (en déplacements) instantanées au cours d'un cycle.

On dispose pour cette densité de deux essais drainés monotones (50KPa et 200KPa) qui ont permis la détermination d'un jeu de paramètres (Figure IV.7), ces paramètres sont récapitulés dans le tableau IV.2.



**Figure IV. 7**– Essais drainés triaxiaux Thanopoulos ,1981) utilisés pour l'identification des paramètres du modèle sur le sable dense d'Hostun

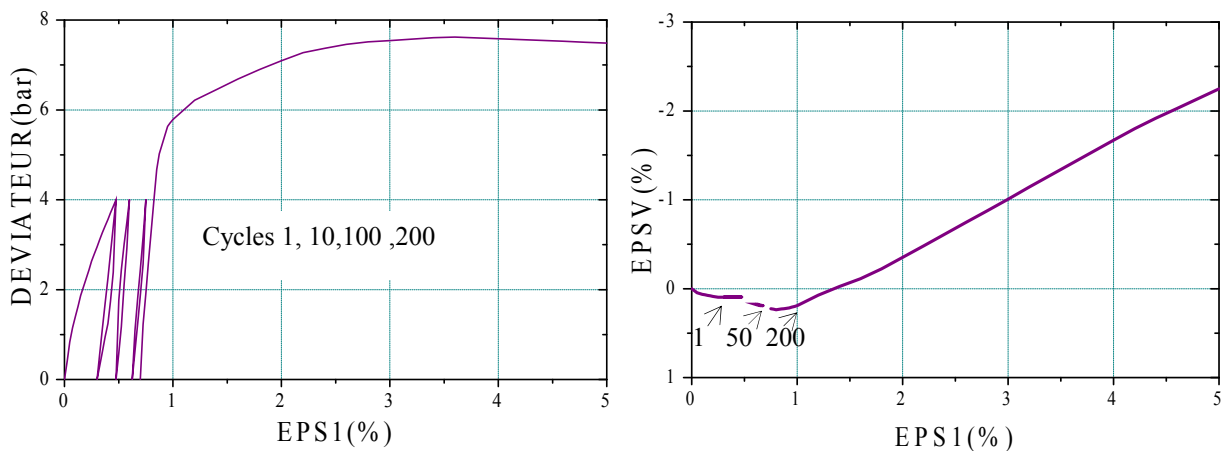
Tableau IV.2 : Jeu de paramètres pour les essais de Thanopoulos

Les paramètres	$E_A$	$\nu$	$\varphi$	$a$	$\psi$	$\alpha_g$	b
dense d'Hostun	1800bar	0.28	41°	300	36°	13	0.1

Afin d'examiner la réponse du modèle pour plusieurs amplitudes du cyclage, deux essais drainés cycliques, l'un répété ( $q_+ = 400KPa, q_- = 0KPa$ ) et l'autre ondulé ( $q_+ = 600KPa, q_- = 200KPa$ ), on été simulés. La contrainte de confinement est égale à 200KPa.

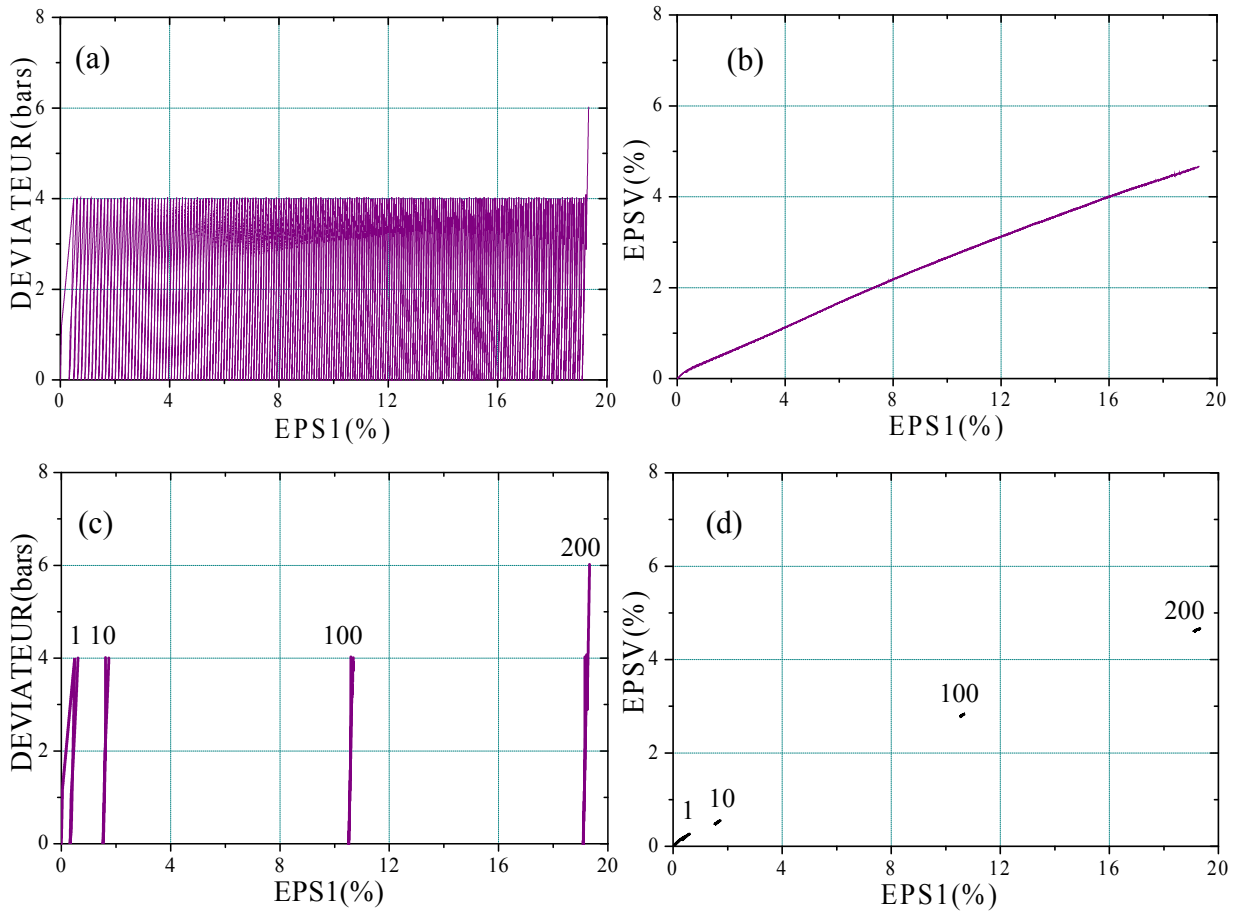
Les résultats de la reproduction de ces essais sont illustrés dans les figures IV. 8 à IV.11. Nous pouvons constater sur les courbes que :

- Il est intéressant de noter que, au cours du cyclage, le modèle reproduit bien les effets d'hystérésis correspondants, c'est-à dire la boucle d'hystérésis, bien nette pour l'essai répété (Figure IV. 9a) et le redressement des modules tangents au début de chaque cycle est moins visible pour les simulations des essais répété (Figure IV. 9c) et les essais ondulé (Figure IV. 11a).
- Dans La figure IV. 10, on observe une bonne description de l'évolution des déformations axiales au cours des premiers cycles, quand le nombre de cycles augmente, le modèle n'arrive plus à freiner l'évolution de la déformation axiale et donne un trop grand compactage.
- La figure IV. 11 présente le résultat de simulation de l'essai ondulée. Seuls, les 10 premiers cycles ont été dépouillés pour comprendre l'effet du rochet obtenu. En déchargement, la contrainte actuelle est loin du point conjugué de telle sorte que le modèle se comporte presque élastiquement.
- L'examen des courbes des déformations volumiques de ces deux cas (Figure IV. 10b et Figure IV. 11b) nous permet de noter que les déformations volumiques augmentent de façon très importante .Ainsi les cycles présentent une dilatance faible lors de la décharge, et une très forte contractance lors de la recharge.

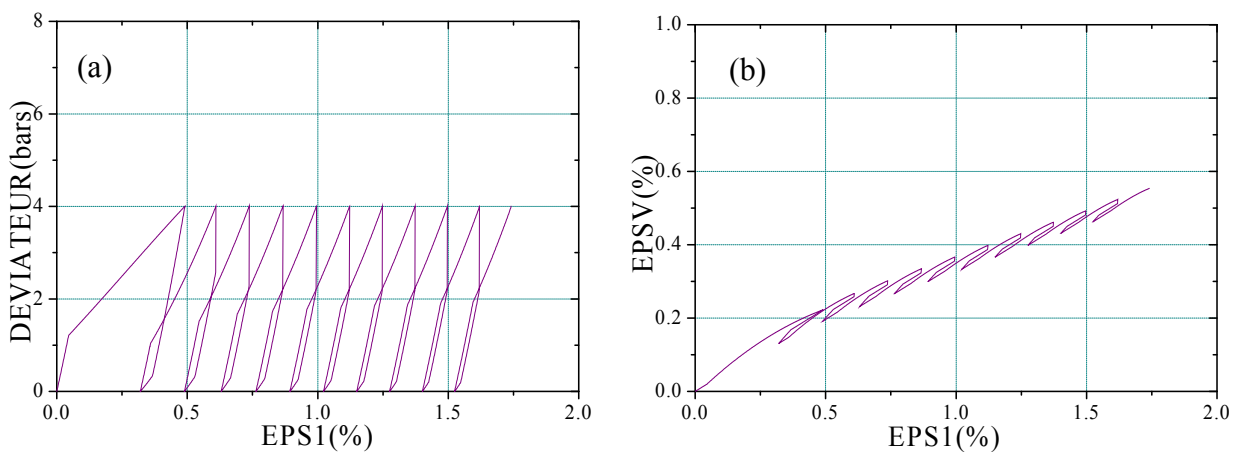


**Figure IV.8-** Expérience (d'après Thanopoulos, 1981)

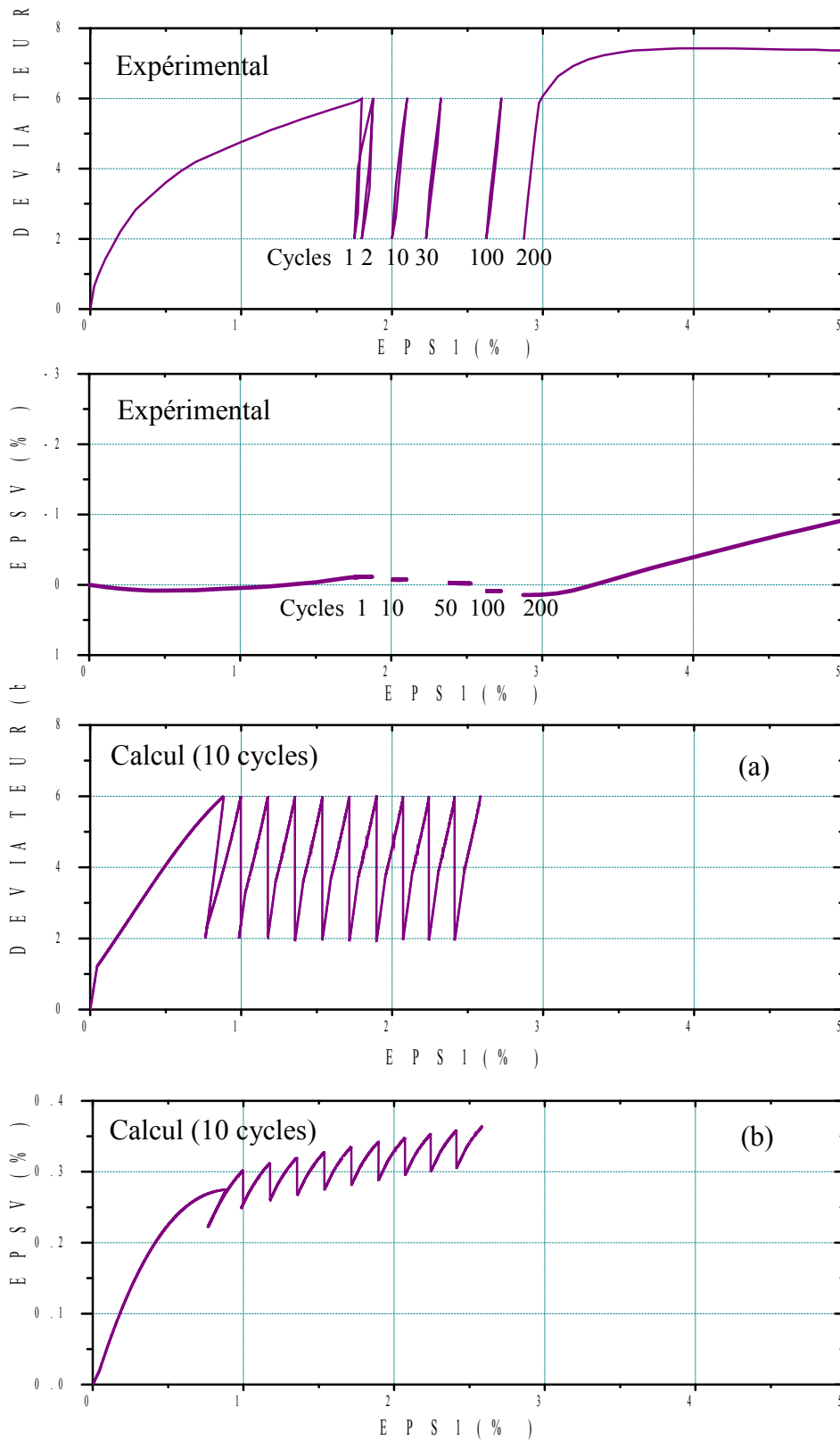




**Figure IV.9-** Essai 200 cycles drainés répétés  
 ( $q_+ = 400KPa$ ,  $q_- = 0KPa$ ) sur le sable dense d'Hostun  
 ( $q_c = 200KPa$ ) (Thanopoulos, 1981)



**Figure IV.10-** Essai dix cycles drainés répétés  
 ( $q_+ = 400KPa$ ,  $q_- = 0KPa$ ) sur le sable dense d'Hostun  
 ( $q_c = 200KPa$ ) (Thanopoulos, 1981)



**Figure IV.11-** Essai drainé ondulé ( $(q_+ = 600KPa, q_- = 200KPa)$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $q_c = 200KPa$ ) (Thanopoulos, 1981)

#### 4. CONCLUSION

L'incorporation du concept de l'écroûissage cinématique dans le modèle, dans un cadre de formulation unique, a permis de présenter le comportement des matériaux granulaires sous chargement non monotone sur des chemins de sollicitations triaxiaux.

Ainsi, la reproduction des essais drainés à déformation alternée est très encourageante : elle montre que des phénomènes importants comme l'augmentation de la résistance au cisaillement et le compactage pendant le cyclage sont correctement traduits par le modèle. Par contre, on remarque un écart entre la simulation et les essais drainés à déviateur alterné (effet de rochet) puisque le modèle est du type élastoplastique simple à un seul mécanisme et il faut introduire un autre mécanisme pour décrire ce comportement.

# CONCLUSION GENERALE

La modélisation fine du comportement des sols est un domaine complexe conduisant à la formulation de modèles non standard généralisés. Les besoins actuels de l'ingénierie s'intéressant au comportement de structures géotechniques, tant au stade de la conception qu'à celui de la réévaluation d'ouvrages existants, nécessitent l'utilisation de tels modèles.

Le présent travail constitue une contribution au développement et à la validation des modèles rhéologiques pour les sols, dans lequel nous avons proposé un modèle élastoplastique simple de type Mohr-Coulomb avec écrouissage isotrope et cinématique simulant le comportement des matériaux granulaires sous chargements monotones et cycliques.

La première partie de notre travail a consisté au recensement des modèles rhéologiques élastoplastiques existants, ainsi que sur les essais utilisés pour la modélisation de ces lois. Cet ensemble d'essais constitue une base de données sur les propriétés rhéologiques des matériaux granulaires qu'on peut utiliser comme outil de développement, puis de validation de modèles sur des chemins homogènes simples.

La deuxième partie de notre travail a consisté au développement et à la validation d'un modèle de comportement pour les matériaux granulaires. Partant de l'interprétation des résultats des essais sur les sables et en faisant appel aux concepts utilisés dans la modélisation des matériaux granulaires, nous avons construit par étapes successives une loi de comportement de complexité croissante.

Il est à signaler que le modèle proposé aux chargements monotones donne de bons résultats quant à la simulation des essais triaxiaux drainés. Nous avons obtenu de meilleures simulations de courbe de déviateur de contrainte par rapport à la courbe de déformation volumique. Les principaux aspects du comportement des matériaux granulaires sont convenablement reproduits (plastification progressive, radoucissement, contractance-dilatance et l'état critique en grande déformation).

Une méthode de détermination des paramètres du modèle a été présentée. L'étude de la sensibilité du modèle à ses paramètres a été également effectuée. Celle-ci a permis de mieux comprendre le rôle de chaque paramètre et cerner les incertitudes dans sa détermination.

L'introduction du concept de l'écrouissage cinématique à mémoire discrète, a permis de généraliser le modèle aux chargements cycliques. La reproduction des essais triaxiaux drainés à déformations alternées et à déviateurs alternés est satisfaisante. Ainsi, le modèle prédit bien l'écrouissage cyclique (augmentation du déviateur de contrainte) et le compactage pendant le cyclage.

Pour juger de la capacité prédictive du modèle, il faut l'utiliser pour la simulation d'autres essais sur des chemins variés. Pour ce faire, il faut le généraliser pour reproduire les essais vrais tridimensionnels (essais vrais triaxiaux).

De tels modèles sont développés pour l'étude de cas concrets, où les problèmes sont complexes et non homogènes. Pour la résolution de ces problèmes, on fait généralement appel à un code de calcul par éléments finis. Par la nature des problèmes à résoudre, ce code de calcul doit prendre en compte les grands déplacements, les grandes déformations et les grandes rotations.

L'intégration du modèle développé dans un programme de calcul par éléments finis permettra d'abord de quantifier les hétérogénéités mises en évidence pour les essais, puis l'application du modèle aux calculs des ouvrages-types en vraie grandeur (fondations superficielles, pieux, barrages,.....).

## BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **AL-MUKHTAR M. (1987)** -« Etude expérimentale et modélisation du comportement des fondations superficielles sous sollicitations monotones et cycliques »-Thèse de doctorat présentée à l'Université des Sciences et Techniques de Lille, Juin 1987.
- [2] **BAMBERGERY. (1981)** -« tome 1 : système de corps rigides, 326 pages ; tome 2 : Milieux déformables, 289 pages »- Mécanique de l'ingénieur Editions Hermann Paris.
- [3] **BEKKI H. (1999)** -« Contribution à la modélisation du comportement des sols pulvérulents sous chargements monotones »- Thèse de magister présentée au Centre Université de Tiaret, Mars 1999.
- [4] **BENNAZZOUZ I.K., (2005)**-« Validation d'une grande cellule triaxiale - Essais sur sable de Loire- »- Mémoire de Master Recherche, Ecole Centrale Nantes, 2005.
- [5] **BENCHEIKH B. (1991)** -« Interaction sols-structures : Modélisation et résolution numérique »- Thèse de doctorat présentée à l'Université des Sciences et Techniques de Lille, Octobre 1991.
- [6] **BIAREZ J. HICHER P.Y., (1994)** -« Elementary mechanics of soil behaviour, saturated remoulded soils »- Balkema Rotterdam.
- [7] **BOELLE J.L., (1983)** -« Mesure en régime dynamique des propriétés mécaniques des sols aux faibles déformations »-Thèse de doctorat de l'École Centrale de Paris, 1983.
- [8] **BUSTAMANTE M., CHERSTOULAS S., FRANK R. ET YANNAROS H. (1988)**- « Enseignements tirés d'essais de chargement des pieux »- Bulletin de liaison publié par les Laboratoires des Ponts et Chaussées, N°155Mai-Juin 1988, PP.81-86.
- [9] **CAMBOU B. et JAFARI K. (1988)** -« Modèle de comportement des sols non cohérents »- Revue Française de Géotechnique, N°44, Juillet 1988, PP.43-55.
- [10] **CAMBOU, P.Y HICHER. (2002)** -« Modélisation élastoplastique des sols – 2. Chargements cycliques. Chapitre 4, Elastoplasticité des sols et des roches, Modèles de comportement des sols et des roches 1 »- P-Y Hicher et J-F Shao, Paris, Hermès Science Publications, 2002.
- [11] **CHEHAD R. (1989)** -« Contribution à l'étude du comportement des géomatériaux pulvérulents sous des sollicitations rotationnelles- Réalisation d'un appareillage de torsion- »- Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille, Janvier 1989.
- [12] **CHEHAD W. (1991)** -« Méthodologie pour la validation des modèles des géomatériaux - Application aux modèles élastoplastiques des sols »- Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille, Juin 1991.

- [13] **DANO C. (2001)** -« Comportement mécanique des sols injectés »- Thèse de doctorat, Ecole Centrale Nantes, 2001.
- [14] **DESAI CS. (1980)** -« A general basis for yield, failure and potential function plasticity »- Int. J. Num. Anal. Meth. Geo, 4: 361-375, 1980.
- [15] **DESAI CS. (1994)** -« Hierarchical single surface and the disturbed state constitutive models with emphasis on geotechnical applications »-In Saxena, K. R. Ed. Geotechnical Engineering : Emerging trends in design and practice, New Delhi, Oxford & IBH Publishing Co., PP. 115-154, 1994.
- [16] **DUBUJET P. (1992)** -« Modélisation du comportement cyclique des argiles »- Thèse de doctorat. L'Ecole Centrale de Lyon, 30 Janvier 1992.
- [17] **FERNANDEZ MERODO JA. (2001)** -« Une approche à la modélisation des glissements et des effondrements de terrains : initiation et propagation »-Thèse de doctorat. Ecole Centrale Paris, 2001.
- [18] **FRANG HL. (2003)** -« A state dependent multi-mechanism for sand »-Géotechnique, 53(4): 407-420, 2003.
- [19] **GHABOUSSI J et MOMEM H. (1982)** -« Modelling and Analysis of cyclic behaviour of sands Soil »- Mechanics , Transient and Cyclic Loads, eds. GN Pande & OC Zienkiewicz, John Wiley & Sons Ltd, pp. 313-342, 1982.
- [20] **HUJEUX JC. (1985)** -« Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols »- In : V. Davidovici, Editor, Génie Parasismique, Presses ENPC, France, PP. 278-302, 1985.
- [21] **ISHIHARA, K & TOWHATA ,I. (1983)**-« Cyclic behavior of sand during rotation of principal stress axes »- Mechanics of Granular Materials : New Models and Constitutive Relations, Ed. by Jenkins,J.T& Satake,M.,Elsevier .
- [22] **ISHIHARA,K & TOWHATA ,I. (1986)** -« Influence of rotation of principal stress directions on the cyclic behavior of sand »- 2ed Int.Symp. on Nume. Models in Geomech.,Ghent,pp.827-835.
- [23] **JENCK O. (2005)** -« Le renforcement des sols compressibles par inclusions rigides verticales. Modélisation physique et numérique»- Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2005.
- [24] **KHOEI AR., AZAMI AR. et HAERI SM. (2004)** -« Implementation of plasticity based models in dynamic analysis of earth and rockfill dams »- A comparison of Pastor-Zienkiewicz and cap-models. Comput. Geotechnics, 31: 385-410, 2004.
- [25] **KORDJANI M. et HICHER P-Y. (1993)** -« Caractérisation et modélisation du comportement cyclique des sols »- 5<sup>ème</sup> séminaire Maghrébin de Génie Parasismique Alger 1993, PP.46-55.

- [26] **LADE PV. (1977)** -« Lade. Elastoplastic stress-strain theory for cohesion less soil with curved yield surface »-Int. J. Solids Struct., 13(7): 1019-1035, 1977.
- [27] **LANCELOT L. (1990)** -« Etude expérimentale et modélisation du comportement des poudres de l'industrie chimique »- Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille, Janvier 1990.
- [28] **LANCELOT L. et SHAHROUR I. (1996)** -« An elasto-plastic constitutive model for the behaviour of chemical powders at low stress »- Laboratoire de mécanique de lille.
- [29] **LASSOUDIÈRE F. (1984)** -« Modélisation du comportement des sols sous sollicitations cycliques »- Thèse de doctorat, Ecole centrale des Arts et Manufactures, Avril 1984.
- [30] **LEIPHOLZ H. (1974)** -« Theory of elasticity »- Noordhoff International Publishing, Netherlands.
- [31] **LI X-S (1997)** -« Modeling of dilate shear failure »- Journal of geotechnical and geoenvironmental Engineering, Juillet 1997.
- [32] **LORET B. (1987)** -« Elastoplasticité à simple potentiel »- Manuel de rhéologie des géomatériaux, Presses de l'ENPC, Paris, PP.153-175.
- [33] **LUONG M-P. (1980)** -« Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents »- Revue Française de géomatériaux, N° 10, Février 1980, PP.39-53.
- [34] **MAGNAN J-P. (2002)** -« PARAM 2002 : Identification et détermination des paramètres des sols et des roches pour les calculs géotechniques »- Symposium international Paris, 2-3 septembre 2002.
- [35] **MALEKI M. (1998)** -« Modélisation hiérarchisée du comportement des sols »-Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, 1998.
- [36] **MANZARI MT et DAFALIAS YF. (1997)**-« A critical state two-surface plasticity model for sands »-Géotechnique, 47(2): 255-272, 1997.
- [37] **MESTAT P. (1993)** -« Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis »- LCPC Série géotechnique, mars 1993.
- [38] **MESTAT P. (2002)** -« Modélisation élastoplastique des sols – 1. Chargements monotones. Chapitre 3, Elastoplasticité des sols et des roches, Modèles de comportement des sols et des roches 1 »- P.Y Hicher et J-F Shao, Paris, Hermès Science Publications, 2002.
- [39] **NOVA R. (1982)** -« A model of soil behaviour in plastic and hysteretic ranges »- Int. Workshop on Constitutive Behaviour of soils, Grenoble, eds Balkema, PP.289-309, 1982.



- [40] **PASTOR M., ZEINKIEIEZ O-C .et LEUNG K-H (1985)** - « Simple model for transient soil loading in earthquake analysis II. non associative model for sand »- International journal for numerical and analytical methods in geomechnics, vol 9, (1985), PP.477-498.
- [41] **PASTOR M., ZEINKIEWICZ OC. et CHAN AHC. (1990)** -« Generalized plasticity modelling soil behaviour »- Int. J. Num. Anal. Meth. In Geomech., 14(3):151-190, 1990.
- [42] **PRAGER W. (1955)** -« The theory of plasticity: a survey of recent achievements » - Proc. Inst. Mech. Engrs, London, 169, PP. 41-57, 1955.
- [43] **PUECH A. (1980)**-« pieu expérimental de cran »- Rapport de l'Association de Recherche en Mécanique des sols Marins, septembre 1980.
- [44] **SHAKHREV V., MAGMAN J.P. et EJAAOUANI H. (1996)**-« Etude expérimentale du comportement du sol lors du fonçage des pieux »- Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées, N°206, 1996, PP.95-115.
- [45] **TAN C-H. (1987)** -« Modélisation du comportement du sable à l'aide d'un modèle élastoplastique »- Mémoire de stage effectué à l'Institut Français de Pétrole, Cemptembre 1987.
- [46] **TAN C-H. (1990)** -« Développement d'un modèle élastoplastique pour le comportement des matériaux granulaires sous sollicitations non monotones complexes »- Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille, Décembre 1990.
- [47] **TAYLOR G.I & QUINNEY H. (1931)** -« The plastic distosion of metals » - Phil.Trans.Roy.Soc.Lond., vol.A/230,PP.323-362.
- [48] **THANAPOULOS I. (1981)** -« Contribution à l'étude du comportement cycliques des milieux pulvérulents »- Thèse de doctorat, Université de Grenoble, Octobre 1981.
- [49] **WONG, R.K.S & ARTHUR, J.R.F. (1986)** -« Sand sheared by stresses with cyclic variations in direction » -Geotechnique, Vol.36, No.2, pp.215-226.

# ANNEXE A

## CALCUL ÉLASTOPLASTIQUE

*Dans cette annexe, on présente un court rappel de la théorie de l'élastoplasticité.*

### A. Principe de base de l'élastoplasticité

Les lois de comportements élastoplastiques sont basées sur les quatre notions fondamentales suivantes:

- l'apparition des déformations élastoplastiques et plastiques;
- l'existence d'une surface de charge dans l'espace des contraintes principales;
- la loi d'écoulement plastique;
- la loi d'écrouissage.

L'incrément de déformation totale  $\dot{\epsilon}$  est la somme d'une contribution réversible ou élastique  $\dot{\epsilon}^e$ , et une contribution irréversible ou plastique  $\dot{\epsilon}^p$ .

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p \quad (\text{A.1})$$

La partie élastique  $\dot{\epsilon}^e$  est liée à l'incrément de contrainte par la relation suivante :

$$\dot{\sigma} = C^e \cdot \dot{\epsilon}^e \quad (\text{A.2})$$

Où :  $C^e$  est le tenseur d'élasticité.

La partie plastique  $\dot{\epsilon}^p$  est générée lorsque la contrainte  $\sigma$  est située sur la surface de charge et a tendance à sortir de cette surface.

### B. Notion de surface de charge

La partie plastique ne se manifeste que si on atteint un critère de rupture. Dans le cas d'un comportement écrouissable, cette condition peut être représentée par une fonction scalaire:  $F(\sigma, R)$ ; où  $\sigma$  est le vecteur de contraintes et R étant l'ensemble des paramètres d'écrouissage.

### C. Notion de charge et de décharge

Dans le plan des contraintes, la surface de charge délimite deux zones ; une dite de charge, et l'autre de décharge (Figure A.1).

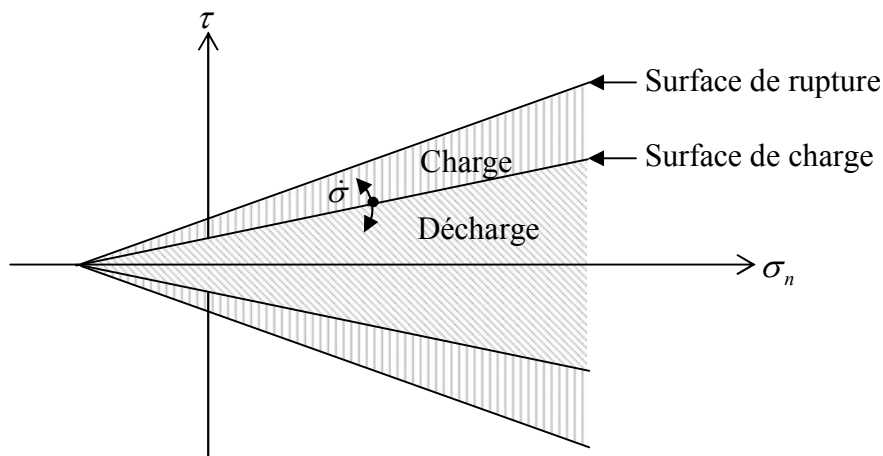


Figure A.1- Notion de charge et de décharge  
(Critère de Mohr-Coulomb)

La notion de charge et de décharge est régie par les équations

Charge:  $\dot{\varepsilon}^p \neq 0$

$$\begin{cases} F(\sigma, R) = 0 \\ \dot{f} = \frac{\partial F}{\partial \sigma}(\sigma, R) \cdot \dot{\sigma} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Décharge:  $\dot{\varepsilon}^p = 0$

$$\begin{cases} F(\sigma, R) = 0 \text{ ou } F(\sigma, R) < 0 \\ \dot{f} = \frac{\partial F}{\partial \sigma}(\sigma, R) \cdot \dot{\sigma} < 0 \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

#### D. Notion de potentiel plastique et règle d'écoulement

La règle d'écoulement définit la façon dont les vitesses (ou incréments) de déformations plastiques évoluent.

On admet, en général, que les déformations plastiques dérivent d'un potentiel plastique  $g(\sigma, R)$ .

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma}(\sigma, R) \quad (\text{A.5})$$

$\lambda$  est le multiplicateur de plasticité (scalaire positif ou nul).

$\frac{\partial g}{\partial \sigma}$  définit les directions des déformations plastiques, celles-ci sont normales à la surface d'écoulement :  $g(\sigma, R) = 0$ .

#### E. Multiplicateur de plasticité " $\lambda$ " et module d'écrouissage " $H$ "

Le multiplicateur de plasticité  $\lambda$  étant calculé en écrivant la condition de consistance, qui traduit que l'état de contrainte doit rester sur la surface de charge :

$$\dot{f} = \left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]' \dot{\sigma} + \frac{\partial F}{\partial R} \dot{R} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Ou encore:

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]' \dot{\sigma} = - \frac{\partial F}{\partial R} \dot{R} \quad (\text{A.7})$$

Le module d'écrouissage  $H(\sigma, R)$  est défini par la relation

$$\frac{\partial F}{\partial R} \dot{R} = -\dot{\lambda} H(\sigma, R) \quad (\text{A.8})$$

Compte tenu des relations (A.7) et (A.8),  $\dot{\lambda}$  peut s'écrire :

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{H(\sigma, R)} \left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^t \dot{\sigma} \quad (\text{A.9})$$

Les déformations plastiques sont alors obtenues en utilisant l'équation du potentiel plastique :

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{1}{H} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^t \dot{\sigma} \quad (\text{A.10})$$

Si l'on considère que les paramètres d'écroissage sont fonction des déformations plastiques, le module d'écroissage s'écrit :

$$H = - \frac{\partial F}{\partial R} \left( \frac{\partial R}{\partial \varepsilon^p} \right) \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (\text{A.11})$$

A partir de la relation de consistance et des équations (A.1), (A.2) et (A.11), nous obtenons:

$$\dot{\lambda} = \frac{\left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^t C^e \cdot \dot{\varepsilon}}{H + \left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^t C^e \left[ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right]} \quad (\text{A.12})$$

## F. Notion de matrice d'élastoplasticité

L'incrément de contrainte  $\dot{\sigma}$  peut s'exprimer par:

$$\dot{\sigma} = C^{ep} \cdot \dot{\varepsilon} \quad (\text{A.13})$$

Où  $C^{ep}$  est alors la matrice d'élastoplasticité.

On peut calculer  $C^{ep}$  en utilisant les relations (A.1), (A.2), (A.5) et (A.12), on obtient alors:

$$C^{ep} = C^e - \frac{C^e \frac{\partial F}{\partial \sigma} \left[ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right]^t C^e}{H + \left[ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^t C^e \left[ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right]} \quad (\text{A.14})$$

# ANNEXE B

## ORGANIGRAMME DE CALCUL DU MODELE EN CHARGEMENTS CYCLIQUES

*Dans cette annexe, on présente les différentes étapes du programme développé pour la simulation du comportement des matériaux granulaires sous chargements monotones et cycliques.*

