
UNIVERSITE ZIANE ACHOUR DE DJELFA
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département des Sciences et Technologie

Mémoire



Présenté par

Khadidja KAIBICHE

Pour obtenir le titre de

Magister en Electronique

Option

Micro-ondes

Thème

Filtrage bilatéral des images à multicopies bruitées.

Soutenu le : 26/04/2011

Devant le jury composé de :

MM :	K. GUESMI	M.C.A.	Univ. Djelfa	Président
	Z. MESSALI	M.C.A-	Univ. M'sila	Rapporteur
	D. CHIKOUCHE	Prof.	Univ. M'sila	Examineur
	A. MAYOUF	M.C.A-	Univ. Djelfa	Examineur
	F.BOUTTOUT	M.C.A-	Univ. M'sila	Examineur

Année universitaire : 2010/2011.

Je dédie ce mémoire

A mes parents pour leur amour et leur soutien

A mes adorables sœurs : Fatma, Fatima et Aicha

A ma bien-aimée : Meriem BENDJEDOU

A mes frères

A mes meilleurs amies : Fatiha, Mebroka, Fatiha bessine, et Souad

A mes camarades d'option de communication de promotion 2007

A toute les étudiants de magistère promotion 2011

A tous mes proches

Remerciements

Nous remercions, en premier lieu, notre dieu qui a bien voulu nous donner la force pour effectuer le présent travail.

En second lieu, nous tenons à exprimer, nos vifs remerciements et notre gratitude à ma promotrice Dr. MISSALI Zoubeida pour sa précieuse aide et son suivi permanent durant toute la période du projet.

Un merci particulier à Dr. A.MAYOUF, toute la reconnaissance que je lui dois. Ce dernier a suscité, développé, puis accompagné mes premiers pas dans le domaine de la recherche avec une grande patience et avec une pédagogie extraordinaire.

J'adresse aussi mes remerciements aux le Mr. S.LAIB, Dr. F.BOUTTOUT et Mr. A.KAIBICHE

Nos sincères remerciements vont également aux membres du jury pour avoir accepté de juger notre modeste travail.

Je tiens à remercier à mes chères amies Messouda et Samira qui m'a été d'un grand apport moral surtout durant les moments difficiles de ce travail.

A la fin nous remercions nos enseignants durant toute notre formation.

Sommaire

Introduction générale	1
CHAPITRE 1 : Analyse par Ondelettes et l'Algorithme de Débruitage	
Introduction	6
1. Transformée en Ondelettes.....	6
1.1. Transformée en Ondelettes Continue	7
1.2. Transformée en Ondelettes Discrète	9
1.3. La Transformée en Ondelette Liée à l'Analyse Multirésolution.....	10
2. Algorithme de Débruitage à Base d'Ondelette.....	14
2.1. Formulation Générale du Problème	14
2.2. Choix du Seuil	17
2.4. Exemples de Débruitage de l'Image	18
3. Conclusion.....	19
CHAPITRE 2 : Etude des Caractéristiques du Filtrage Bilatéral	
Introduction	20
1. Filtre Gaussien.....	20
2. Filtrage Bilatéral.....	23
2.1. Présentation du Filtrage Bilatéral.....	23
2.2. Expression du Filtre Bilatéral	23
2.3. Conservation des Contours.....	24
2.4. Choix des Paramètres du Filtre Bilatéral.....	27
3. Exemples des Résultats de Simulation	29
4. Conclusion	34
CHAPITRE 3 : Technique Algorithme Hybride de Débruitage d'Image Via les Ondelettes Orthogonales à Estimateur de Stein (OWT SURE-LET) et Filtre Bilatéral	
Introduction	35
1. Principe du Débruitage à Base des SURE-LET	35
2. Implémentation de l'Estimateur	36
3. Expression de La Divergence.....	37
4. Algorithme de Débruitage des OWT SURE-LET.....	39
4.1. Principe	39
4.2. Minimisation de ϵ	39

5. Algorithme Hybride de Débruitage	40
6. Résultats et Discussions	44
7. Conclusion.....	50

CHAPITRE 4 : *Algorithme de Débruitage d'Image à Base du Filtrage Dans Le Domaine des Ondelettes et Le Filtre Bilatéral*

Introduction	51
1. Principe de L'estimateur Bayésien	51
1.1 Paradigme Bayésien en Images.....	51
2. Principe des Transformations de Voisinage	53
2.1. Algorithme Classique de Filtrage	53
3 L'algorithme de Débruitage à Base du Filtrage Dans Le Domaine des Ondelettes et Le Filtre Bilatéral	55
3.1. Modèle d'Estimation	55
3.2. Estimation des Coefficients d'Ondelettes Bruités	58
3.3. Structure de l'Algorithme.....	59
4. Choix des Fenêtres	59
5. Résultats et Discussion	61
5.1. Comparaison Sur Les Estimations	61
5.2. Comparaison Avec d' Autres Méthodes de Débruitage	65
6. Conclusion	69
Conclusion Générale	70

Annexe

Bibliographie

Legende Des Figures

Fig.1.1	Principe d'Analyse Multirésolution	12
Fig. 1.2	Application de La Transformée d'Ondelettes Séparable 2D Sur Une Image	12
Fig. 1.3	Algorithme d'Analyse de Mallat.	13
Fig. 1.4	Algorithme de Reconstruction de Mallat	13
Fig. 1.5	Estimateurs Par Seuillage d'Odelettes	16
Fig.1.6	Exemple du Débruitage d'Une Image.	18
Fig. 2.1	Image Test 'Barbara' Traitée Par La Filtre Gaussien.	22
Fig.2.2	Exemple du Filtrage Linéaire Gaussien avec Différents Profils De $\sigma =4, 8, 16, 32$	22
Fig.2.3	Influence du Filtre Bilatéral Sur Les Bords d'Une Image	26
Fig.2.4	Contour des Valeurs de MSE Entre l'Image Original et l'Image Débruitée Pour Différent Valeurs de σ_d et σ_r	27
Fig.2.5	Variation de MSE en Fonction de w (La Taille du Filtre) Pour Différentes Images Avec $\sigma_n =10$	30
Fig.2.6	Variation de PSNR en Fonction de w (La Taille du Filtre) Pour Différentes Images Avec $\sigma_n =10$	30
Fig.2.7	Variation de MSE en Fonction de σ_n du Bruit Pour Différentes Images.	32
Fig. 2.8	Variation de PSNR en Fonction de σ_n du Bruit Pour Différentes Images	32
Fig. 2.9	Comparaison Sur Les Images « Lena, Boat, Coco et Peppers» Corrompue Par Un Bruit Gaussien $\sigma_n =15$, Débruitées Par Le Filtrage Bilatérale.	33
Fig.3.1	Structure de l'Algorithme Hybride de Débruitage à Base de OWT SURE-LET et Filtre Bilatéral	43
Fig.3.2	PSNR Pour Les Images de Test (a) Lena (b) Cameraman (c) Peppers (d) House Obtenu Par Les Techniques OWT SURE-LET, OWT SURE-LET-JBF et BF	45
Fig.3.3	MSE Pour Les Images De Test (A) Lena (B) Cameraman (C) Peppers (D) House Obtenu Par Les Techniques OWT SURE-LET, OWT SURE-LET-JBF Et BF	46
Fig.3.4	Image Test : (a) Lena Originale (b) Bruitée avec $\sigma_n = 10$ (c) Débruitage Par : Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF	47
Fig.3.5	Image Test : (a) Cameraman Originale (b). Bruitée avec $\sigma_n = 10$ (c) Débruitage Par : Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF	47
Fig.3.6	Image Test : (a) Peppers Originale (b) l'Image Bruitée avec $\sigma_n = 20$ (c) l'Image Débruitée Par : Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (E) OWT-SURELET JBF	48
Fig.3.7	Image Test : (a) House Originale (b) Bruitée Avec $\sigma_n = 10$ (c) Débruitage Par: Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF	48
Fig.4.1	Transformation de Voisinage	54

Fig.4.2	Voisinages Les Plus Utilisée	54
Fig.4.3	Principe de l'Algorithme de Filtrage	54
Fig.4.4	Le Voisinage de Pixel.	55
Fig.4.5	Structure de L'Algorithme de Débruitage TRISF JBF	60
Fig.4.6	Comparaison des Différents Estimations Sur L'image Test 'Boat' Avec $\sigma_n = 30$	63
Fig.4.7	Détail de L'Image Test 'Boat' avec $\sigma_n = 30$	63
Fig.4.8	Comparaison Des Différents Estimations Sur L'image Test 'Barbara' avec $\sigma_n = 20$	64
Fig.4.9	Comparaison des Différents Estimations Sur L'image Test 'Barbara' Zoomée Sur Une Région Texturée de Châle Avec $\sigma_n = 20$	64
Fig.4.10	(a) Image Originale (Peppers 256x256), (b) Image Bruitée ($\sigma_n = 30$), (c) Image Débruitée avec DT-CWT, (d) Image Débruitée avec OWT SURE-LET, (e) Image Débruitée avec OWT SURE-LET JBF, (f) Image Débruitée avec TRISF JBF.	67
Fig.4.11	(a) Image Originale (Fingerprint 512x512), (b) Image Bruitée ($\sigma_n = 50$), (c) Image Débruitée avec DT-CWT, (d) Image Débruitée avec OWT SURE-LET, (e) Image Débruitée Avec OWT SURE-LET JBF, (f) Image Débruitée avec TRISF JBF	68

Liste Des Tableaux

Tab.2.1	Les Valeurs de MSE Et PSNR en Fonction de w (La Taille du Filtre) en Utilisant Le Filtre Bilatéral Pour Différentes Images Avec $\sigma_n = 10$	29
Tab.2.2	Les Valeurs de MSE en Fonction de σ_n en Utilisant Le Filtre Bilatéral Sur Les Images Lena, Boat, Barbara Et Peppers	31
Tab.2.3	Les Valeurs de PSNR en Fonction de σ_n en Utilisant Le Filtre Bilatéral Sur Les Images Lena, Boat, Barbara Et Peppers	31
Tab.3.1	Les Valeurs de PSNR en Fonction de σ_n En Utilisant OWT_SURELET-JBF Et OWT_SURELET	49
Tab.3.2	Les Valeurs de MSE En Fonction de σ_n en Utilisant OWT_SURELET-JBF et OWT_SURELET	49
Tab.4.1	Les Valeurs de PSNR en Fonction de σ_n Dans Les Etages de L'algorithme TRISF JBF	62
Tab.4.2	Les Valeurs de PSNR en db en Fonction de σ_n Par Les Différentes Méthodes Sur Les Images Lena, Boat, Cameraman, House	66

Introduction Générale

1. Introduction

Le traitement d'image est désormais reconnu comme une discipline originale, au confluent des mathématiques (théorie des nombres, processus aléatoires, statistique, algèbre linéaire), de la physique (influence des capteurs et milieux, domaine de validité des hypothèses simplificatrices,...) et de l'informatique (mise en œuvre d'algorithmes...) avec une méthodologie propre (analyse spectrale, filtrage, optimisation), des problèmes spécifiques (quantification, rapidité des algorithmes, compromis précision-complexité-temps de calcul, élimination de bruit,...) et un large champ d'application dans divers domaines de l'activité humaine (médecine, géologie, télécommunications, données financières, industries mécaniques,...).

Dans de nombreux domaines scientifiques, le bruit joue un rôle fondamental. Il est à l'origine d'un grand nombre de difficultés. Le bruit dans une image est le résultat du bruit électronique du capteur et de la qualité du digitaliseur. Pour lutter contre les effets du bruit, il est nécessaire d'opérer des transformations qui pour chaque pixel tiennent compte des techniques dites de filtrage d'image en algorithme de débruitage.

Dans la littérature du traitement d'images, différentes méthodes de débruitage ont été proposées et développées. Tout d'abord, des méthodes de filtrage spatial ont été proposées. Celles-ci consistent à réduire le bruit dans les zones qui ne présentent pas d'objets intéressants et à accentuer la perception des structures d'intérêt. Ces techniques de filtrage utilisent un filtre passe-bas pour supprimer les hautes fréquences, ce qui a pour inconvénient d'atténuer les contours de l'image. Pour palier à ces problèmes, de nouvelles techniques, plus performantes, ont vu le jour aux cours des années 80 et 90, citons notamment les approches variationnelles basées sur les EDPs (équations aux dérivées partielles), les approches utilisant les champs de Markov et les approches basées sur les transformées multi-échelles, notamment la transformée en ondelettes. Récemment, ces dernières ont montré leur puissance dans le cadre de l'estimation statistique. Par le biais de ces transformées parcimonieuses, l'énergie du signal utile est concentrée sur un faible nombre de coefficients, ce qui offre ainsi un cadre

naturel non linéaire pour estimer ce signal. Alors, il suffit de seuiller les coefficients de l'image observée et d'inverser la transformée pour obtenir une estimée du signal utile. D'une autre part, le filtrage bilatéral comme une technique de débruitage ajouté aux précédentes méthodes permet de faire un lissage et d'éliminer des détails inutiles, avec l'avantage de préserver les contours entre les régions d'image. Dans le cadre de ce mémoire, nous nous sommes intéressés au débruitage des images niveaux de gris à base des ondelettes orthogonales et le filtre bilatéral. plus précisément, nous proposons deux algorithmes de débruitage, qui consistent à combiner l'approche de la transformée en ondelettes et le filtrage bilatéral. L'intérêt de cette combinaison est de tirer profit des avantages des deux approches. Il convient maintenant, de dresser un état de l'art sur les différents algorithmes de débruitage proposés dans la littérature.

2. État de l'art

L'obtention d'information à partir de mesures corrompues par un bruit reste un problème ouvert, que ce soit en traitement du signal ou en traitement de l'image, et est toujours un domaine actif de recherche.

En 1961, James et Stein [1] ont introduit un estimateur du vecteur des moyennes $\theta \in \mathbb{R}^d$ d'observations gaussiennes de vecteur moyenne θ et de covariance $\sigma^2 I_d$: $x \sim N(\theta, \sigma^2 I_d)$. Cet estimateur permet d'obtenir une erreur quadratique moyenne plus petite que l'estimateur du maximum de vraisemblance (MV) sur des données de dimension d supérieure ou égale à 3. Le point clé pour appliquer la méthode de MV est le calcul de la densité d'une variable aléatoire stable. Cependant, aucune forme analytique n'est disponible pour l'estimateur de MV et on a recours à des procédures de minimisation numérique extrêmement pénibles et coûteuses [2]. Ces inconvénients majeurs rendent cette possibilité inutile en pratique. Le résultat de l'estimateur $x \sim N(\theta, \sigma^2 I_d)$ a ensuite été généralisé par Block [3] au cas $N(\theta, \Gamma)$, ou $\Gamma \in \mathbb{R}^{d \times d}$ est une matrice symétrique définie positive. Dans ce cas, l'estimateur de James Stein domine celui du maximum de vraisemblance dès que la dimension effective : $\frac{\text{Tr}(\Gamma)}{\lambda_{\max}(\Gamma)}$ ou $\lambda_{\max}(\Gamma)$ est la plus grande valeur propre de Γ et Tr , représente l'opérateur de trace d'une matrice) est plus grande que 2. La formule du risque de l'estimateur de James-Stein fait intervenir le vecteur θ , ce qui dans la pratique est un problème puisque θ est inconnu. Pour pallier cette difficulté, Stein [4] a alors introduit en 1981 un estimateur non biaisé du risque pour des estimateurs s'écrivant sous la forme

$$\hat{\theta} = X + g(X)$$

Où g est continue, différentiable presque partout et vérifie :

$$E \left(\sum_{i=1}^d \left| \frac{\partial g_i}{\partial x_i} (x) \right| \right) < \infty .$$

Le résultat, prouvé dans le cas d'une matrice de covariance de la forme $\sigma^2 I_d$, peut être étendu aux matrices de covariance symétriques définies positives. L'estimateur non biaisé de Stein est maintenant connu sous l'acronyme SURE (Stein's Unbiased Risk Estimate). Pour plus de détails concernant cet estimateur, on pourra consulter [5].

Par la suite, Donoho et Johnstone [6] l'ont utilisé en débruitage dans le cadre d'un opérateur de seuillage doux sur des coefficients d'ondelettes pour estimer et minimiser l'erreur quadratique moyenne [7]. Cette méthode est connue aujourd'hui sous le nom de SureShrink. Les fonctions de seuillages doux et dur, courantes et ayant fait la preuve de leur efficacité dans des travaux sur le débruitage, ont ensuite été améliorées [8,9] en considérant des estimateurs non linéaires reposant sur des combinaisons linéaires de fonctions élémentaires. Récemment, Luisier et Blu [10] ont repris ce principe de paramétrisation linéaire qu'ils ont dénommé LET (Linear Expansion of Thresholds) et l'ont généralisé, conduisant ainsi à la méthode SURE-LET. Mentionnons également que des travaux sur les approches SURE ont été menés dans le cadre de débruitage multivarié [11,12] et de l'estimation ensembliste [13].

Par ailleurs Le filtrage bilatéral comme une technique de débruitage ajouté aux précédentes méthodes permet de faire un lissage et d'éliminer des détails inutiles.

Le filtre bilatéral est un filtre non linéaire proposé par Aurich et Weule [14], Smith et Brady [15], et Tomasi et Manduchi [16] pour lisser les images. Il a été adopté pour plusieurs applications telles que le débruitage des images [16, 17], les manipulations de texture [18], la Compression [19], et la photographie mise en valeur [20, 21]. Il est également utilisé dans d'autres domaines, comme la maille carénage, débruitage volumétrique [22], le flux optique l'estimation du mouvement, et le traitement vidéo. Ce grand succès découle de plusieurs origines. Tout d'abord, sa formulation et la mise en œuvre est simple: un pixel est simplement remplacée par une moyenne pondérée de ses voisins. Le filtre bilatéral est également non-itératif, réalisant de ce fait des résultats satisfaisant avec seulement un passage simple. Ceci rend les paramètres du filtre relativement intuitifs puisque leurs effets ne sont pas cumulés au-dessus de plusieurs itérations.

Le filtre bilatéral s'est avéré être très utile, mais il est lent. Il est non linéaire et son évaluation est coûteuse, car les accélérations de calcul traditionnelles, comme la réalisation après une convolution FFT, ne sont pas applicables. Néanmoins, des solutions ont été proposées pour accélérer l'évaluation de l'accord de filtre bilatéral [19, 23-25]. Malheureusement, la plupart de ces méthodes s'appuient sur des approximations qui ne sont pas fondées sur de solides bases théoriques, et il est difficile d'évaluer l'exactitude qui est sacrifiée [26].

Dans ce travail, nous essayons d'améliorer la qualité de l'image bruitées en tirant profit des avantages des ondelettes et du filtrage bilatérale. Nous proposerons un algorithme de débruitage, qui se base sur la combinaison du filtre bilatéral et les OWT SURE-LET (*Orthonormal Wavelet Thresholding algorithm based on the principle of Stein Unbiased Risk Estimation Linear Expansion of Thresholds*). Un 2^{ème} algorithme hybride sera détailler au Chapitre quatre. Cet algorithme se base essentiellement sur le filtrage Bilatéral et le filtre de contraste trivariate TRISF (*Trivariate Shrinkage Filter*).

Dans ce qui suit, nous présentons les chapitres qui constituent ce manuscrit.

3. Organisation du mémoire

Ce document est constitué de la présente introduction et de quatre Chapitres illustrant les différents aspects de nos travaux et d'une conclusion. Nous avons ajouté, en début de chaque Chapitre, une introduction détaillant plus encore le contexte et les enjeux de la partie traitée dans le dit Chapitre, ainsi que les travaux effectués.

Le premier Chapitre étudie les problèmes de restauration de données par décomposition en ondelettes. Nous détaillerons au cours de ce Chapitre, le principe du débruitage. Nous mettrons l'accent sur l'algorithme de Donoho [7]. Nous exposerons également les éléments théoriques concernant les méthodes de débruitage. Deux exemples sur le débruitage par ondelettes seront présentés à la fin du Chapitre.

Dans la deuxième Chapitre, nous présenterons le filtrage bilatéral. Nous mettrons l'accent sur les différents paramètres qui influent sur la qualité du filtrage. Nous illustrerons les résultats obtenus par ce filtre.

Le troisième Chapitre sera entièrement dédié à l'algorithme hybride de filtrage. Cet algorithme s'appui sur les OWT SURE-LET et le filtrage bilatéral. Nous détaillerons d'abord les résultats obtenus par l'algorithme OWT SURE-LET. En fin, nous présenterons

l'algorithme de débruitage, qui combine le filtrage bilatéral et les OWT SURE-LET. Nous calculerons deux critères pour juger de la qualité des résultats, à savoir l'erreur quadratique moyenne MSE et le rapport signal sur bruit SNR.

Le quatrième Chapitre sera entièrement dédié à l'exposition et l'interprétation de nos résultats obtenus par notre deuxième algorithme de débruitage. Nous détaillerons en premier lieu, l'algorithme proposé de débruitage. Nous présenterons également la structure de cet algorithme. Une comparaison sera établie entre l'algorithme proposé et les différentes méthodes de débruitage.

À la fin de ce manuscrit une conclusion vient résumer les apports essentiels du présent travail ainsi que les directions futures de recherche que nous envisagerons.

Chapitre 1

Analyse par Ondelettes et l'Algorithme de Débruitage

Introduction

Précisons tout d'abord les motivations ayant conduit Morlet et Grosseman [27] à développer le concept d'ondelettes pour l'analyse des signaux non-stationnaires. Beaucoup d'applications de traitement du signal nécessitent une analyse à la fois en temps et fréquence. Ceci ne pouvant être fait avec l'analyse de Fourier traditionnelle, Gabor (1946) [28] a introduit la transformée de Fourier à fenêtre glissante qui consiste à découper le signal en différentes plages de longueurs fixées, chacune de ces plages étant ensuite analysée par transformée de Fourier. Cette méthode a pour inconvénient majeur d'avoir une taille de plage de longueur fixée, ce qui rend impossible l'analyse simultanée de phénomènes dont les échelles de temps sont différentes. Pour résoudre ce problème, Morlet a introduit en 1982 la transformée en ondelettes. Un véritable engouement a alors vu le jour, Grossman (1984) [27] a démontré la formule de reconstruction, puis Daubechies (1985) [29,30] a analysé les problèmes liés à la discrétisation, Meyer [31] a ensuite introduit le concept d'ondelettes orthogonales. Mallat [32-34] a été le premier à déceler les liens entre la transformée par ondelettes et l'analyse multirésolution par des bancs de filtres miroirs en quadrature. Son algorithme de décomposition a conduit à la découverte par I. Daubechies d'ondelettes orthogonales à support compact [35], par des considérations sur la régularité des filtres itérés lors d'une analyse multirésolution. Comme le montre Meyer [31], les ondelettes occupent désormais une place centrale aussi bien en traitement du signal qu'en mathématiques, dans la mesure où elles permettent de relier les travaux effectués indépendamment par plusieurs mathématiciens au cours du XX^{ième} siècle pour dépasser les limitations imposées par la transformée de Fourier.

Dans ce qui suit, nous exposerons un bref rappel sur la transformée en ondelette dans le cas continu et discret.

1. Transformée en ondelettes

La décomposition en ondelettes a été développée au départ pour situer de façon plus précise la position des fréquences composant le spectre d'un signal. En effet la transformée de Fourier permet de calculer le spectre d'un signal sans donner de précision sur la position des éléments spectraux dans le signal. La transformée de Fourier à fenêtre glissant (STFT ou Short time Fourier transform) offre l'avantage de faire correspondre un spectre à une « fenêtre » du signal [28]. La transformée en ondelettes présente, par rapport à la STFT, l'intérêt d'un aspect multi-échelles de la fenêtre d'analyse grâce à l'utilisation d'atomes temps-fréquences réduits à une "petite onde" au lieu d'une fonction continue comme les bases en cosinus et en sinus utilisées pour la décomposition de Fourier et sa version à fenêtre. Entre la STFT et la TO (transformée en ondelettes), on peut citer aussi la transformée de Gabor [28] qui utilise des fenêtres gaussiennes à support limité, mais sans l'aspect multi-échelles des ondelettes, donc sans le changement de fréquence (on dira alors « d'échelle ») en plus de la limitation du support.

A l'origine, la TO est construite comme une transformée qui « projette » un signal sur une famille de fonctions qui sont de "petites ondes" car leur support est limité, contrairement à la transformée de Fourier ou de Gabor. Les coefficients qui résultent de cette projection, représentent le degré de similitude cette petite onde que l'on translate le long du signal et que l'on dilate. Pour chaque valeur de translation et pour chaque valeur de dilatation (ou « échelle ») on crée un nouveau jeu de coefficients.

1.1. Transformée en ondelettes continue

On définit la transformée en ondelettes continue par la formule suivant

$$wf(a,b) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \Psi_{a,b}^*(t) dt \quad (1)$$

L'étoile «*» représente le complexe conjugué. La famille d'ondelettes est générée à partir de la dilatation de a et de la translation de b d'une ondelette mère $\Psi(t)$:

$$\Psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{b}} \Psi\left(\frac{t-a}{b}\right) \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) donnent

$$wf(a, b) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \frac{1}{\sqrt{b}} \Psi^* \left(\frac{t-a}{b} \right) dt \quad (3)$$

Avec :

$wf(a, b)$ est le coefficient d'ondelettes de la fonction $f(t)$

Ψ^* est le complexe conjugué de l'ondelette analysante Ψ

a est le facteur d'échelle ou de dilatation

b est un paramètre de translation

$\frac{1}{\sqrt{b}}$ est un coefficient de normalisation.

A une échelle donnée, la Transformée en ondelette est considérée comme un filtre, le filtre se dilatant en fonction de l'échelle d'analyse

La transformée inverse

La fonction de base $\Psi(t)$ est appelée ondelette qui vérifie la condition d'admissibilité, c'est à dire que l'intégrale suivante existe et soit finie [36] :

$$C_{\Psi} = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\Psi}(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (4)$$

Dans le coté fréquentiel w , $wf(a, b)$ renseigne sur le signal \hat{f} autour de la fréquence $\sim \frac{1}{b}$

$$wf(a, b) = \sqrt{b} \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(w) \hat{\Psi}^*(bw) e^{2i\pi wa} dw \quad (5)$$

L'analyse en ondelettes est une analyse temps-échelle ou espace-échelle pour une image. La transformée en ondelettes est réversible, on peut donc passer de l'analyse d'une fonction à sa reconstruction, à un éventuel facteur de normalisation près, par

$$f(t) = \frac{1}{C_{\Psi}} \iint_{\mathbb{R}} wf(a, b) \frac{1}{\sqrt{b}} \Psi \left(\frac{a-t}{b} \right) \frac{1}{b^2} da db \quad (6)$$

Pour garantir l'existence finie de C_{Ψ} , il faut s'assurer de la convergence de l'intégrale aux bornes. A l'infini, il faut que le spectre de l'ondelette mère ait une décroissance au moins

en $|f|^{-1/2}$. Par contre, autour de l'origine, le spectre doit s'annuler pour assurer la convergence de l'intégrale en zéro :

$$\Psi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) dt = 0 \quad (7)$$

Cette condition impose à l'ondelette d'être à moyenne nulle. Ainsi, son amplitude passe forcément par zéro et présente donc quelques oscillations ; c'est ce qui fait qu'on lui a attribué le nom d'ondelette.

1.2. Transformée en ondelettes discrète

La transformée en ondelettes continue est très redondante. Afin d'appliquer efficacement la transformée en ondelettes aux signaux discrets, il convient de discrétiser les coefficients de dilatation 'a' et de translation 'b'.

Morlet a proposé de construire des bases ou des frames de fonctions construits sur le modèle suivant

$$f_{t_0, \Delta t}(t) = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} f\left(\frac{t-t_0}{\Delta t}\right) \quad (8)$$

Avec Δt la largeur spatiale des fonctions f et les paramètres de translation sont proportionnels à Δt , $\Delta t = b^j$ et $t_0 = k\Delta t$, couramment dans la décomposition on choisit des facteurs d'échelle formés de puissance de deux (décomposition dyadique).

Les fonctions de bases dilatées sont données par les relations $\Psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \Psi(2^{-j}t - k)$. L'ondelette de base doit être écrite comme convolution infinie de filtres discrets. Plus exactement, soit un couple de filtres discrets (m_0, m_1) :

$$k \mapsto m_0[k], \quad k \mapsto m_1[k] \quad k \in \mathbb{Z}$$

On suppose qu'il existe une fonction d'échelle ϕ et une ondelette Ψ telles que

$$\hat{\phi}(w) = \prod_{k=1}^{+\infty} m_0\left(\frac{w}{2^k}\right) \quad (9)$$

$$\hat{\Psi}(w) = m_1\left(\frac{w}{2}\right) \hat{\phi}\left(\frac{w}{2}\right) \quad (10)$$

Sous certaines conditions sur m_0 et m_1 , la famille $(\Psi_{j,k})$ est une base orthogonale, et la décomposition en ondelettes d'une fonction échantillonnée peut être effectuée par un algorithme rapide constitué d'une cascade de filtres et de sous-échantillonnages. Cette approche réduit considérablement la complexité de la construction d'une ondelette. Au lieu de choisir une fonction, on choisit l'ensemble discret (et en général fini) des coefficients des deux filtres.

1.3. La transformée en ondelette liée à l'analyse multirésolution

L'idée de l'analyse multirésolution d'un signal, qui a permis de construire une base (orthonormée) d'ondelettes consiste en fait à représenter un signal comme une limite de ses approximations successives. Les approximations successives sont présentées à différentes résolutions d'où le nom de multirésolution [35], [32], [31]. L'analyse en multirésolution est donc une suite croissante de sous-espaces linéaires $(V_j)_{(j \in \mathbb{Z})}$ de $L^2(\mathbb{R})$, $L^2(\mathbb{R})$ est l'espace vectoriel des fonctions mesurables de carré intégrable (*the vector space of measurable, square-integrable one-dimensional*), ayant les propriétés suivantes :

- ✓ Emboîtement des sous-espaces

$$\dots \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset \dots \subset V_{j+1} \subset V_j \subset \dots$$

- ✓ Densité de l'espace engendré

$$\bigcup_{j \in \mathbb{R}} V_j = L^2(\mathbb{R}), \text{ autrement dit, si } f(x) \in L^2(\mathbb{R}), \text{ sa projection } \bar{f}_j(x) \text{ dans } V_j \text{ tend vers } f(x) \text{ lorsque } j \rightarrow +\infty$$

- ✓ Racine de l'analyse nulle

$$\bigcap_{j \in \mathbb{R}} V_j = \{0\}. \text{ La projection } \bar{f}_j(x) \text{ de toute fonction } f(x) \in L^2(\mathbb{R}) \text{ converge vers la fonction constante nulle lorsque } j \rightarrow -\infty$$

Pour le passage de sous-espaces à l'autre, on utilise le facteur 2. Dans ce cas est dit l'analyse de multirésolution est dyadique dans $L^2(\mathbb{R})$. Le changement d'échelle d'un sous-espace emboîté à l'autre par exemple l'espace V_{j+1} contient des signaux plus grossiers que l'espace V_j , donc

$$f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2^{-1}x) \in V_{j+1} \quad (11)$$

et si

$$f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(x - k) \in V_0 \quad (12)$$

Cette équation montre que si on translate d'un pas entier, on reste dans le même espace.

La Figure 1 montre le principe de multirésolution. On peut démontrer qu'il existe une fonction d'échelle $\phi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ qui engendre par dilatation et translation une base orthonormée de V_{j+1} et une fonction d'ondelettes une base orthonormée de W_{j+1} . Les espaces obtenus ne sont pas quelconques, ils possèdent des propriétés intéressantes. Par construction, les espaces d'approximation V_{j+1} et de détails W_{j+1} sont complémentaires $V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}$. De plus, si les bases sont orthogonales, ils sont orthogonaux $V_{j+1} \perp W_{j+1}$. Le résultat de l'analyse multirésolution d'une image est illustré dans la Figure 2.

Les sous-bandes DD, DH et DV correspondent respectivement aux coefficients de détail d'orientations diagonale, horizontale et verticale. La sous-bande AP représente les coefficients d'approximations à l'échelle la plus grossière.

Algorithme de Mallat

Stéphane Mallat [32] a donné un algorithme d'analyse (ou décomposition) en ondelettes qui permet d'obtenir une analyse multirésolution du signal. Cet algorithme travaille par filtrage de l'image suivant les lignes puis les colonnes par deux filtres, \tilde{g} passe-haut et \tilde{h} passe-bas. \tilde{h} va permettre de repérer les basses fréquences dans l'image (l'approximation) et \tilde{g} les hautes fréquences (les détails). \tilde{h} et \tilde{g} sont construits à partir des fonctions ψ et ϕ . La Figure 3 présente l'algorithme de Mallat. La reconstruction des signaux analysés est effectuée à l'aide d'un banc de filtres h et g qui sont les filtres conjugués de \tilde{h} et \tilde{g} . En fonction de l'ondelette et du type de base (orthogonale ou bi-orthogonale) choisis pour l'analyse, les filtres d'analyse et de synthèse peuvent être de même taille, symétrique ou bien de taille différente, non symétriques. La Figure 4 donne le schéma de synthèse (reconstruction). Dans la reconstruction, on travaille alternativement sur les colonnes puis sur les lignes lorsque les ondelettes sont séparables.

Cet aperçu ne serait complet sans aborder le principe du débruitage par ondelettes. En fait, un des grands succès des ondelettes est le débruitage de signaux et d'images qui est souvent considéré comme un problème particulièrement difficile. Ce paragraphe tente d'expliquer les raisons.

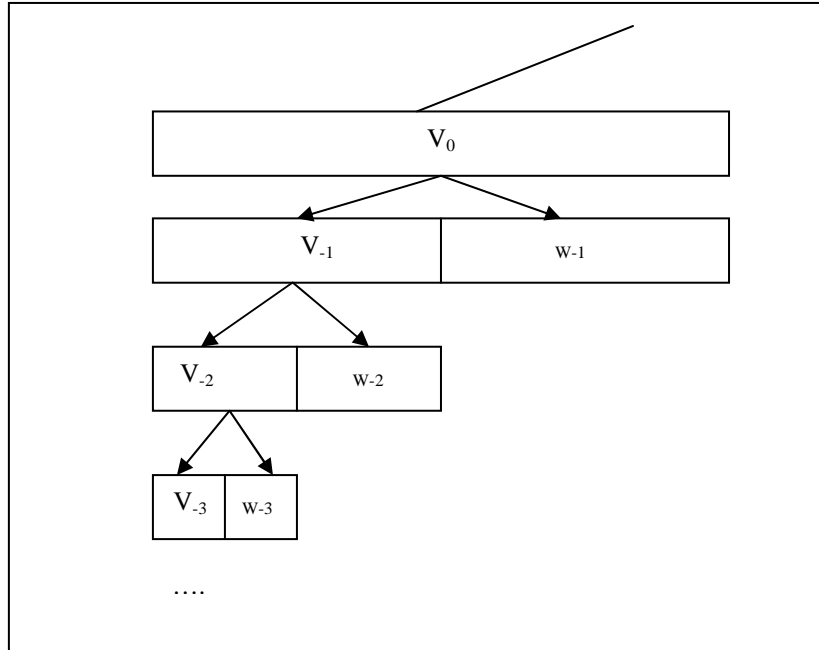


Fig. 1. Principe d'analyse multirésolution

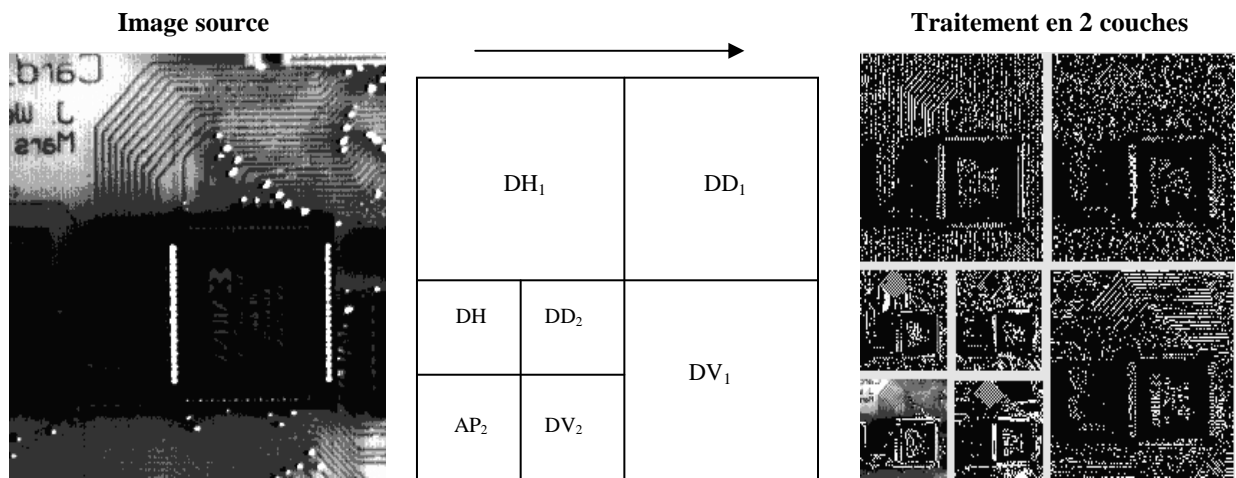


Fig.2. Application de la transformée d'ondelettes séparable 2D sur une image

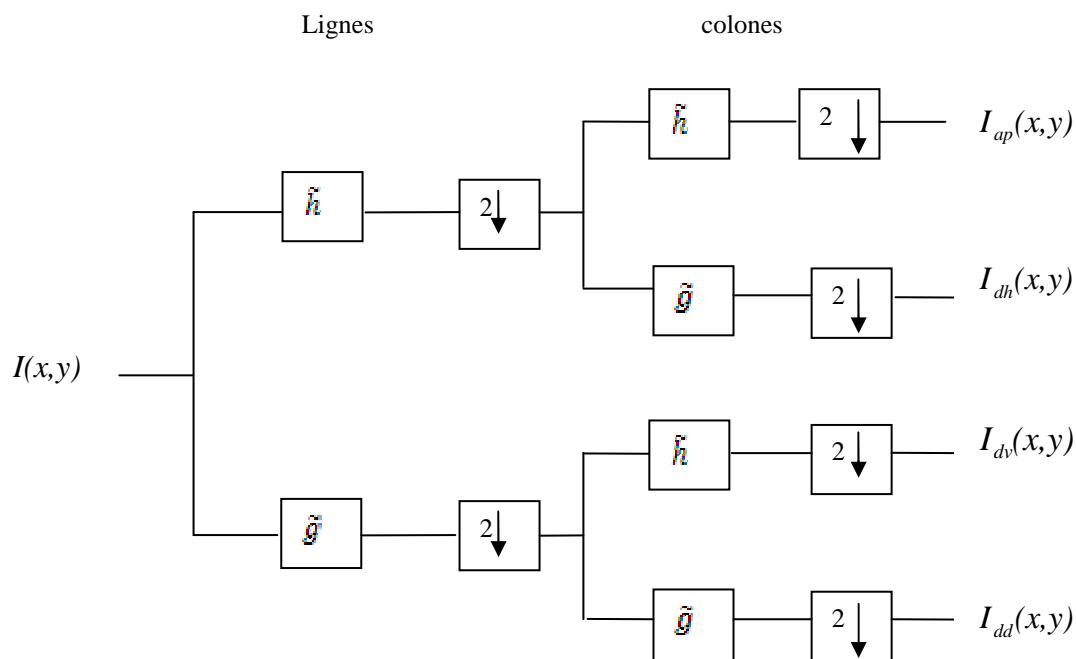


Fig.3. Algorithme d'analyse de Mallat

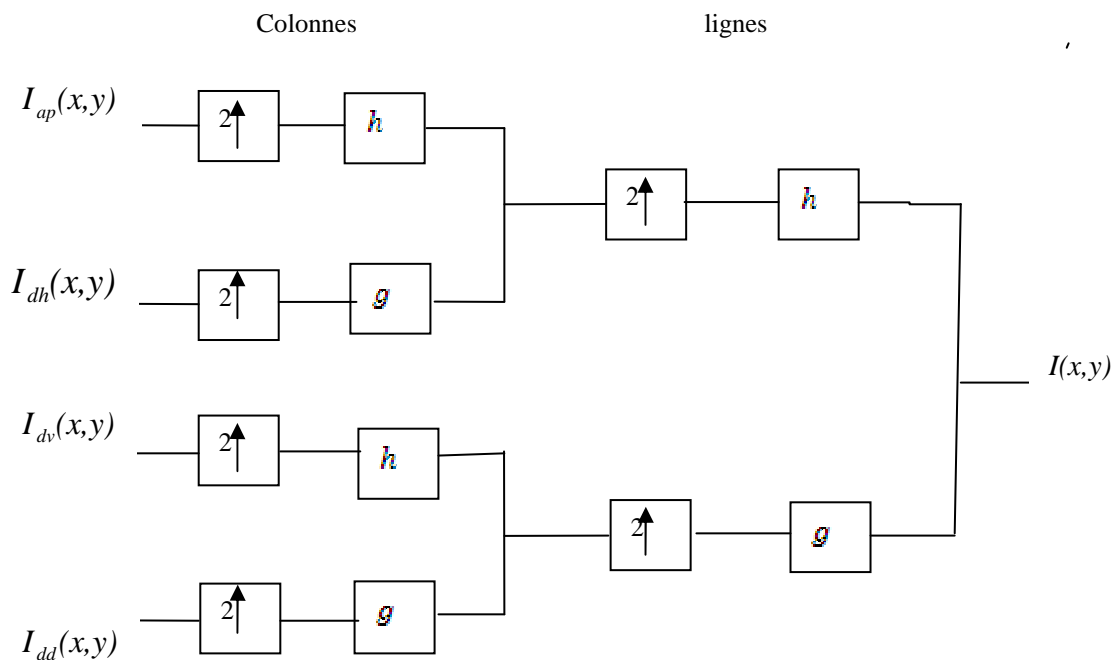


Fig.4. Algorithme de reconstruction de Mallat

2. Algorithme de débruitage a base d'ondelette

Dans la littérature récente beaucoup de méthodes sont développées dans le but de débruiter des signaux contaminés par le bruit. Dans le domaine des ondelettes, ce terme signifie la rejection du bruit par un seuillage adéquat [37].

2.1. Formulation générale du problème

Dans le littérateur, la majorité des méthodes de débruitage n'aborde que le cas du bruit blanc gaussien, plus simple à traiter, bien que, en situation de données réelles, il ne soit pas spécialement facile d'estimer le niveau de bruit σ_n . Les propriétés statistiques des coefficients d'ondelettes de processus stationnaires restent un large sujet de recherche.

La méthode générale proposée par Donoho [38], pour la reconstruction d'un signal inconnu x à partir de mesures y connues telles que

$$y_{mn} = x_{mn} + b_{mn}, \quad (13)$$

ou nos observations dégradées y_{mn} , $m, n = 0, \dots, N-1$ représentant les valeurs réelles échantillonnées d'une image bruitée, sont modélisées comme la somme d'un signal x_{mn} à estimer et d'un bruit blanc gaussien b_{mn} de moyenne nulle et de variance σ^2 . Avec une transformée discrète orthogonale en ondelettes, le bruit blanc se décompose en une série de coefficients aléatoires normaux centrés et décorrélés. En conséquence, la transformée en ondelettes discrète des mesures définies dans l'équation de y_{mn} peut s'écrire comme suit

$$Wy_{mn} = Wx_{mn} + b^t_{mn} \quad (14)$$

W Symbolise la transformée ondelettes et b^t_{mn} la transformée du bruit. Tous les coefficients de la décomposition Wy_{mn} sont rétrécis par un seuillage dépendant de la contribution du bruit. Donoho et Johnstone [7] ont proposé deux types de fonction de seuillage, seuillage dur et seuillage doux, définis respectivement par

- ✓ **Seuillage dur.** Soit le coefficient est conservé, soit il est mis à zéro. Ce seuillage est également connu sous le nom *Keep or Kill*

$$\delta_{\lambda}^H(d_{mn}) = \begin{cases} 0 & \text{si } |d_{mn}| < \lambda \\ d_{mn} & \text{si } |d_{mn}| \geq \lambda \end{cases} \quad (15)$$

- ✓ **Seuillage doux.** Soit le coefficient se voit retrancher la valeur du seuil, soit il est mis à zéro. Ce seuillage est également connu sous le nom *Shrink or Kill*

$$\delta_{\lambda}^s(d_{mn}) = \begin{cases} 0 & \text{si } |d_{mn}| < \lambda \\ d_{mn} - \text{sign}(d_{mn}) \cdot \lambda & \text{si } |d_{mn}| \geq \lambda \end{cases} \quad (16)$$

Avec d_{mn} coefficients d'ondelettes, λ est un paramètre de seuillage

Le principe général de débruitage par seuillage des coefficients d'ondelettes est illustré par l'algorithme suivant.

L'algorithme

L'algorithme de base du débruitage est simple et procède en trois phases

Algorithme de débruitage

- ✓ **Décomposition du signal**
- ✓ **Seuillage des coefficients de détails par le seuil de Donoho.**
- ✓ **Reconstruction du signal par l'application inverse de la transformée en ondelettes.**

Partant du signal, on le décompose d'abord sur une base orthogonale d'ondelettes au moyen de transformée discrète. Ensuite, on sélectionne une partie de coefficients par seuillage, en conservant intacts les coefficients d'approximation de niveau convenablement choisi. Enfin, en utilisant les coefficients seuillés, on reconstruit un signal en leur appliquant la transformée discrète inverse. Le signal ainsi obtenu est le signal débruité.

Il convient, pour plus de clarté, de citer quelques arguments utiles

- La décomposition par ondelettes est additive, par conséquent, l'analyse de y est égale à la somme des analyses du signal x et du bruit b ;
- Les signaux utiles sont, dans bien des cas, assez réguliers sauf en de rares endroits comme le début et la fin de phénomènes transitoires, ou les ruptures par exemple. Ceci rend la décomposition par ondelettes de x très creuse et très bien représentée par les coefficients d'une approximation assez grossière auxquels s'ajoutent quelques grands coefficients de détail.

- Dans le cas où les irrégularités du signal engendrent des coefficients plus grands que l'échelle du bruit, la procédure de sélection retient les coefficients liés au signal pourvu que l'on sache estimer convenablement cette échelle.

- L'analyse est locale, par conséquent l'opération de seuillage conduit à régulariser localement le signal d'origine.

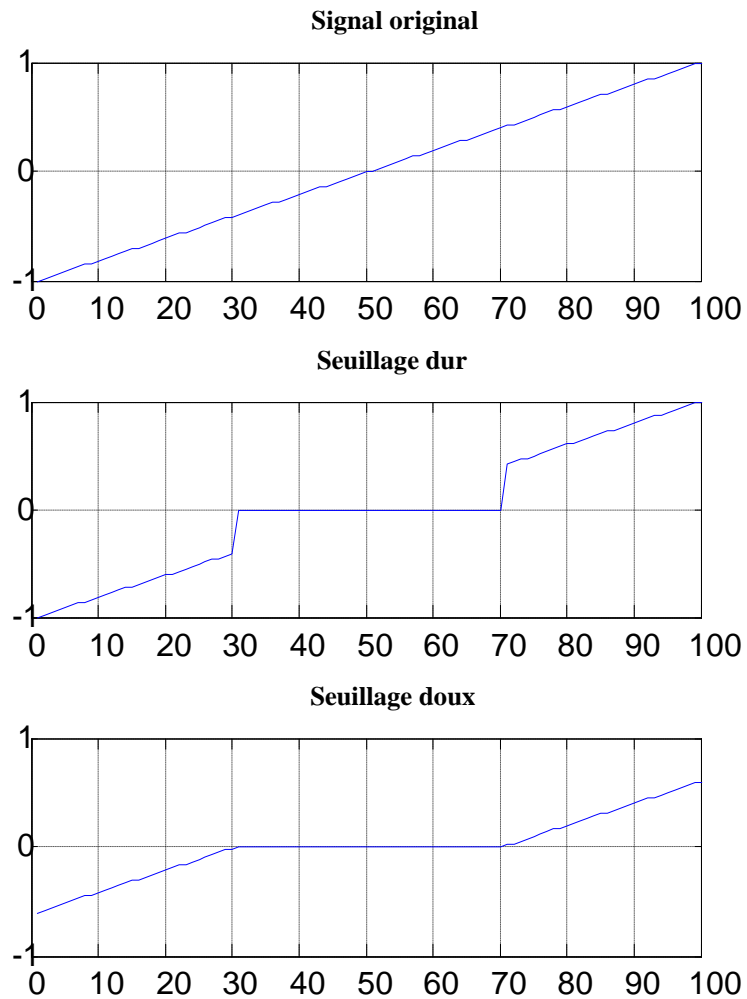


Fig.5. Estimateurs par seuillage d'ondelettes

2.2. Choix du seuil

Le choix du seuil est adapté à l'écart-type de bruit. Il existe de nombreuses méthodes permettant de déterminer la valeur du seuil, on trouve par exemple le seuil universel, minimaxe [6] et SureShrink [7]

- **Seuil universel**

Proposée par Donoho et Johnstone [6].

$$\lambda^U = \hat{\sigma}_e \sqrt{2 \log(N^2)} \quad (17)$$

Avec $\hat{\sigma}_e$ est l'estimation du niveau de bruit, Donoho et Johnstone ont proposé une estimation de l'écart-type de bruit σ_e dans le domaine des ondelettes. Une estimée de $\hat{\sigma}_e$ est obtenue par

$$\hat{\sigma}_e = \frac{\text{MAD}(\{d_{mn}^{j-1}\})}{0.6745} \quad (18)$$

Où le MAD est la valeur médiane absolue des coefficients de l'échelle la plus fine, Le facteur 0.6745 est choisi après une calibration avec une distribution gaussienne, (m,n) la position à l'échelle j-1 et N^2 est la taille du signal

- **Seuil minimax**

Proposée par Donoho et Johnstone [6]. Le seuil minimax dépend de la taille de l'échantillon, et est choisi de manière à minimiser le risque maximum, est définie par

$$\lambda^M = \hat{\sigma}_e \cdot \lambda_N^* \quad (19)$$

Avec

$$\lambda_N^* = \inf_{\lambda} \sup_{d_{m,n}^{oj}} \left(\frac{R_{\lambda}(d_{m,n}^{oj})}{N^{-2} + R_{\text{oracle}}(d_{m,n}^{oj})} \right) \quad (20)$$

Avec

$$R_{\lambda}(d_{mn}^{oj}) = E[\delta_{\lambda}(d_{mn}^{oj}) - d_{mn}^{oj}]^2 \quad (21)$$

Et $R_{\text{oracle}}(d_{mn}^{oj})$ est le risque optimal obtenu à l'aide d'un oracle

- **SureShrink**

Proposée par Donoho et Johnstone [7]. Fondé sur l'estimateur de risque de Stein non biaisé [4] est défini pour les coefficients d'ondelettes de chaque échelle de décomposition.

$$\lambda_j^S = \arg \min_{0 \leq \lambda \leq \lambda^U} \text{SURE} \left(\lambda; \frac{\mathbf{d}_{mn}^{oj}}{\hat{\sigma}_e} \right) \quad (22)$$

Où λ^U est le seuil universel donné par l'équation (17).

2.4. Exemples de débruitage de l'image

Dans cet exemple on fait le débruitage d'une image de la bibliothèque Toolbox du MATLAB.

Prenons comme exemple une image originale et sa version bruitée permettant de bien saisir l'esprit de la technique de débruitage par ondelettes. On trouve dans la Figure 6-(a), l'image utile à estimer et dans la Figure 6-(b), l'image observé qui est une version bruitée du signal précédent. La Figure 6-(c) illustre l'image débruité avec un « Seuillage dur ». La Figure 6-(d) illustre l'image débruité avec un « Seuillage doux ». Le bruit étant blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart-type $\sigma=10$, à une décomposition à l'échelle cinq, l'ondelette analysante utilisée est une ondelette à support compact presque symétrique symelette d'ordre 8 notée "sym8". Il est clair que les images débruitées par le euillage « Seuillage dur» sont bien meilleurs que celles débruitées par le « Seuillage doux».

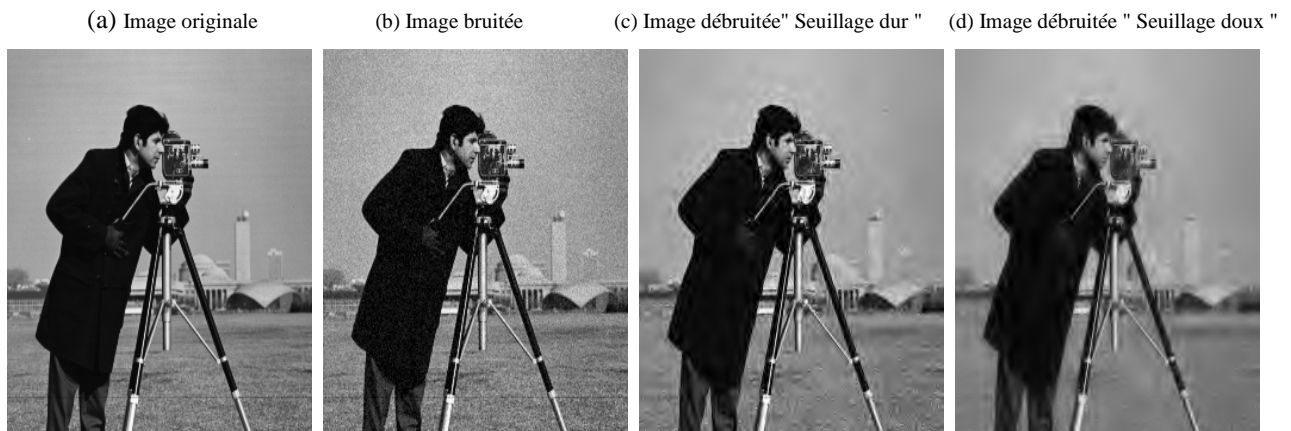


Fig.6. Exemple du débruitage d'une image bruitée

3. Conclusion

L'obtention d'information à partir de mesures corrompues par un bruit reste un problème ouvert, que ce soit en traitement du signal ou en traitement d'image. Nous avons exposé, dans ce Chapitre, les méthodes classiques de filtrage spatial. Celles-ci consistent à réduire le bruit dans les zones qui ne présentent pas d'objets intéressants et à accentuer la perception des structures d'intérêt. Ces techniques de filtrage utilisent un filtre passe-bas pour supprimer les hautes fréquences, ce qui a pour inconvénient d'atténuer les contours de l'image. Cette limitation est à la base de proposer d'autres procédures de prétraitement. Nous avons également détaillé l'algorithme de débruitage basé sur les ondelettes. L'algorithme consiste à ; calculer la TO de l'image bruitée, seuiller les coefficients d'ondelettes et calculer la TOI pour obtenir l'image débruitée.

La littérature est riche en méthodes de débruitage par filtrage. Dans le Chapitre suivant, nous nous attacherons à exposer le filtrage Bilatéral

Chapitre 2

Etude des Caractéristiques du Filtrage Bilatéral

Introduction

Les filtres constituent un outil fondamental en traitement du signal et ont pour objectif l'élimination d'une composante parasite dans un signal d'entrée. Ainsi, ils sont caractérisés par la relation qui relie leurs entrées à leurs sorties. Un filtre linéaire est tel que la réponse du filtre à une combinaison linéaire de deux entrées soit égale à la combinaison linéaire des réponses du filtre de chacune des entrées. Les filtres linéaires sont souvent caractérisés par leur fonction de transfert qui permet de relier l'entrée à la sortie en se plaçant dans un espace de transformée de Fourier ou de Laplace ou encore de transformée en Z dans le cas des filtres discrets. Il existe plusieurs approches pour définir un filtre. L'une d'entre elles consiste à minimiser un critère.

Si les filtres linéaires permettent de réduire fortement le niveau de bruit, ils sont mis en difficulté en présence de non-stationnarités. Un certain nombre de filtres non-linéaires ont donc été développés pour permettre de mieux préserver les structures géométriques des séquences d'images. A titre d'exemple les filtres non-linéaires soit le filtre médian et le filtre bilatéral, qui nous allons détailler dans ce chapitre. Il convient, avant d'aborder le filtre bilatéral, de rappeler brièvement la notion de la convolution gaussienne.

1. Filtre gaussien

Ce filtre est très utilisé en traitement du signal et des images, pour de nombreuses raisons. La première, liée au théorème centrale limite, Au lieu de passer un filtre gaussien très large, on peut appliquer le théorème de la limite centrale et convoluer un masque 3×3 plusieurs fois, réside dans le fait que l'application itérée de moyennes locales équivaut asymptotiquement à une convolution par une gaussienne. Ensuite, ce qui est particulièrement important en traitement d'image, le noyau gaussien $2d$ est isotrope, c'est-à-dire qu'il commute avec une rotation de l'image. Troisième raison, la transformée de Fourier d'une gaussienne d'écart-type σ est une autre gaussienne, d'écart-type $1/\sigma$. Le filtre gaussien réalise ainsi une

sorte d'équilibre entre les répartitions spatiale et fréquentielle, ce qui se traduit par un << meilleur compromis >> entre la préservation des structures locales et la réduction du bruit.

La formule mathématique de ce filtre est la suivante

Expression (1d) :

$$g_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

Transformée de Fourier (1d) :

$$G_{\sigma}(u) = \sqrt{2\pi\sigma} e^{-2\pi^2\sigma^2 u^2} \quad (2)$$

Expression (2d) :

$$g_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

Transformée de Fourier (2d) :

$$G_{\sigma}(u, v) = \sqrt{2\pi\sigma} e^{-2\pi^2\sigma^2(u^2+v^2)} \quad (4)$$

Une image filtrée par la convolution gaussienne

Une image filtrée par la convolution gaussienne est donné par :

$$gC[I]_p = \sum_{q \in S} g_{\sigma}(\|p - q\|) I_p \quad (5)$$

Avec :

$\|p - q\|$ La distance Euclidienne entre les endroits de pixel "p" et "q"

I_p La valeur d'image à la taille de pixel de la position "p"

$g_{\sigma}(x)$ Dénote le gain gaussien 2D comme c'est illustré dans la Figure 2.

La rangée supérieure montre le profil d'une rangée gaussienne du gain 1D. Le résultat obtenu par le filtrage gaussien 2D qui correspond à une convolution est montré dans la rangée inférieure. Des bords sont perdus avec des valeurs élevées de σ parce que l'établissement d'une moyenne est exécuté au-dessus d'un secteur beaucoup plus grand.

Le filtrage gaussien est une moyenne pesée de l'intensité de la position adjacente avec un poids diminuant avec la distance spatiale à la position centrale "p". Le poids pour le pixel "q" est défini par le G_{σ} gaussien ($\|p - q\|$), où le σ est un paramètre définissant la taille du voisinage. La force de cette influence dépend seulement de la distance spatiale entre les pixels et non leurs valeurs. Par exemple, un pixel lumineux a une influence forte au-dessus d'un

pixel foncé adjacent bien que ces valeurs de deux pixels soient très différentes. En conséquence, des bords d'image sont brouillés car des pixels à travers des discontinuités sont ramenés à une moyenne ensemble comme c'est montré dans la Figure 2. L'action de la convolution gaussienne est indépendante du contenu d'image. L'influence qu'un pixel, dépend seulement de sa distance dans l'image, et non pas sur des valeurs réelles d'image. Inconvénient est détruit les discontinuités, Le filtrage bilatéral est une solution relativement simple et non-itérative pour préserver les discontinuités tout en filtrant les zones semblables.

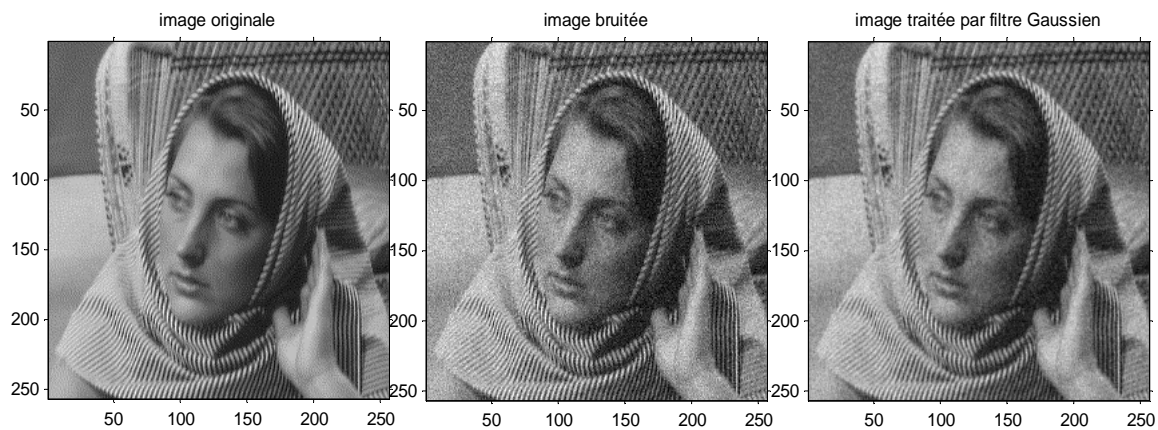


Fig.1. Image test 'Barbara' traitée par la filtre gaussien

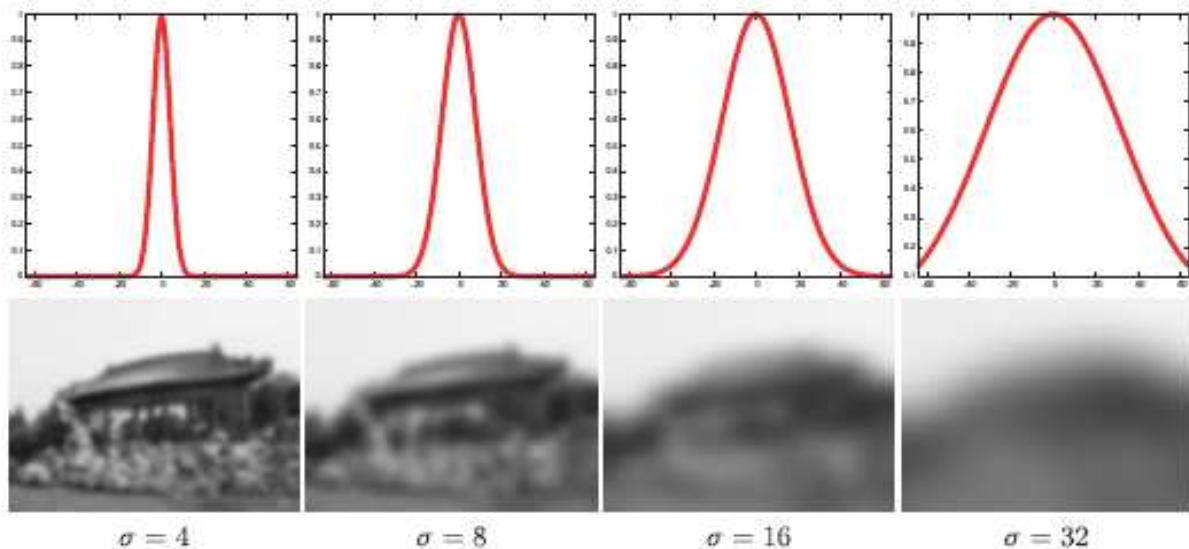


Fig.2. Exemple du filtrage linéaire gaussien avec différents profils de $\sigma = 4, 8, 16, 32$.

2. Filtrage bilatéral

Nous allons commencer par présenter le filtrage bilatéral permettant le respect des contours d'une image, puis nous fournissons une étude empirique des valeurs de paramètre optimal.

2.1. Présentation du filtrage bilatéral

Le filtrage bilatéral proposé par Tomasi et al. [16], repris par Paris et al. [39], correspond à l'adaptation d'un filtrage gaussien à partir des valeurs des éléments en pondérant la participation de chaque échantillon dans le support du filtre en fonction de sa ressemblance avec l'élément central (i,j). Le filtrage bilatéral est une technique qui se base sur des gaussiennes spatiales et une intensité. Il permet de faire un lissage et d'éliminer des détails inutiles, avec l'avantage de préserver les contours entre les régions de l'image: quand on fait le lissage on ne se déplace que dans les zones semblables. L'utilisation du filtrage bilatéral a connu une croissance rapide. Il a montré une grande efficacité pour une variété de problèmes en vision par ordinateur et en infographie. Plusieurs d'un autre point de vue, un peu différent des études qui le considèrent comme un problème d'équations aux dérivées partielles (EDP) ou comme étant un estimateur statistique robuste. La clé de cette analyse consiste à exprimer le filtre dans un espace de dimension supérieure où l'intensité du signal est ajouté à la dimension de domaine d'origine cette perspective de traitement du signal nous permet de développer une nouvelle accélération de filtrage à l'aide d'un sous-échantillonnage bilatéral de l'espace et de l'intensité. Cela offre une expression des principes de précision en termes de bande passante et d'échantillonnage.

Le filtre bilatéral peut être exprimé comme une convolution linéaire dans cet espace augmentée suivie de deux non-linéarités simples. Cela nous permet de déterminer des critères pour les sous-échantillonnages des opérations clés et d'obtenir une accélération importante du filtre bilatéral

2.2. Expression du filtre bilatéral

La formule mathématique de ce filtre est la suivante

$$U(\hat{x}, \hat{y}) = \frac{\int_{-3\sigma}^{3\sigma} W_r \cdot W_s \cdot U(\hat{x} + i, \hat{y} + j) \cdot d(d_{ij})}{\int_{-3\sigma}^{3\sigma} W_r \cdot W_s \cdot d(d_{ij})} \quad (6)$$

Tel que:

$U(x, y)$: La valeur du pixel.

W_r : Fonction d'éloignement en intensité.

W_s : Fonction d'éloignement spatial.

d : La distance entre deux pixels.

- **Eloignement spatiale**

La fonction d'éloignement spatiale, permet de lisser les faibles discontinuités, c'est à dire si les pixels sont proches en intensité on peut les moyenner.

$$W_s = e^{-\frac{1}{2}(d_{ij} / \sigma_d)^2} \quad (7)$$

d_{ij} : La distance entre les pixels et ses pixels voisins.

$$d_{ij} = x^* x + y^* y \quad (8)$$

σ_d : Sigma spatial.

Pour chaque pixel on prend ses pixels voisins, et on fait une moyenne pour lisser une partie de l'image. Le paramètre sigma détermine la taille de la surface à moyenner, si on prend un sigma plus grand on prendra plus de pixels voisins, ce qui a une influence sur le temps de calcul. On prendra une faible valeur de sigma pour réduire le temps d'exécution.

- **Eloignement en intensité**

Pour lisser l'image tout en gardant les fortes discontinuités, on joue sur sigma intensité.

La fonction d'éloignement en intensité:

$$W_r = e^{-\frac{1}{2}[U(\hat{x}, \hat{y}) - U(\hat{x}+i, \hat{y}+j) / \sigma_r]^2} \quad (9)$$

σ_r : Sigma intensité.

2.3. Conservation des contours

Le filtre bilatéral est aussi défini comme une moyenne pondérée des pixels voisins, en quelque sorte très semblable à la convolution gaussienne. La différence est que le filtre bilatéral tient compte de la différence en valeur avec les voisins pour préserver des bords tout en lissant. L'idée principale du filtre bilatéral est pour qu'un pixel influence sur un autre pixel, il devrait non seulement occuper un endroit voisin mais également avoir une valeur semblable.

La formalisation de cette idée se trouve dans les travaux de Yaroslavsky [40], Aurich et Weule [14], Smith et Brady [15], et Tomasi et Manduchi [16], est défini par :

$$\hat{I}(u) = K^{-1}(u) \sum_{p \in N(u)} W_s(\|p-u\|) W_r(|I(p)-I(u)|) I(p) \quad (10)$$

- **Les étapes**

- Appliquer à l'ensemble image d'une fonction ce qu'on appliquerait au domaine
- Deux pixels peuvent être près dans l'espace ou peuvent avoir des valeurs similaires (près dans l'ensemble image)
- Revoyons d'abord le filtre passe-bas typique dans une nouvelle notation:

$$\hat{I}(u) = K^{-1} \sum_{p \in N(u)} W_s(\|p-u\|) I(p) \quad (11)$$

$$K = \sum_{p \in N(u)} W_s(\|p-u\|)$$

- On rajoute un facteur multiplicatif qui dépend de la différence de niveau de gris

$$\hat{I}(u) = K^{-1}(u) \sum_{p \in N(u)} W_s(\|p-u\|) W_r(|I(p)-I(u)|) I(p)$$

$$K(u) = \sum_{p \in N(u)} W_s(\|p-u\|) W_r(|I(p)-I(u)|) \quad (12)$$

- On remplace donc un pixel par une moyenne des pixels voisins de valeur semblable

$$\begin{cases} W_s(x) = e^{-x^2/2\sigma_d^2} \\ W_r(x) = e^{-x^2/2\sigma_r^2} \end{cases} \quad (13)$$

Les paramètres σ_d et σ_r vont spécifier la quantité de filtrage pour l'image "I". L'équation (10) est une moyenne pesée normale où W_s est une pondération gaussienne spatiale qui diminue l'influence des pixels éloignés, W_r est une gamme gaussienne qui diminue l'influence des pixels "q" quand leurs valeurs d'intensité se diffèrent de "I_p".

La Figure 3 illustre comment les poids sont calculés pour un pixel près d'un bord. Le filtre bilatéral lisse une image d'entrée tout en préservant ses bords. Chaque pixel est remplacé

par une moyenne pesée de ses voisins. Chaque voisin est pesé par un composant spatial qui pénalise les pixels et le composant éloigné de gamme qui pénalise des Pixels avec une intensité différente. La combinaison des deux composants fait que seulement les pixels semblables voisins contribuent aux résultats finals. Les poids montrés s'appliquent au pixel central (sous la flèche). La Figure est reproduite de [19].

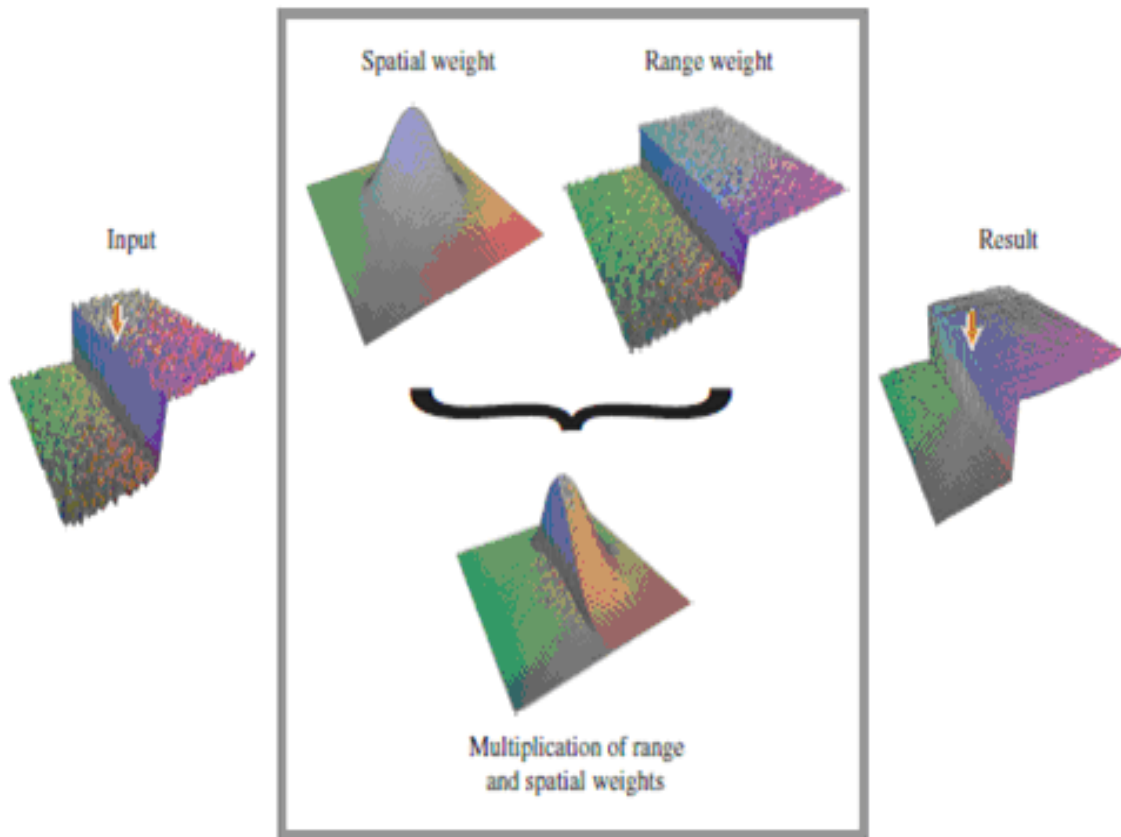
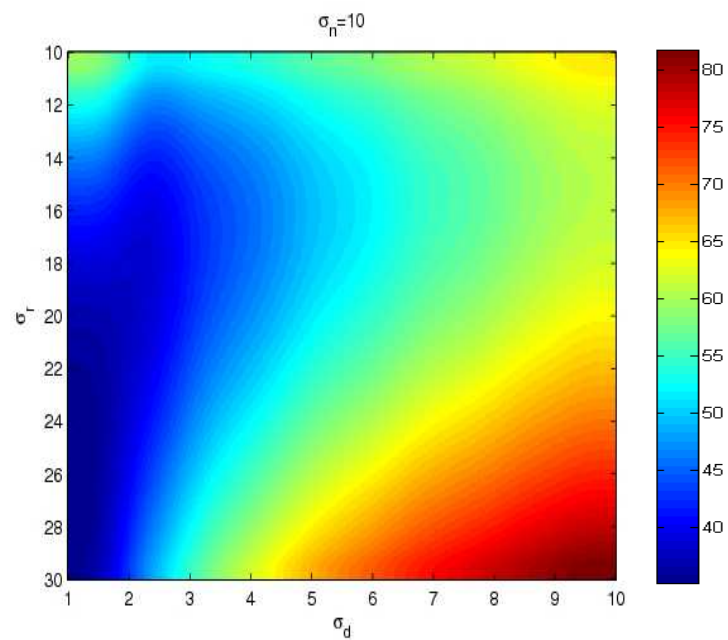
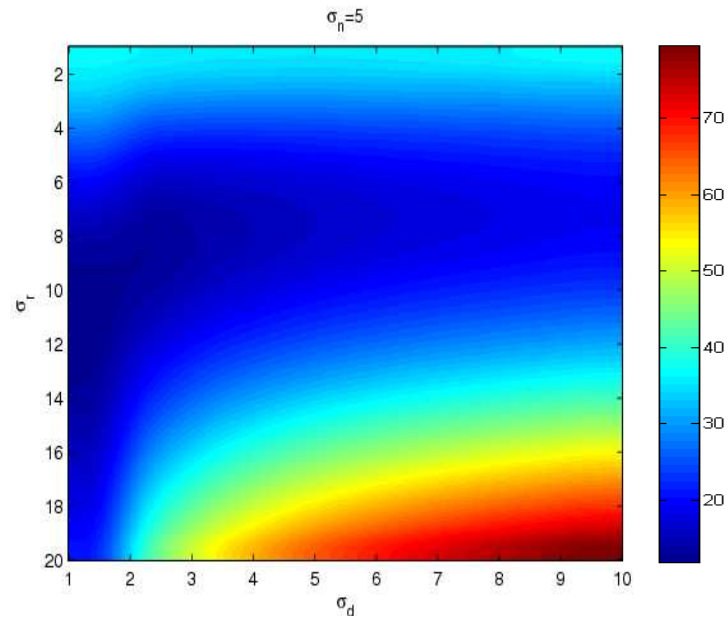


Fig. 3. Influence du filtre bilatéral sur les bords d'une image.

2.4. Choix des paramètres du filtre bilatéral

Il y a deux paramètres qui commandent le comportement du filtre bilatéral. Sigma spatial σ_s et Sigma intensité σ_r . Dans le cas des applications de débruitage d'image, la question de choisir les valeurs de paramètre optimal n'a pas été répondue d'une perspective théorique. Dans cette section, nous avons fourni une étude empirique des valeurs de paramètre optimal en fonction du désaccord de bruit.



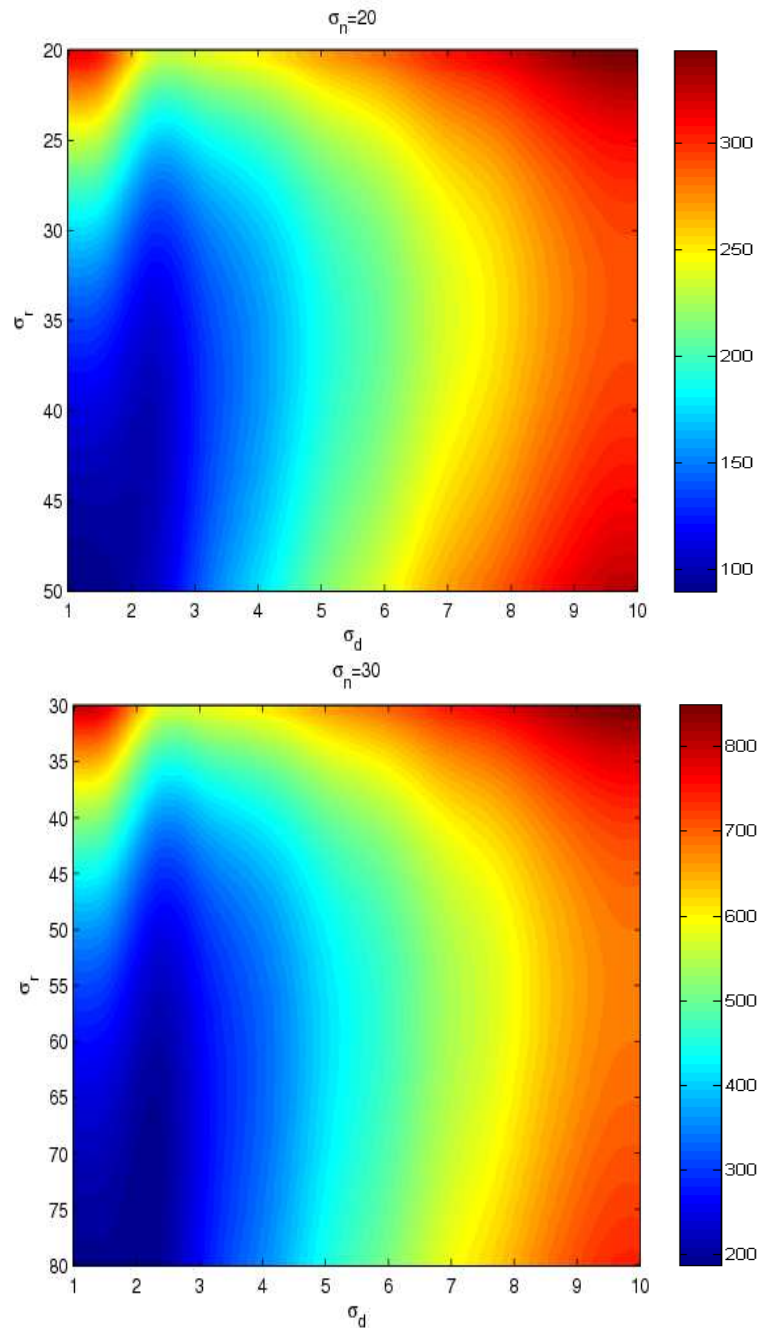


Fig.4. Contour des valeurs de MSE entre l'image original et image débruitée pour différentes valeurs de σ_d et σ_r .

On peut voir que la valeur optimale de σ_d est relativement peu sensible au désaccord de bruit comparé à la valeur optimale de σ_n . La meilleure gamme pour la valeur σ_d est entre 1.5 et 2.0 ; d'une autre part, la valeur optimale de σ_r change de manière significative si l'écart type du bruit σ_n change. La valeur optimale de σ_r est $2\sigma_n$.

Après avoir détaillé le filtre bilatéral et ses paramètres pertinents qui influent sur la qualité de l'image filtrée, nous présentons dans la section suivante, les résultats de simulation que nous avons obtenue.

3. Exemples des résultats de simulation

Nous considérons que le bruit est un bruit blanc gaussien additif de moyenne nulle et de variance σ^2 . Nous avons travaillé sur les images niveaux de gris tirées de la bibliothèque Toolbox du Matlab, version 7.10.0.499 (R 2010 a). Nous nous sommes appuyés sur la simulation de la fonction du filtre bilatéral. Deux critères ont été calculés pour justifier la validité des approches détaillées. Le premier critère est l'erreur quadratique moyenne (MSE).

$$\text{MSE} = \frac{1}{M^2} \sum (\hat{x} - x)^2 \quad (14)$$

Où x est l'image originale, \hat{x} est l'image débruitée et M la taille de l'image. Le deuxième critère est le rapport signal max sur bruit (pic signal-to-noise-ratio : PSNR). Ce rapport est défini en décibel comme suit :

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{\text{MSE}} \right) \quad (15)$$

Nous avons choisi les images Lena, Boat, Barbara et Peppers, corrompues par un bruit gaussien de moyenne nulle. Tout d'abord, nous avons généré les images bruitées en ajoutant le bruit aux images originales.

La Figure 5 illustre la variation de MSE en fonction de la taille du filtre pour quatre images d'après cette Figure, nous pouvons facilement constater la diminution rapide de MSE dans l'intervalle $1 \leq W \leq 3$. Pour les valeurs de $W > 3$, la MSE est pratiquement constante. Ceci se reproduit pour les trois images test. La Figure 6 montre la variation du PSNR en fonction de la taille du filtre W . nous remarquons l'augmentation considérable du PSNR pour $1 \leq W \leq 3$. Cela justifie bel et bien la réduction de MSE dans cet intervalle. Tandis que la variation du PSNR pour $W > 3$ est stable.

W	1	3	5	7	9	1	3	5	7	9
	Lena (512× 512)					Boat (512× 512)				
MSE	31.00	28.02	28.27	28.28	28.29	40.14	39.31	39.62	39.63	39.62
PSNR	33.22	33.66	33.62	33.61	33.62	32.09	32.19	32.15	32.15	32.14
	Barbara (512×512)					Peppers (256× 256)				
MSE	48.86	47.06	47.06	47.07	47.07	34.51	32.18	32.56	32.58	32.58
PSNR	31.24	31.40	31.40	31.40	31.40	32.75	33.06	33.00	33.00	33.00

Tableau.1. Les valeurs de MSE et PSNR en fonction de w (la taille de filtre) en utilisant le filtre bilatéral pour différentes images avec $\sigma_n = 10$

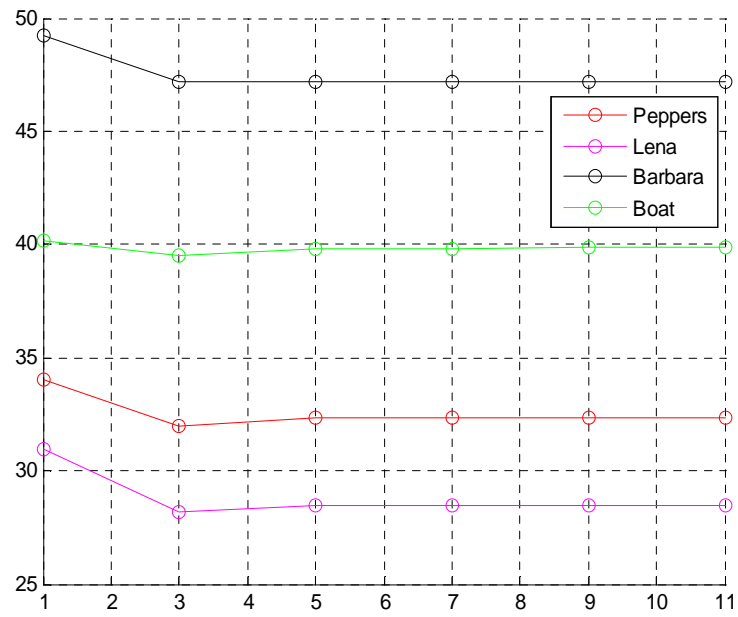


Fig.5. Variation de MSE en fonction de w (la taille de filtre) pour différentes images avec $\sigma_n = 10$

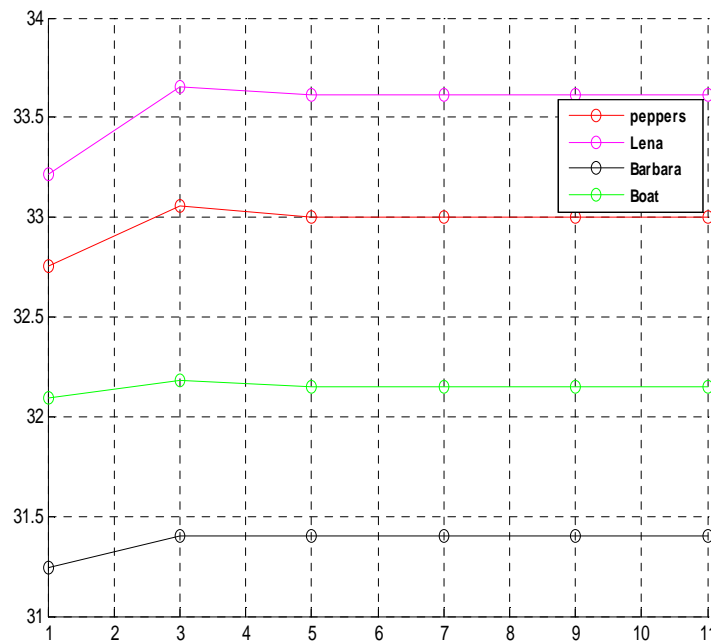


Fig.6. Variation de PSNR en fonction de w (la taille de filtre) pour différentes images avec $\sigma_n = 10$

Il est clair d'après les tableaux 1-3, que les performances de filtrage (en termes de MSE et PSNR) sont presque invariantes à partir de $W > 3$. Donc pour assurer le compromis entre temps d'exécution et réduction du bruit, nous choisissons la taille du filtre 3×3

σ_n	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
	Lena (512× 512)					Boat (512× 512)				
MSE	28.03	46.79	68.23	93.84	121.34	39.19	64.46	91.96	122.11	154.57
	Barbara (512×512)					Peppers (256× 256)				
MSE	47.26	85.72	126.67	168.71	210.88	32.18	52.82	82.77	114.12	150.25

Tableau.2. Les valeurs de MSE en fonction de σ_n

σ_n	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
	Lena (512× 512)					Boat (512× 512)				
PSNR	33.65	31.43	29.79	28.41	27.29	32.20	30.04	28.49	27.27	26.24
	Barbara (512×512)					Peppers (256× 256)				
PSNR	31.39	28.80	27.11	25.86	24.89	33.06	30.75	28.96	27.56	26.37

Tableau.3. Les valeurs de PSNR en fonction de σ_n

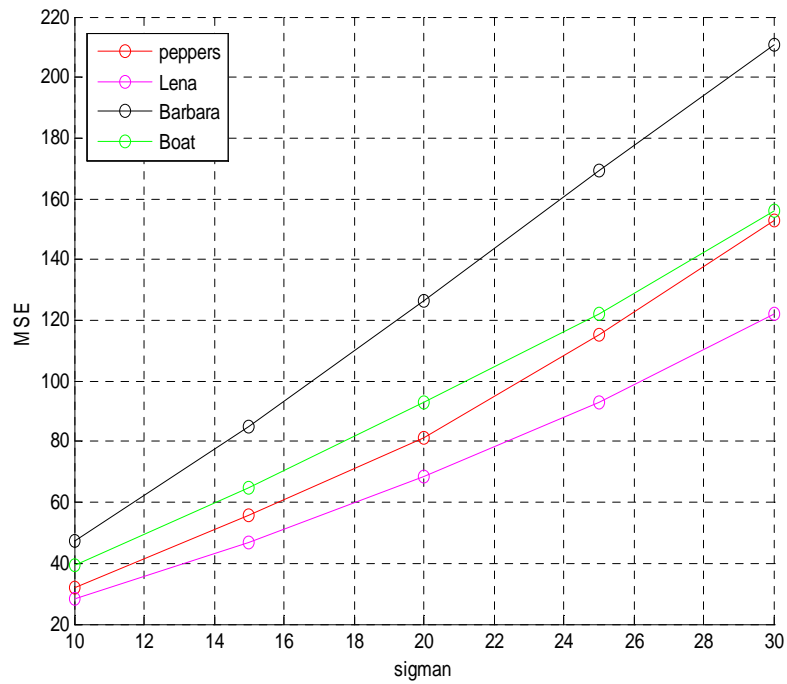


Fig.7. Variation de MSE en fonction de σ_n du bruit pour différentes images

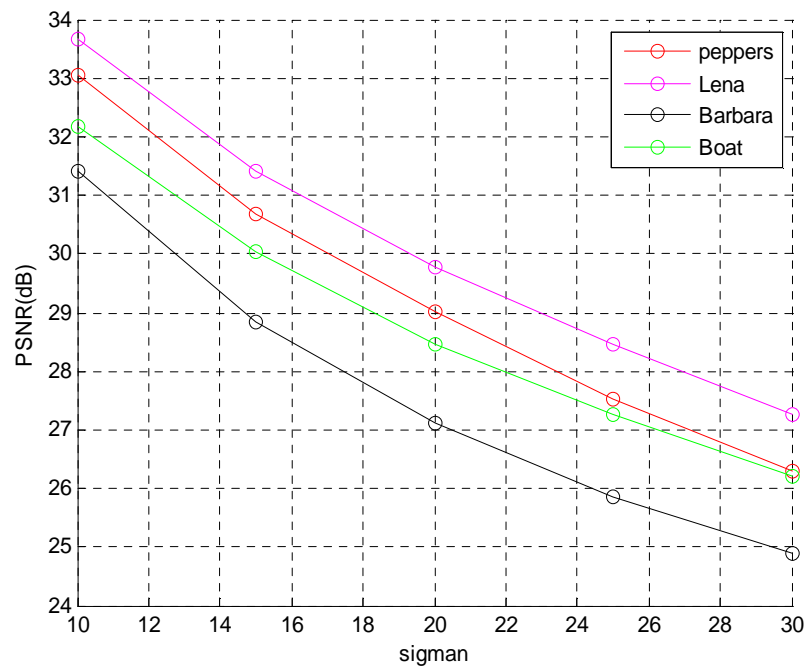


Fig.8. Variation de PSNR en fonction de σ_n du bruit pour différentes images



Fig.9. Comparaison sur les images « Lena, Boat, Barbara et Peppers» corrompue par un bruit gaussien $\sigma_n = 15$, débruité par le filtrage bilatéral.

Pour une meilleure comparaison nous avons également calculé dans les tableaux (1-2-3) les moyennes du MSE et PSNR, données pour les images tests $\sigma_n = \{10, 15, 20, 25, 30\}$. Les résultats sont améliorés après le filtrage bilatéral en qualité visuelle et en qualité de PSNR.

Les courbes de variation de MSE et PSNR en fonction de σ_n sont illustrées dans les Figures 7-8 respectivement. MSE augmente en augmentant σ_n et inversement PSNR diminue en augmentant σ_n , et ceci pour les trois images test.

4. Conclusion

Nous avons exposé dans ce Chapitre, une conique de débruitage des images bruitées, basée sur le filtrage bilatéral qui permet de faire un lissage et d'éliminer des détails inutiles, avec l'avantage de préserver les contours entre les régions d'image. Tout d'abord nous avons rappelé la notion de la convolution gaussienne car elle est étroitement liée au filtre bilatéral. Nous avons présenté un exemple du filtrage gaussien, pour plus de clarté dans le manuscrit. Nous avons essayé de donner une description complète du filtre bilatéral, commençant par son expression, puis les paramètres pertinents qui influent directement sur la qualité du filtrage. La dernière partie du Chapitre a été consacré aux illustrations et exemples. Bien que le résultat du débruitage soit acceptable visuellement, il peut être amélioré pour s'approcher aux mieux du signal original.

Dans le Chapitre suivant, nous essayerons de tirer profit des OWT SURE-LET et de filtre Bilatéral pour proposer un algorithme hybride. Nous testerons l'algorithme sur plusieurs images niveaux de gris. Pour valider les résultats nous calculons les erreurs quadratiques moyennes et le rapport signal sur bruit pour chaque valeur de la variance de bruit.

Chapitre 3

Technique Hybride de Débruitage d'Image Via les Ondelettes Orthogonales à Estimateur de Stein (OWT SURE-LET) et Filtre Bilatéral

Introduction

Dans ce Chapitre, nous allons détailler des méthodes statistiques et déterministes que nous avons employées pour débruiter des images. Dans un premier temps, l'estimateur non biaisé du risque quadratique de Stein est appliqué pour débruitage d'images perturbées par un bruit blanc gaussien. L'algorithme repose sur la méthode de débruitage de type SURE-LET (*Stein Unbiased Risk Estimation Linear Expansion of Thresholds*) avec des ondelettes orthonormales et une étude des dépendances entre échelles, OWT SURE-LET (*Orthonormal Wavelet Thresholding algorithm based on the principle of Stein's Unbiased Risk Estimate-Linear Expansion of Thresholds*) proposée par Luisier & Blu [10], Cette première branche de l'algorithme fournit une nouvelle image, dite image de référence qui sera traitée, dans une deuxième branche, par un filtre bilatéral de paramètres variables. Le filtre bilatéral est appliqué pour le lissage et l'élimination des détails inutiles avec l'avantage de préserver les contours entre les régions d'image.

1. Principe du débruitage a base des SURE-LET [10]

Le principe général de cette méthode est la minimisation d'un estimateur non-biaisé de l'erreur quadratique moyenne, MSE, entre l'image traitée et l'image original. Cet estimateur est exclusivement dérivé à partir des observateurs bruités. Dans le cas d'un bruit additif, blanc gaussien, une telle estimation du MSE fut initialement proposée par Stein.

L'estimateur des SURE-LET (*Stein's Unbiased Risk Estimate-Linear Expansion of Thresholds*) développe d'avantage la théorie originale de SURE et propose une méthodologie générale pour le débruitage rapide et efficace d'images multidimensionnelles. La flexibilité et la faible complexité computationnelle de cette approche, sont garanties par une paramétrisation linéaire du processus de débruitage, exprimé comme une combinaison linéaire de fonctions de seuillage. On propose plusieurs fonctions de seuillage (Ponctuelles, multi variées ou multicanaux) applicables à des transformations linéaires arbitraires (en

particulier redondantes) des données bruitées. Dans cette étude on s'intéresse à l'estimateur SURE-LET dans le domaine de la transformée en ondelettes.

2. Implémentation de l'estimateur

On considère un signal réel x de longueur L , perturbé par un bruit blanc gaussien réel centré et de variance σ^2 noté b indépendant de x . Le signal réel observé est noté

$$y = x + b$$

Autrement dit

$$y_n = x_n + b_n \quad , \quad \text{pour tout } n \in \{1, \dots, L\}$$

Une méthode classique pour évaluer la qualité d'un signal reconstruit \hat{x} est l'étude du rapport signal sur bruit : SNR (Signal to Noise Ratio). Le SNR est défini de la manière suivante :

$$\text{SNR}(x, \hat{x}) = 10 \log_{10} \left(\frac{\|x\|^2}{\|\hat{x} - x\|^2} \right). \quad (1)$$

On voit que le dénominateur fait apparaître l'erreur quadratique : $\|\hat{x} - x\|^2$.

La matrice de covariance du bruit est simplement $\Gamma^{(b)} = \sigma^2 I_L$, telle que I_L est la matrice unité $L \times L$. L'objectif est à nouveau de construire un estimateur de l'erreur quadratique moyenne (Mean Square Error - MSE) :

$$\text{MSE} = E \left(\sum_{n=1}^L |\hat{x}_n - x_n|^2 \right) = E \left(\|\hat{x} - x\|^2 \right) \quad (2)$$

Le signal d'origine x est toujours supposé inconnu, il va donc falloir être capable de trouver une forme équivalente de la MSE ne faisant pas apparaître x . On considère l'effet de l'estimateur directement sur les valeurs du signal et non plus sur les coefficients après décomposition. Le théorème suivant propose un estimateur non-biaisé de la MSE.

- **Théorème**

On suppose que $G(y)$ estime x . $G(y)$ est une fonction continue, différentiable, telle que l'espérance $E \left(\left| \frac{\partial g_n(y)}{\partial y_n} \right| \right) < \infty$ pour $1 \leq n \leq L$. On a alors:

$$E \left(\sum_{n=1}^N g_n(y) x_n \right) = E \left(\sum_{n=1}^N g_n(y) y_n \right) - \sigma^2 E \left(\sum_{n=1}^N \frac{\partial g_n(y)}{\partial y_n} \right) \quad (3)$$

Ce théorème est une reformulation du principe de Stein démontré dans [4]. Il permet d'exprimer une espérance en faisant intervenir le signal d'origine x (supposé inconnu) uniquement en fonction d'espérance faisant intervenir le signal observé y . D'une autre part, après ce théorème. La variable aléatoire est donnée par

$$\varepsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2 \quad (4)$$

Est un estimateur non biaisée de la MSE $E(\|G(y) - x\|^2)$.

Démonstration

$$E(\|G(y) - x\|^2) = E(\|G(y)\|^2) - 2E(G(y)x) + E(\|x\|^2)$$

D'après le théorème, nous obtiendrons

$$E(\|G(y) - x\|^2) = E(\|G(y)\|^2) - 2E(G(y)y) + 2\sigma^2 E\{\text{div}(G(y))\} + E(\|x\|^2)$$

Avec

$$E(\|x\|^2) = E(\|y\|^2) - L\sigma^2$$

Donc

$$E(\|G(y) - x\|^2) = E(\|G(y)\|^2) - 2E(G(y)y) + 2\sigma^2 E\{\text{div}(G(y))\} + E(\|y\|^2) - L\sigma^2$$

Est alors la variable aléatoire est donnée par

$$\varepsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2$$

3. Expression de la divergence

La fonction G est formée de la composition de l'opérateur de décomposition D , d'un opérateur de seuillage Θ et de la reconstruction R , ce qui peut s'écrire : $G = R\Theta D$. Θ représente l'opérateur de seuillage c'est l'étape d'estimation des coefficients d'ondelettes, $\Theta(Dy) = \Theta(Y) = (\theta_1(Y_l))_{1 \leq l \leq L}$. Autrement dit, les composantes de la fonction G s'écrivent, pour tout $y \in \mathbb{R}^L$ et $n \in \{1, \dots, L\}$

$$g_n(y) = \sum_{l=1}^L R_{n,l} \theta_l Y_l \quad (5)$$

Avec L' la longueur du signal après la transformation

De plus, on a par définition pour tout $l \in \{1, \dots, L'\}$:

$$Y_l = (Dy)_l = \sum_{m=1}^L D_{l,m} y_m \quad (6)$$

On en déduit que, pour tout : $n \in \{1, \dots, L\}$

$$\frac{\partial Y_l}{\partial y_n} = D_{l,n} \quad (7)$$

À l'aide de ces relations, exprimons maintenant la divergence

$$\text{div}(G(y)) = \sum_{n=1}^L \frac{\partial g_n(y)}{\partial y_n} = \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^{L'} R_{n,l} \theta'_l(y_l) \frac{\partial y_l}{\partial y_n} = \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^{L'} R_{n,l} \theta'_l(y_l) D_{l,n} = \sum_{l=1}^L \theta'_l(y_l) \sum_{n=1}^{L'} D_{l,n} R_{n,l} \quad (8)$$

Donc

$$\text{div}(G(y)) = \text{diag}(D R)^T \Theta'(Dy) \quad (9)$$

Avec

$$\Theta'(Y) = \left(\frac{\partial \theta_l(Y_l)}{\partial Y_l} \right)_{1 \leq l \leq L'} \quad (10)$$

La MSE, $E(\|G(y) - x\|^2)$ peut être estimée de manière non biaisée par la variable aléatoire :

$$\varepsilon = \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2$$

Cet estimateur est appliqué dans le domaine de la transformée en ondelettes, c'est-à-dire on calcule d'abord la transformée en ondelettes des observations, on estime les coefficients d'ondelettes par l'estimateur SURE-LET, et finalement on reconstruit le signal original à partir des coefficients estimés.

L'algorithme est résumé comme suit :

- ✓ Appliquer la décomposition D (pour notre cas, D est la transformée en ondelettes) sur l'image bruité.
- ✓ Appliquer une fonction de seuillage, on estime les coefficients d'ondelettes par l'estimateur SURE-LET.
- ✓ Reconstruire l'image en appliquant la transformée inverse R sur les coefficients seuillés

Cet algorithme peut être exprimé comme une fonction des coefficients d'entrée bruitée:

$$\hat{x} = G(y) = R \Theta Dy$$

Pour conclure sur cette partie de calcul, la variable ε est exclusivement exprimée en fonction des observations et est l'estimation fiable de MSE

4. Algorithme de débruitage des OWT SURE-LET

4.1. Principe

On va maintenant considérer que la fonction d'estimation \hat{x} s'écrit comme une combinaison linéaire de K fonctions élémentaires G_k :

$$G(y) = \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) \quad (11)$$

G Sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions élémentaires faisant chacune intervenir une fonction "seuillage", constitue la partie *Linear Expansion of Thresholds* - LET de la méthode suivant la terminologie introduite dans [10]. L'intérêt de cette formulation est qu'elle permet de formuler le problème de débruitage comme un problème d'optimisation relativement simple à résoudre.

Pour obtenir le meilleur débruitage possible (au sens de l'erreur quadratique moyenne), il suffit de minimiser l'estimateur ε . Pour ce faire on va étudier chaque estimateur en tant que fonction du vecteur de paramètres $a = (a_1, \dots, a_K)^T$. En dérivant cette fonction par rapport à chaque a_k , on va pouvoir réécrire le problème sous la forme d'un système d'équation linéaires à résoudre.

4.2. Minimisation de ε

On va travailler dans cette partie sur une combinaison linéaire de fonctions de seuillage et chercher le vecteur de paramètres a permettant de minimiser cette fois l'estimateur ε . On travaille ici avec la fonction de \mathbb{R}^L dans \mathbb{R}^L :

$$G(y) = \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) = \sum_{k=1}^K a_k R\Theta_k(Dy) \quad (12)$$

D'après l'équation (4) on a :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \|G(y) - y\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}(G(y)) - L\sigma^2 \\ &= \left\| \sum_{k=1}^K a_k G_k(y) - y \right\|^2 + 2\sigma^2 \text{div}\left(\sum_{k=1}^K a_k G_k(y)\right) - L\sigma^2 = J_E(a) \end{aligned} \quad (13)$$

Pour débruiter il faut rechercher le vecteur a qui minimise $J_E(a)$. Pour ce faire, étudions la

quantité $\frac{\partial J_E(a)}{\partial a_k}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_E(a)}{\partial a_k} &= \left(\sum_{\ell=1}^K a_\ell G_\ell(y) - y \right)^T G_k(y) + G_k(y)^T \left(\sum_{\ell=1}^K a_\ell G_\ell(y) - y \right) + 2\sigma^2 \text{div}(G_k(y)) \\ &= 2 \sum_{\ell=1}^K a_\ell G_k(y)^T G_\ell(y) - 2G^{(k)}(y)^T y + 2\sigma^2 \text{div}(G_k(y)) \end{aligned} \quad (14)$$

On a ainsi :

$$\frac{\partial J_E(a)}{\partial a_k} = 0 \Leftrightarrow \sum_{\ell=1}^K a_\ell G_k(y)^T G_\ell(y) = G_k(y)^T y - \sigma^2 \text{div}(G_k(y)) \quad (15)$$

$$\Leftrightarrow \tilde{M}a = \tilde{c} \text{ Avec}$$

$$\tilde{M}_{k,\ell} = G_k(y)^T G_\ell(y) \quad (16)$$

Et

$$\tilde{c}_k = G_k(y)^T y - \sigma^2 \text{div}(G_k(y)), \quad \text{pour tous } (k, \ell) \in \{1, \dots, K\}^2$$

À nouveau, la recherche d'un minimum de ε en fonction des $(a_\ell)_{\ell=1}^K$ est équivalente à la résolution d'un système d'équation linéaire. Quand le système est sous-déterminé, on peut le résoudre en considérant la matrice pseudo-inverse de \tilde{M} .

Les SURE-LET et filtrage bilatéral peuvent être deux techniques complémentaires beaucoup plus concurrentes. Cette remarque est à la base de proposer un algorithme hybride, pour tirer profit des avantages des deux techniques respectifs. Dans ce qui suit, nous exposons l'algorithme hybride de débruitage, basé sur les SURE-LET et le filtre bilatéral.

5. Algorithme hybride de débruitage

Le filtre bilatéral, comme décrit dans [16], est un filtre non linéaire pour conserver les discontinuités et éliminer l'effet de bord. Etant donné u une image bruitée, à un (i, j) d'endroit de Pixel, $\hat{s}_{i,j}$ le résultat reconstitué peut être directement calculé par une moyenne des intensités dans son voisinage de bruit $u_{k,l}$. La formule mathématique de ce filtre est la suivante :

$$\hat{s}_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l} \cdot u_{k,l}}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l}} \quad (17)$$

Avec $\Omega_{N(i,j)}$ dénote l'ensemble de points dans la fenêtre $(2N+1) \times (2N+1)$ centrée au (i, j) . La fonction $u_{k,l}$ correspond à notre image et la fonction h_D définit le filtre tel que nous le concevons classiquement. La fonction h_P définit la pondération de nos échantillons dans le filtrage. Le problème principal du filtre bilatéral classique dans le domaine de débruitage d'image est la fonction de pondération h_P qui ne pourrait pas être exactement estimé sur l'image bruitée.

Petschnigg et al. [21] ont présenté un filtre bilatéral commun pour calculer la fonction de pondération h_P utilisant l'image instantanée dans le débruitage. En outre, considérant que le débruitage à base d'ondelettes conserve la plupart des détails importants de l'image, nous pouvons l'employer comme image de référence. De cette façon, la fonction de pondération peut être estimée plus exactement par:

$$h_{P_{k,l}} = \exp\left(-\frac{(s_{k,l}^{\text{ref}} - s_{i,j}^{\text{ref}})^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (18)$$

Avec s^{ref} est l'image débruitée par la méthode OWT SURE-LET, (i, j) le pixel central est (k, l) est le voisinage à fenêtre 3×3 .

h_D est déterminé par la distance entre les Pixels voisin et central, où une fonction gaussienne est habituellement employée

$$h_{D_{k,l}} = \exp\left(-\frac{(k-i)^2 + (l-j)^2}{2\sigma_D^2}\right) \quad (19)$$

Le paramètre σ_D caractérise le comportement spatial du filtre bilatéral. Ce paramètre change avec les changements du niveau de bruit et la taille de Ω_N et σ_n . Particulièrement, quand le niveau de bruit est élevé.

$$\delta_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{D_{k,l}} \cdot h_{P_{k,l}} \cdot (u_{k,l} - s_{k,l})}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{D_{k,l}} \cdot h_{P_{k,l}}} \quad (20)$$

Pour $\delta_{i,j}=0$, le filtre bilatéral commun se comporte bien en supprimant le bruit. Cependant, l'équation n'est pas complètement établie, provoquant ainsi des taches de bruit. M. Elad [23] a présenté une fonction de pénalité pour simplifier $\delta_{i,j}$ qui peut être directement estimée comme suit :

$$\hat{\delta}_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l} \cdot (u_{k,l} - s_{k,l}^{ref})}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l}} \quad (21)$$

Nous ajoutons cette limite de compensation dans le filtre bilatéral commun pour supprimer les taches :

$$\hat{s}_{i,j} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l} \cdot u_{k,l}}{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} h_{Dk,l} \cdot h_{Pk,l}} - \beta \hat{\delta}_{i,j} \quad \text{Avec } \beta \in [0,1] \quad (22)$$

Les résultats expérimentaux prouvent que la bonne gamme pour les trois paramètres est $\beta = [0.5, 0.8]$, $\sigma_d = [1.5, 1.8]$ et $\sigma_r = 2 \sigma_n$. Dans cette étude, nous considérons que $\beta=0.5$, $\sigma_d=1.5$ et $\sigma_r = 2\sigma_n$.

Structure de l'algorithme

L'algorithme est constitué essentiellement de deux branches : une branche basée sur l'algorithme des SURE-LET, dans laquelle, nous calculons la transformée en ondelettes du signal bruité. Nous estimons en suite les coefficients d'ondelettes selon l'estimateur SURE-LET. Nous calculons la transformée en ondelettes inverse à partir des coefficients estimés. Cette branche nous fournit une image dite image de référence qui va être traitée par un filtre bilatéral de paramètres variables. C'est la deuxième branche de l'algorithme.

Nous considérons que : l'image bruitée (les observations) est corrompues par un bruit gaussien de moyenne nulle, le niveau de décomposition est égal à quatre, l'ondelette analysante est la 'sym8'. L'algorithme peut être résumé dans ce schéma bloc de la Figure 1.

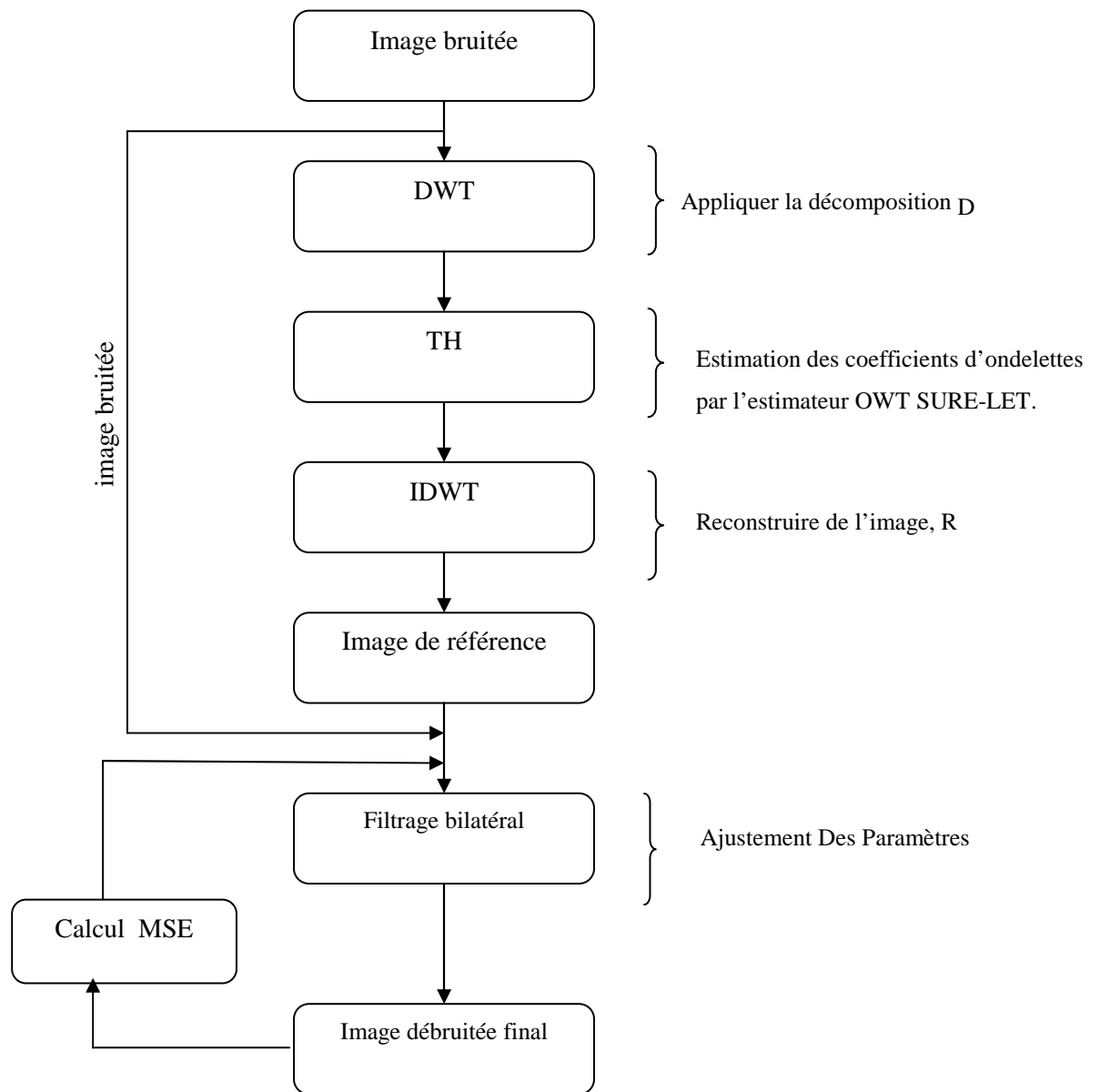


Fig.1 Structure de l'algorithme hybride de débruitage à base de OWT SURE-LET et filtre bilatéral.

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats de simulation, obtenus par le filtrage bilatéral, l'algorithme des SURE-LET et l'algorithme hybride.

6. Résultats et discussions

Nous illustrons dans cette section l'intérêt de la technique développée pour la réduction du bruit dans les images bruitées. Nous présentons ainsi les résultats obtenus par simulation.

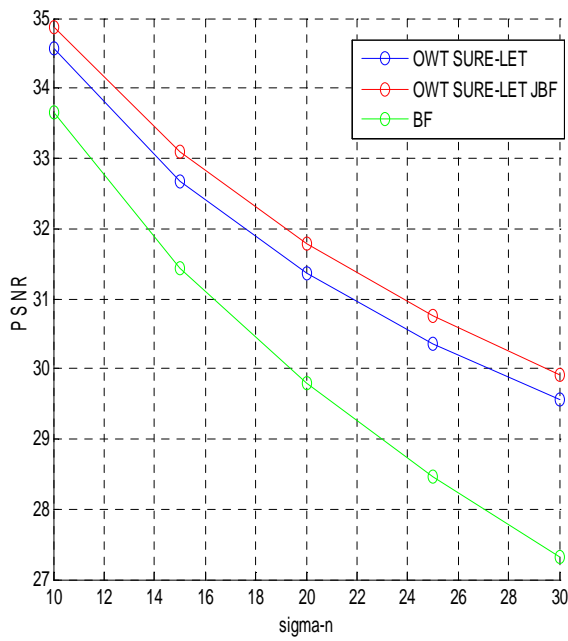
Nous considérons que le bruit est blanc gaussien additif de moyenne nulle et de variance σ_n^2 . Nous avons travaillé sur des images niveaux de gris tirées de la bibliothèque Toolbox du Matlab R2010a.

Nous avons choisi les images test : Lena, Cameraman, Peppers et House, à une décomposition à l'échelle quatre, l'ondelette analysante est la 'sym8'.

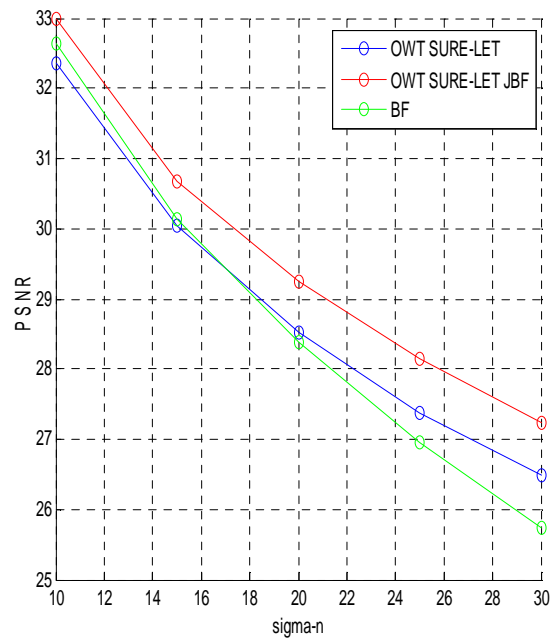
La Figure 4 montre les images résultantes, pour chaque méthode de débruitage, avec un écart-type $\sigma_n = 10$ en entrée. Nous remarquons que la qualité visuelle de notre algorithme est supérieure à celles des autres méthodes de débruitage. Ce comportement a tendance à se reproduire pour les autres images tests : Cameraman Figure 5, Peppers Figure 6 et House Figure 7

La moyenne et l'écart-type (sur 50 simulations) du MSE_{out} et $PSNR_{out}$, données par les diverses méthodes pour les trois images tests, sont comparés dans les Figures 2-3. Les MSE_{out} et $PSNR_{out}$ ont été calculés pour chaque valeur d'entrée du σ_{in} dans la gamme de [10,30]. Nous constatons qu'avec l'augmentation de l'écart-type du bruit, l'erreur quadrature Moyenne MSE augmente pour les deux méthodes. Et inversement PSNR diminue en augmentant σ_n et ceci pour les quatre images test.

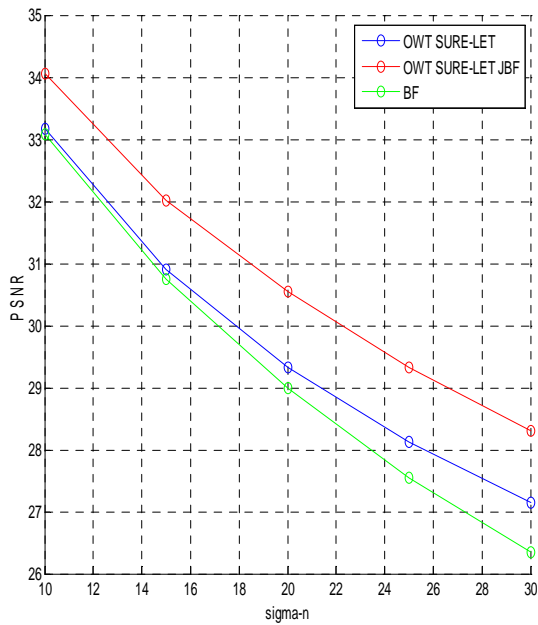
Nous constatons que l'algorithme proposé dépasse les autres techniques de débruitage. Nous constatons également qu'il s'avère d'autant plus performant, comparé à OWT- SURE-LET, que le rapport PSNR est important. De plus, nous constatons que le filtre bilatéral (BF) s'avère le moins performant comparé aux autres méthodes pour les bas PSNR.



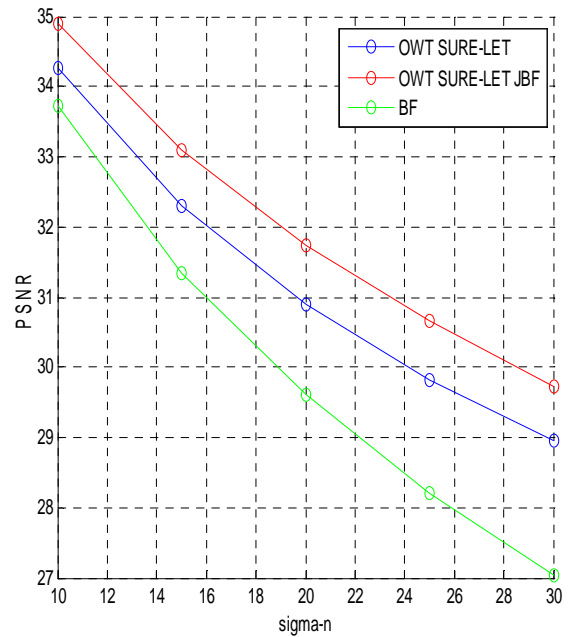
(a) PSNR pour l'image de test Lena



(b) PSNR pour l'image de test Cameraman

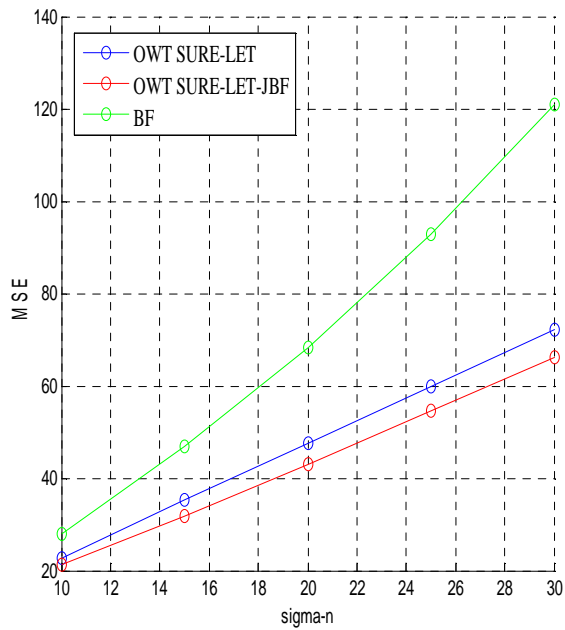


(c) PSNR pour l'image de test Peppers

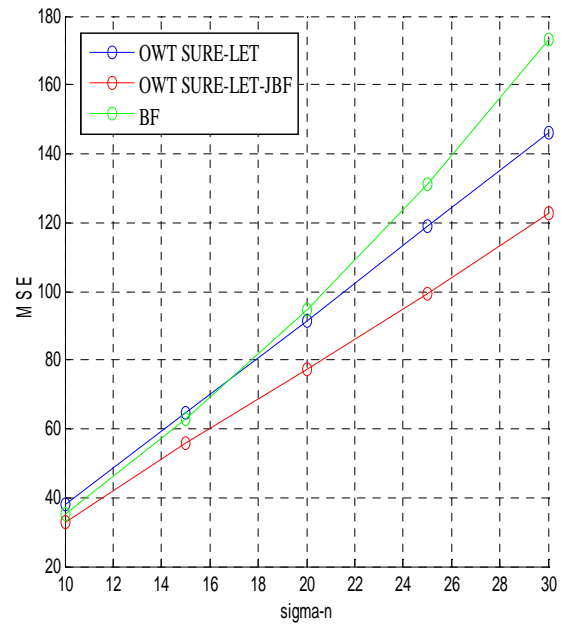


(d) PSNR pour l'image de test House

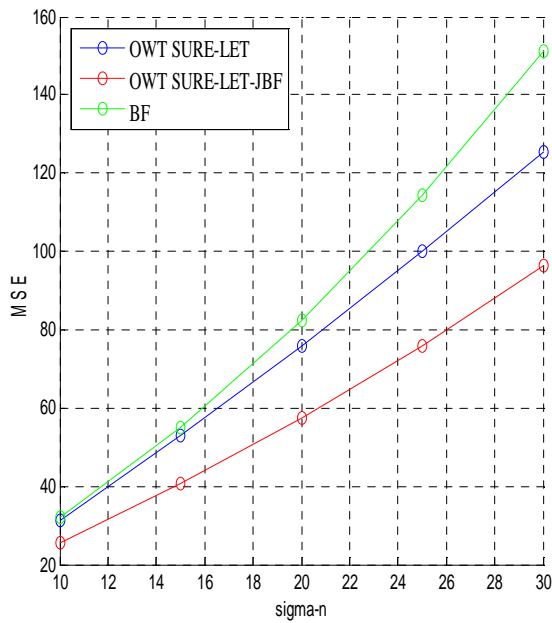
Fig.2. PSNR pour les images de test (a) Lena (b) Cameraman (c) Peppers (d) House obtenu par les techniques OWT SURE-LET, OWT SURE-LET-JBF et BF.



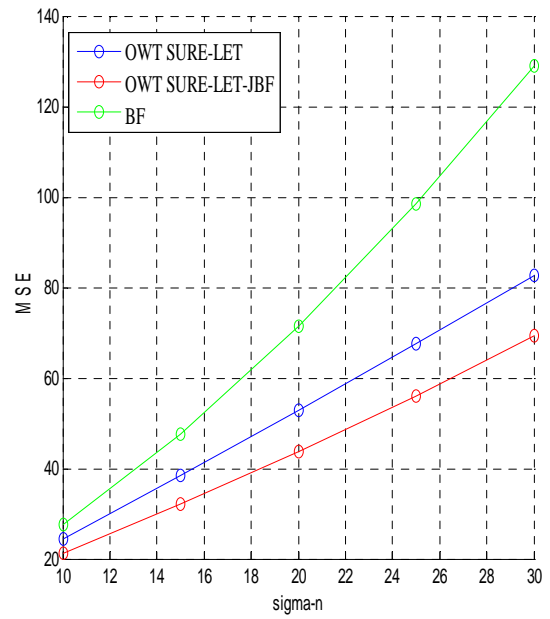
(a) MSE pour l'image de test Lena



(b) MSE pour l'image de test Cameraman



(c) MSE pour l'image de test Peppers



(d) MSE pour l'image de test House

Fig.3. MSE pour les images de test (a) Lena (b) Cameraman (c) Peppers (d) House obtenu par les techniques OWT SURE-LET, OWT SURE-LET-JBF et BF.

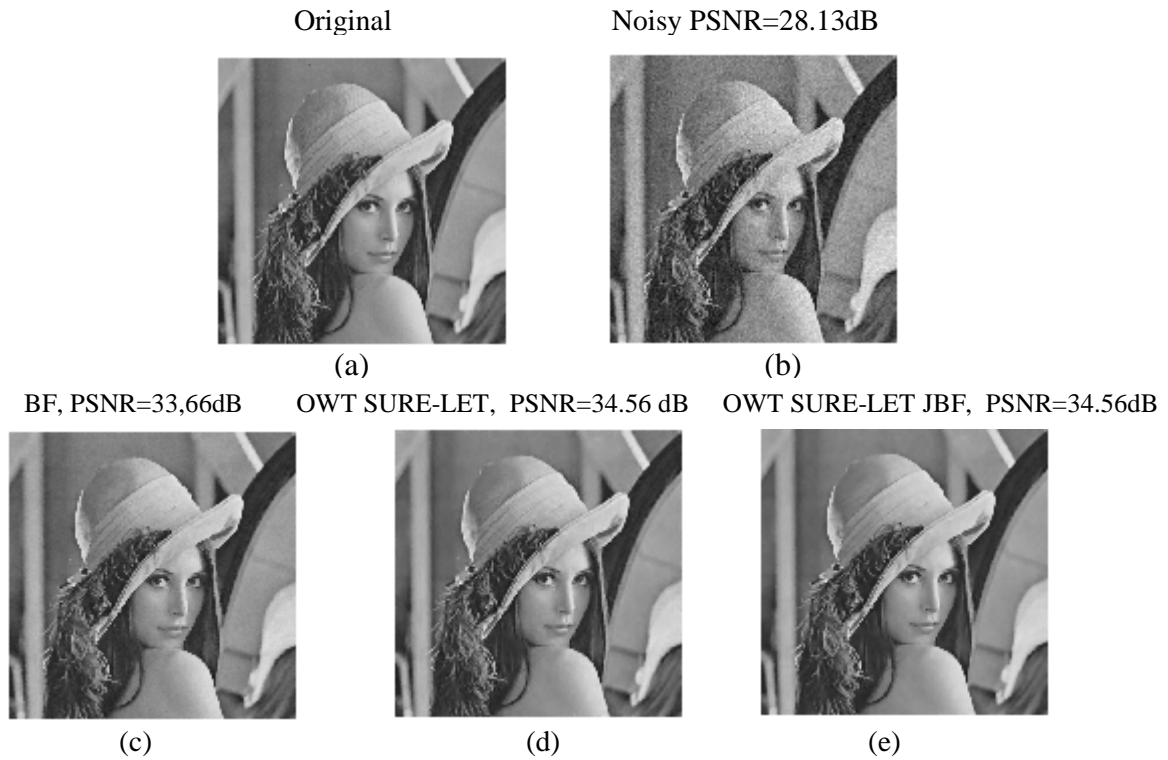


Fig.4. Image test : (a) Lena originale (b) bruitée avec $\sigma_n = 10$ (c) Débruitage par : Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF

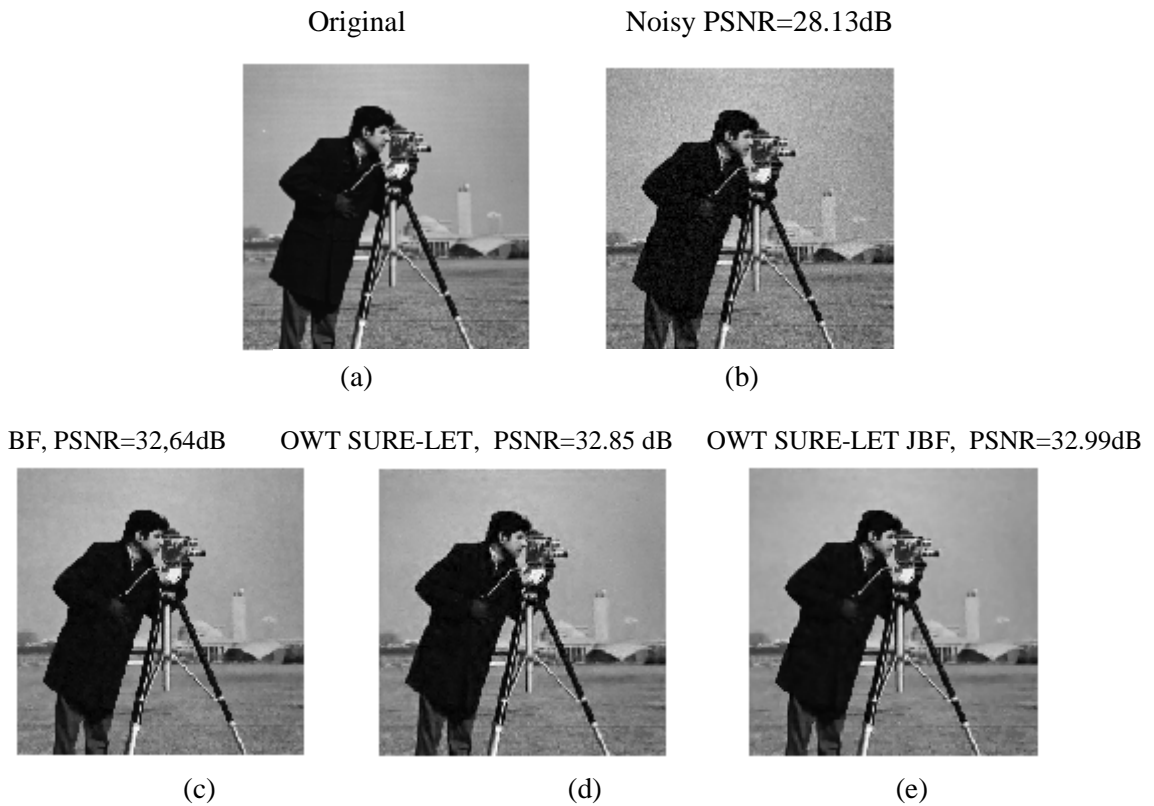


Fig.5. Image test : (a) Cameraman originale (b) bruitée avec $\sigma_n = 10$ (c) Débruitage par : Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF

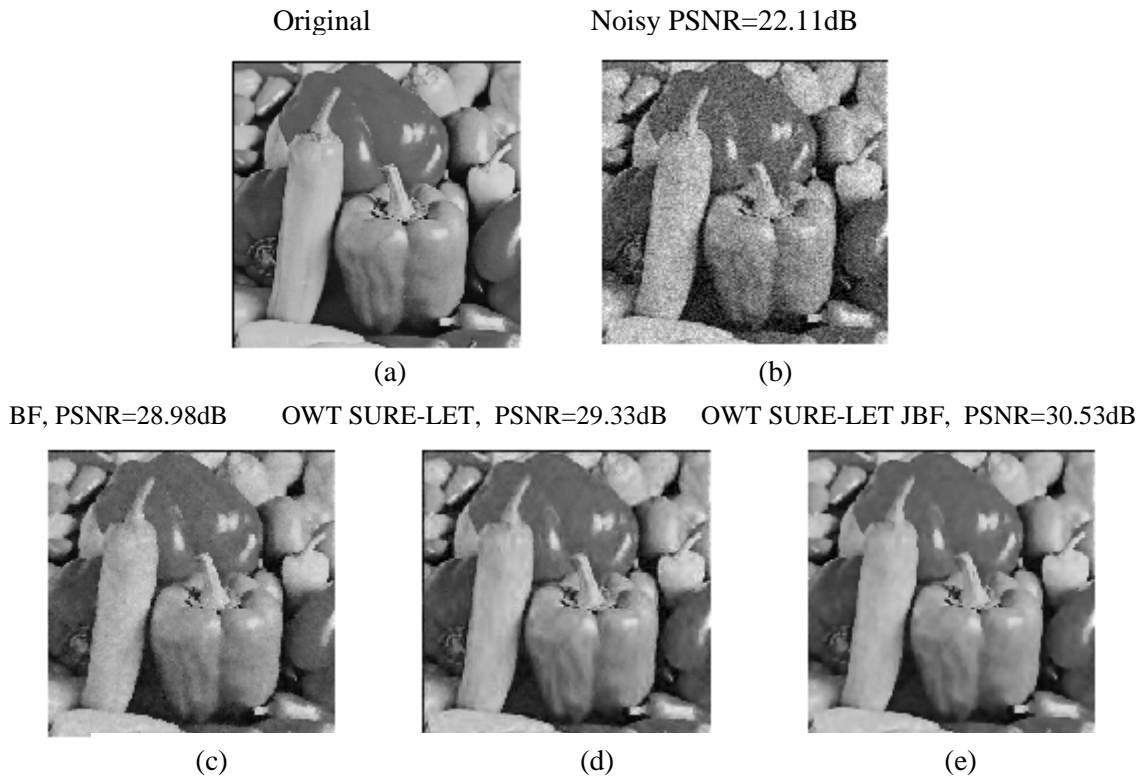


Fig.6. Image test : (a) Peppers originale (b) bruitée avec $\sigma_n = 20$ (c) Débruitage par : Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF

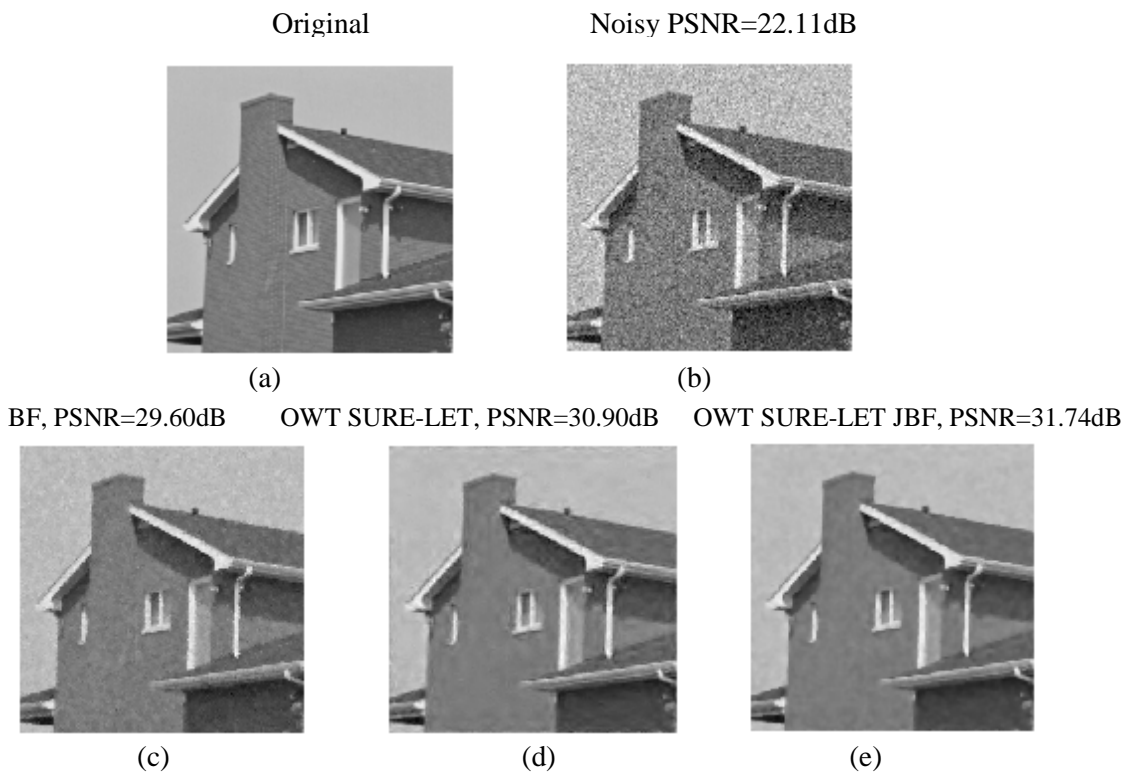


Fig.7. Image test : (a) House originale (b) bruitée avec $\sigma_n = 20$ (c) Débruitage par : Filtre Bilatéral (d) OWT-SURELET (e) OWT-SURELET JBF

Pour une meilleure comparaison nous avons également calculé dans les Tableaux (1-2) les moyennes du PSNR et MSE, données pour les images tests $\sigma_n = 10, 15, 20, 25$ et 30 . Les valeurs du PSNR et MSE sont considérablement améliorées par l'algorithme proposé.

σ_n	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
	Lena (512-512)					Cameraman (256-256)				
OWT_SURELET	34.55	32.67	31.36	30.36	29.55	32.35	30.04	28.51	27.38	26.48
OWT_SURELET-JBF	34.88	33.09	31.79	30.76	29.91	32.98	30.66	29.25	28.16	27.24
	Peppers (256-256)					House (256-256)				
OWT_SURELET	33.16	30.90	29.33	28.13	27.15	34.27	32.28	30.90	29.83	28.96
OWT_SURELET-JBF	34.06	32.02	30.53	29.33	28.30	34.89	33.08	31.74	30.65	29.70

Tableau.1. Les valeurs de PSNR en fonction de σ_n

σ_n	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
	Lena (512-512)					Cameraman (256-256)				
OWT_SURELET	22.78	35.12	47.45	59.79	72.04	37.81	64.48	91.47	118.78	146.15
OWT_SURELET-JBF	21.13	31.92	43.06	54.57	66.29	32.69	55.80	77.30	99.38	122.84
	Peppers (256-256)					House (256-256)				
OWT_SURELET	31.37	52.85	75.82	99.99	125.27	24.31	38.38	52.90	67.69	82.60
OWT_SURELET-JBF	25.54	40.82	57.49	75.93	96.14	21.10	31.95	43.58	55.99	69.35

Tableau.2. Les valeurs de MSE en fonction de σ_n

7. Conclusion

Nous avons développée dans ce Chapitre, des techniques de débruitage des images niveaux de gris, basées sur l'algorithme des OWT SURE-LET et l'algorithme hybride OWT SURE-LET-JBF. Nous avons rappelé brièvement, le principe de l'estimateur SURE-LET dans le domaine de la transformée en ondelettes. Nous avons ensuite proposé une structure hybride de débruitage qui combine l'estimateur des OWT SURE-LET et le filtrage bilatéral. L'algorithme se résume en trois étapes essentielles :

- ✓ Appliquer la transformée en ondelettes sur les données bruitées.
- ✓ Estimer les coefficients d'ondelettes par l'estimateur SURE-LET.
- ✓ Reconstruire les données originales par le calcul de la transformée d'ondelettes inverse à partir des coefficients estimés, et obtenir une image référence.
- ✓ Appliquer le filtre bilatéral sur l'image de référence pour obtenir l'image débruitée finale.

Les résultats obtenus ont mis en évidence l'efficacité de la méthode proposée pour la réduction du bruit. Ceci est possible en effectuant un choix judicieux de la base d'ondelette et le niveau de résolution. Pour conclure, l'association de l'algorithme de OWT SURE-LET et le filtre bilatéral conduit à un prétraitement robuste.

Chapitre 4

Algorithme de Débruitage d'Image à Base du Filtrage dans Le Domaine des Ondelettes et Le Filtre Bilatéral

Introduction

Ce chapitre sera entièrement dédié à l'exposition et l'interprétation de nos résultats obtenus par le deuxième algorithme de débruitage. Nous détaillerons en premier lieu, l'algorithme proposé de débruitage. Nous présenterons également la structure de cet algorithme. Une comparaison sera établie entre l'algorithme proposé et les différentes méthodes de débruitage.

1. Principe de l'Estimateur Bayésien

L'estimation bayésienne consiste à trouver la meilleure valeur (au sens de critères fixés au préalable) des informations inconnues a priori, à partir des données observées. Donnons d'abord quelques définitions permettant de formuler l'estimation dans un cadre de la théorie des statistiques

1.1. Paradigme bayésien en images

Le paradigme bayésien s'impose comme un cadre théorique de choix pour la prise en compte de l'a priori imposé sur les signaux ou images pour diverses tâches tel que : la restauration, le débruitage, la segmentation, la reconnaissance, la classification, etc...

Lois a Priori et a Posteriori

Soient X et Y deux variables aléatoires, X représente l'image réelle et Y l'observation à travers un système d'acquisition. L'image des observations Y est considérée comme une fonction déterministe et/ou aléatoire de l'image des X . La forme explicite de cette fonction dépend essentiellement du système d'acquisition. Nous notons χ l'espace des images à estimer et γ celui des observations. Estimer X en ayant observé Y est souvent difficile, car généralement la solution n'est pas unique. De plus, elle n'est pas stable en présence du bruit. Il

faut par conséquent imposer des contraintes supplémentaires pour réduire le nombre de candidats à la solution dans l'espace χ .

Le paradigme bayésien offre un cadre théorique flexible pour imposer des contraintes sur X à travers une loi de probabilité sur l'espace χ . Cette loi est appelée loi *a priori*. Le second ingrédient est la loi de l'observation Y sachant X . Celle-ci est essentiellement obtenue par la loi du bruit contaminant les mesures dans le modèle de formation de l'image. A partir de la loi *a priori* et de la conditionnelle *a priori*, nous pouvons définir la densité de probabilité (pdf) jointe définie sur l'espace produit $\chi \times \gamma$ par la règle de Bayes

$$p_{X,Y}(x, y) = p_{Y/X} p_X(x) \quad (1)$$

Avec les réalisations y , il est aisé de prouver que la pdf conditionnelle *a posteriori* est :

$$p_{X/Y}(x/y) = \frac{p_{Y/X}(y/x)p_X(x)}{\int_{\chi} p_{Y/X}(y/x)p_X(x)dx} = \frac{p_{x,y}(x, y)}{p_y(y)} \quad (2)$$

Estimation bayésienne

Nous avons à notre disposition une image observée Y , de laquelle nous voulons déduire l'image non-observée X . Nous avons vu que l'approche bayésienne permet d'ajuster la solution \hat{x} aux données tout en obéissant à des contraintes de qualité. Il existe alors différentes manières de choisir l'estimée \hat{x} de x tout en assurant ce compromis entre fidélité et régularité. C'est ce que nous allons exposer dans un cadre général en faisant appel à la théorie de l'estimation bayésienne. En estimation bayésienne, un estimateur est défini comme une application :

$$\begin{aligned} D : \gamma &\rightarrow \chi \\ y &\rightarrow \hat{x} = D(y) \end{aligned}$$

Pour laquelle nous espérons que \hat{x} soit la plus proche possible de x . Le terme proche suppose que nous disposions d'une métrique pour quantifier l'écart entre x et son estimée. Définissons la fonction cout $L(x; \hat{x})$ positive, vérifiant $L(x; \hat{x}) = 0$ (une pseudo-distance puisque l'inégalité triangulaire n'est pas forcément vérifiée). Le risque bayésien est le risque moyen relativement à la probabilité jointe de X et \hat{X} :

$$\begin{aligned} R(x, D(y)) &= E_{x, \hat{x}} [L(x, D(y))] = \int_{\chi \times \gamma} L(x, D(y)) p_{X,Y}(x, y) dx dy \\ &= \int_{\gamma} \int_{\chi} L(x, D(y)) p_{Y/X}(y/x) p_X(x) dx dy \end{aligned} \quad (3)$$

Un estimateur bayésien est celui minimisant ce risque. Ainsi, chaque estimateur bayésien différent correspond à une fonction de cout spécifique. D'ailleurs les performances d'un estimateur bayésien sont affectées non seulement par la qualité de *l'a priori*, mais aussi par le choix de la fonction du cout.

Maximum a Posteriori (MAP)

Soit la fonction de cout suivante :

$$L(x, \hat{x}) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = \hat{x} \\ 1 & \text{si } x \neq \hat{x} \end{cases} \quad (4)$$

L'estimateur bayésien correspondant à la fonction de cout ci-dessus est le maximum *a posteriori*, i.e. :

$$\hat{x}_{\text{MAP}} = \underset{x \in \mathcal{X}}{\operatorname{argmax}} p_{x/y}(x/y) \quad (5)$$

Dans le cadre de l'estimation le principe de voisinage joue un rôle très important, nous allons présenter le principe de transformation de voisinage.

2. Principe des transformations de voisinage

Dans les images il y a des dépendances fortes entre les pixels et les pixels voisins, pour calculer la valeur du pixel de coordonnées (i, j) dans image observée $y(i, j)$, on remplace la valeur de chaque pixel (i, j) par une somme pondérée des valeurs des pixels situés dans son voisinage $x(v(i, j))$

$$x(i, j) \xrightarrow{t} y(i, j) = t(x(v(i, j)))$$

Le voisinage $v(i, j)$ est centré dans un pixel (i, j) , donc les pixels sont arrangé selon une maille carrée, les nombres des voisins de (i, j) dépendent de la distance considérée. L'image résultant a la même taille que l'image originale, mais des propriétés beaucoup plus intéressantes comme c'est illustré dans la Figure 1. Les voisinages les plus utilisée dans le traitement d'image est 4-voisinage, 8-voisinage et 25-voisinage. La Figure 2 représente les voisinages les plus utilisés.

2.1. Algorithme classique de filtrage

L'algorithme peut être résumé en quatre étapes essentielles :

- ✓ Sélectionné les pixels d'analyse

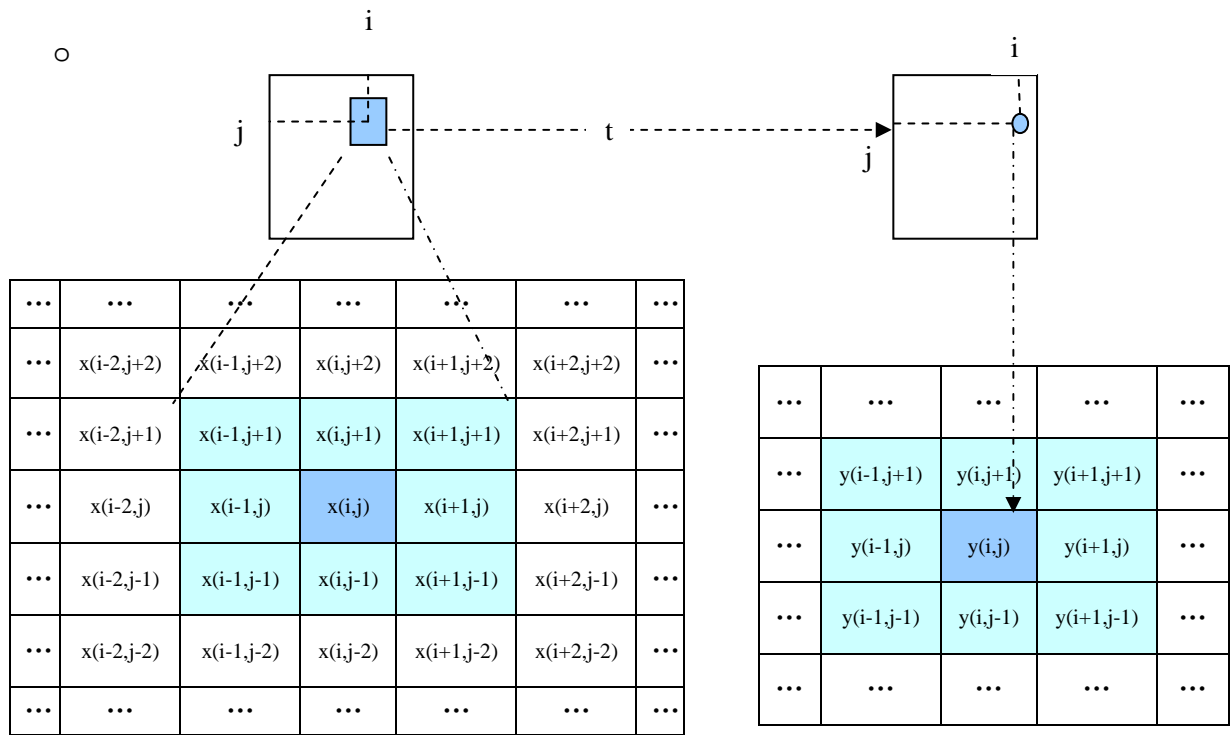


Fig 1. Transformation de voisinage

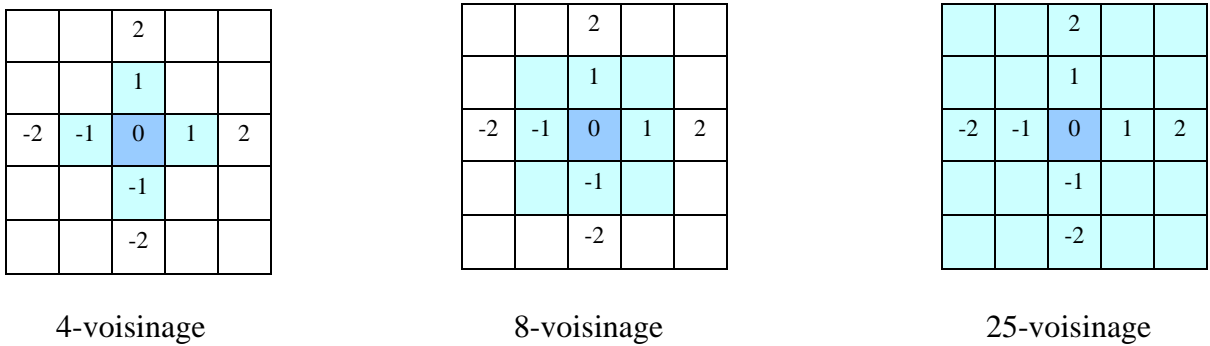


Fig 2. Les Voisinages les plus utilisée

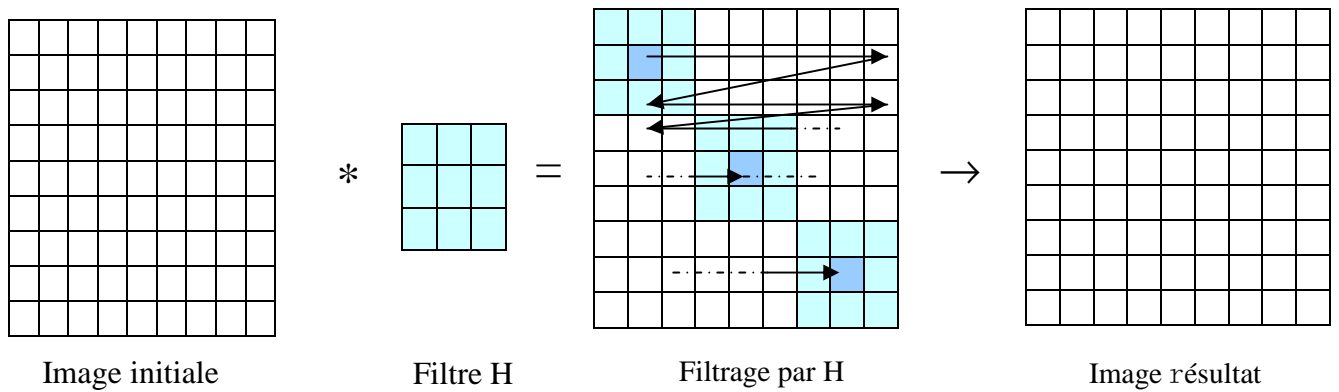


Fig 3. Principe de l'algorithme de filtrage

- ✓ Déplacer le filtre sur chaque pixel
 - Appelé filtre ou masque, noyau ou fenêtre de convolution
 - Souvent carré et de taille impaire (3x3, 5x5, ...)
 - Souvent à valeurs symétriques par rapport à l'élément central (i,j)
 - La formule de ce filtre

$$y(i, j) = (x * H)(i, j) = \sum_{\forall k} \sum_{\forall l} x(i-k, j-l) \cdot H(k, l)$$

- ✓ remplacer le niveau en (i, j) par une valeur dépendant des niveaux de ses voisins
 - Le nombre de voisins considérés dépend de la taille du filtre
- ✓ Image filtré

3. L'algorithme de débruitage a base du filtrage dans le domaine des ondelettes et le filtre bilatéral

3.1. Modèle d'estimation

On considère toujours que l'image est corrompue par un bruit blanc gaussien indépendant additif. Dans le domaine d'ondelette, il y a des dépendances fortes entre un coefficient et ses quatre voisins plus proches, particulièrement entre les coefficients significatifs qui contiennent l'information des bords de l'image. Pour chaque Pixel de bord central x d'image (qui n'est pas un Pixel de frontière), nous utilisons la fenêtre de voisinage 3×3 comme illustré dans Figure 4. Les quatre voisins les plus proches sont $\{x_E, x_W, x_N, x_S\}$ correspondants à deux directions {est-ouest au nord-sud}.

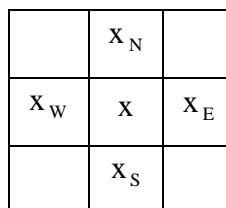


Fig.4. Le voisinage de pixel

Si nous employons une transformation par ondelettes orthogonale dans le long de la direction nord-sud, le problème peut être formulé par

$$y = x + n \tag{6}$$

$x = (x_N, x, x_S)$ Dénote les coefficients d'ondelette réels, $y = (y_N, y, y_S)$ dénote les observations bruitées de x , $n = (n_N, n, n_S)$ sont les échantillons du bruit. Du moment que les observations sont corrompu y , l'estimateur MAP pour x est

$$\hat{x}(y) = \underset{x}{\operatorname{argmax}} P_{x/y}(x/y) \quad (7)$$

D'après la règle de bayes, nous obtiendrons

$$\hat{x}(y) = \underset{x}{\operatorname{arg max}} [P_n(y-x).P_x(x)] \quad (8)$$

Par conséquent, l'équation (8) nous permet d'écrire cette estimation en termes de densité de probabilité (pdf) de (p_x) coefficient d'ondelette réelle et le bruit (p_n).

Nous supposons que la distribution des coefficients x est une distribution gaussienne trivariate et ses voisins dans la direction nord-sud est [41]

$$P_x(x) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|C_x|}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^T C_x x\right) \quad (9)$$

la matrice de covariance C_x de x , est définie comme suit :

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_N^2 & \rho_N \sigma_N \sigma & \rho_{NS} \sigma_N \sigma_S \\ \rho_N \sigma_N \sigma & \sigma^2 & \rho_S \sigma \sigma_S \\ \rho_{NS} \sigma_N \sigma_S & \rho_S \sigma \sigma_S & \sigma_S^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ou σ_N^2, σ^2 , et σ_S^2 représentent les variances de signal locale de x_N, x et x_S , respectivement, et $\rho_N, \rho_S, \rho_{NS}$ définient les coefficients des corrélations locaux. Ces coefficients traduisent la dépendance entre x_N et x , x et x_S , x_N et x_S , respectivement. La densité de probabilité du bruit est aussi gaussienne, et définie par :

$$P_n(n) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|C_n|}} \exp\left(-\frac{1}{2}n^T C_n n\right) \quad (11)$$

C_n est la matrice de covariance de n

$$C_n = \begin{bmatrix} \sigma_n^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_n^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

σ_n^2 dénote la variance du bruit. Puis que la fonction log est monotone, en introduisant la fonction log dans l'équation (8) nous trouvons :

$$\hat{x}(y) = \underset{x}{\operatorname{argmax}} \left[\log P_n(y - x) + \log P_x(x) \right] \quad (13)$$

Si $P_x(x)$ est strictement convexe et différentiable, nous obtenons

$$C_n^{-1}(y - x) - C_x^{-1}x = 0 \quad (14)$$

L'estimateur MAP sera alors

$$\hat{x} = (C_n^{-1} + C_x^{-1})^{-1} C_n^{-1}y. \quad (15)$$

En considérant la direction nord-sud (NS), les coefficients d'ondelettes x_{NS} débruités sont estimés par la relation de filtrage suivante :

$$\hat{x}_{NS} = \frac{h_N y_N + h_y + h_S y_S}{h_{NS}} \quad (16)$$

Tel que les paramètres h , représentent

$$\begin{cases} h_N = \rho_N \sigma_N \sigma (\sigma_S^2 + \sigma_n^2) \sigma_n^2 - \rho_{NS} \rho_S \sigma_N \sigma \sigma_S^2 \sigma_n^2 \\ h = (\sigma_N^2 + \sigma_n^2) \sigma^2 (\sigma_S^2 + \sigma_n^2) + (2\rho_N \rho_{NS} \rho_S - \rho_{NS}^2) \sigma_N^2 \sigma^2 \sigma_S^2 \\ \quad - \rho_N^2 \sigma_N^2 \sigma^2 (\sigma_S^2 + \sigma_n^2) - \rho_S^2 (\sigma_N^2 + \sigma_n^2) \sigma^2 \sigma_S^2 \\ h_S = \rho_S (\sigma_N^2 + \sigma_n^2) \sigma \sigma_S \sigma_n^2 - \rho_N \rho_{NS} \sigma_N^2 \sigma \sigma_S \sigma_n^2 \\ h_{NS} = h + (\sigma_N^2 + \sigma_n^2) (\sigma_S^2 + \sigma_n^2) \sigma_n^2 - \rho_{NS}^2 \sigma_N^2 \sigma_S^2 \sigma_n^2 \end{cases} \quad (17)$$

De même, nous pouvons estimer le coefficient d'ondelette réel x dans la direction est-ouest

$$\hat{x}_{WE} = \frac{h_W y_W + h_y + h_E y_E}{h_{WE}} \quad (18)$$

La corrélation locale entre les faibles coefficients d'ondelette est également très faible. Noter dans ce cas que le filtre de contraste trivariate est semblable le filtre Wiener local [42]. D'une autre part, pour quelques coefficients significatifs qui contiennent l'information la plus importante de l'image, il y a des dépendances encore fortes entre ces coefficients et leurs voisins. D'ailleurs, ces coefficients peuvent être estimés plus exactement en combinant les résultats du filtre de deux directions. L'estimation général des coefficients d'ondelettes est donné par

$$\hat{x} = \frac{\max(|\rho_N|, |\rho_S|) \hat{x}_{NS} + \max(|\rho_W|, |\rho_E|) \hat{x}_{WE}}{\max(|\rho_N|, |\rho_S|) + \max(|\rho_W|, |\rho_E|)} \quad (19)$$

Cette étape est équivalente à l'étape de seuillage dans l'algorithme classique de Donoho [38]. C'est-à-dire au lieu d'utiliser les fonctions de seuillage Soft ou Hard pour estimer les coefficients d'ondelettes, nous avons plutôt filtré les coefficients, en utilisant le filtre de contraste.

3.2. Estimation des coefficients d'ondelettes bruités

Suivant la Figure 5, notre algorithme de débruitage, appelé TRISF-JBF, est composé de deux phases basées sur le filtre de contraste trivariate dans le domaine d'ondelette et le filtre bilatéral dans le domaine spatial, respectivement.

Dans la phase d'ondelette, afin de réaliser des résultats de débruitage satisfaisants, le filtre de contraste trivariate est utilisé deux fois. Il est à remarquer que les estimations locales de coefficient de corrélation ρ et la variance de signal σ^2 jouent un rôle très important dans cette étape de filtrage [41]. Nous estimerons par exemple le coefficient de corrélation ρ dans la direction ouest par

$$\hat{\rho}_{w_{i,j}} = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_{N_V \times N_H}(i,j)} y_{k,l} \cdot y_{k,l-1}}{\sqrt{\sum_{(k,l) \in \Omega_{N_V \times N_H}(i,j)} y_{k,l}^2 \cdot y_{k,l-1}^2}} \quad (20)$$

et la variance de signal est estimée par

$$\hat{\sigma}_{i,j}^2 = \left(\frac{1}{M} \sum_{(k,l) \in \Omega_{N_V \times N_H}(i,j)} y_{k,l}^2 - \hat{\sigma}_n^2 \right)_+ \quad (21)$$

La fonction $(g)_+$ est égale $\max(0, g)$, $\Omega_{N_V \times N_H}(i, j)$ correspond à l'ensemble des points dans $(2N_V+1) \times (2N_H+1)$. C'est une fenêtre directionnelle centrée à (i, j) et M la taille de la fenêtre. Les paramètres sont estimés à partir des coefficients bruités, les résultats après cette étape ne sont pas garantis et non satisfaisants. Dans [43], le doublement de l'estimation est une solution pour résoudre ce problème. L'image débruitée premièrement contient beaucoup moins de bruit et est prise comme image pilote, le coefficient de corrélation local et variance de signal du coefficient d'ondelette peut être estimé plus exactement dans la deuxième étape de l'estimation

$$\hat{\rho}_{w_{i,j}}^+ = \frac{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} \hat{x}_{k,l} \cdot \hat{x}_{k,l-1}}{\sqrt{\sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} \hat{x}_{k,l}^2 \cdot \hat{x}_{k,l-1}^2}} \quad (22)$$

$$\hat{\sigma}_{i,j}^{2+} = \frac{1}{M} \sum_{(k,l) \in \Omega_N(i,j)} \hat{x}_{k,l}^2 \quad (23)$$

3.3. Structure de l'algorithme

Dans la phase d'ondelette, afin de réaliser des résultats de débruitage satisfaisants, le filtre de contraste trivariate est utilisé deux fois. Dans le domaine spatiale nous utilisons le filtre bilatéral [16] comme nous l'avons vu dans le Chapitre trois avec s^{ref} est l'image référence débruitée par le TRISF. L'algorithme peut être résumé dans le schéma bloc Figure .5.

4. Choix des fenêtres

Dans la phase de l'ondelette, un autre problème considéré, est comment choisir la fenêtre pour l'estimation locale des coefficients de corrélation et la variance de signal. Dans la première étape de l'estimation, l'énergie groupant dans les trois sous-bandes orientées sont approximativement distribuées dans le long de l'horizontal, vertical, et des directions diagonales respectivement pour la transformation par ondelettes orthogonale, les variances de signal et le coefficient de corrélation sont estimées à partir des coefficients bruitée. Ainsi nous employons la fenêtre directionnelle relativement grande qui est déterminée principalement par trois facteurs : le type de sous-bande, la taille de la sous-bande et le niveau de bruit [41]

$$\begin{cases} N_V = 1 + \text{round}(L_V(\alpha_V + \sigma_n / 15) / 256) \\ N_H = 1 + \text{round}(L_H(\alpha_H + \sigma_n / 15) / 256) \end{cases} \quad (24)$$

L_V et L_H dénotent respectivement les tailles de sous-bande verticales et horizontales et α est le facteur d'orientation. Pour la sous-bande horizontale, laisser le $\alpha_H = 2$ et $\alpha_V = 0$, pour la sous-bande verticale, laisser le $\alpha_H = 0$ et $\alpha_V = 2$, et pour la sous-bande diagonal, laisser le $\alpha_H = 1$ et $\alpha_V = 1$. Pour les sous-bandes d'ondelette complexes, dual-arbre qui ont orienté à d'autres angles différents, nous pouvons encore classifier chaque sous-bande à ces trois directions rudement. Dans la deuxième transformation par ondelettes, les variances de signal sont estimés à partir de l'image pilote avec beaucoup moins de bruit. Ainsi, $\Omega_N(3 \times 3)$ de petite taille est un bon choix.

Dans la phase spatiale de JBF, si le niveau de puissance de bruit (σ_n) est plus haut que 15, nous employons grande taille de Ω_N (11×11 ou 13×13) Autrement nous employons une petit taille Ω_N (9×9 ou 5×5)

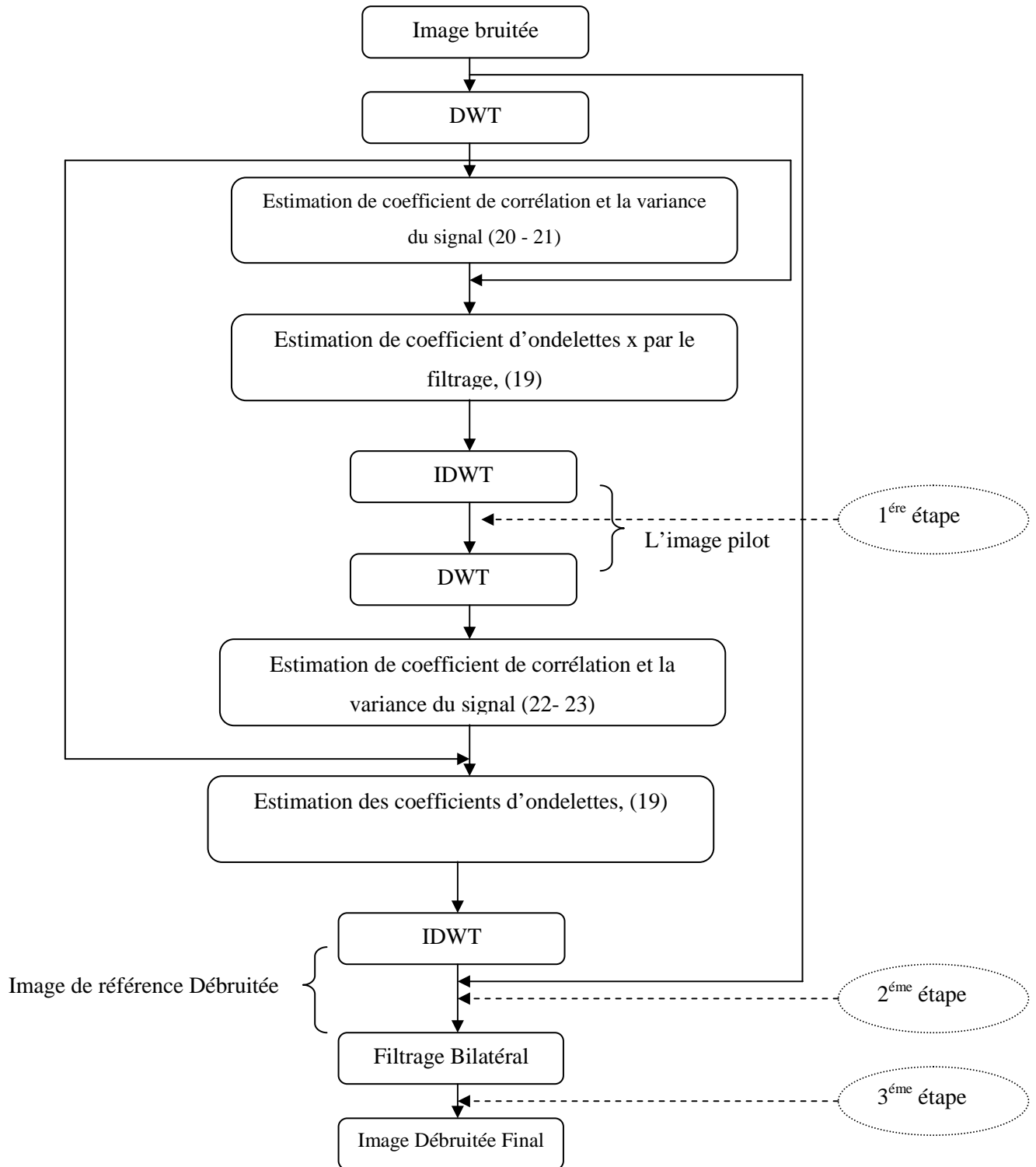


Fig.5. Structure de l'algorithme de débruitage TRISF JBF

5. Résultats et discussion

5.1. Comparaison sur les estimations

Dans cette section nous avons travaillé sur les étages de l'algorithme TRISF JBF, nous calculons le PSNR après chaque estimation et après le filtrage Bilatéral

Nous considérons toujours que le bruit est un blanc gaussien additif de moyenne nulle et de variance σ_n^2 . Nous avons travaillé sur des images niveaux de gris.

Nous avons choisi les images Lena, Cameraman, Barbara, Boat et house, corrompues par un bruit gaussien de moyenne nulle, à une décomposition à l'échelle quatre, l'ondelette analysante est la 'sym8'. Les Figures (6 - 9) illustrent les images résultantes pour chaque estimateur. Pour une meilleure comparaison nous avons zoomée les images et nous avons calculé dans le tableau 1 les moyennes du PSNR, données pour les images tests $\sigma_n = \{10, 15, 20, 25, 30\}$.

La Figure.6 montre les images résultantes, pour chaque estimateur de débruitage, avec un écart-type $\sigma_n = 30$ en entrée. Nous remarquons que la qualité visuelle de notre débruiteur (après le filtrage bilatéral) est supérieure à celle du filtre (TRISF) de débruitage, Ce comportement a tendance à se reproduire pour les autres images tests : Boat Figure 6 et Barbara Figure 8. Ceci justifie bel et bien l'utilisation du filtre bilatéral après les ondelettes.

Le zoom sur une région texturée Figure 7 de Boat montre que l'algorithme proposé permet un compromis entre le rejet du bruit et la conservation des détails fins de l'image, cela est peut être clairement remarqué dans les images (7 - 9).

A partir du Tableau 1, Il est à remarquer que les estimations locales de coefficient de corrélation ρ et la variance du signal σ^2 deux fois jouent un rôle important dans notre filtre de contraste trivial. Nous constatons qu'avec l'augmentation de l'écart-type du bruit, le PSNR diminue pour les quatre images test.

D'une autre part, Le rôle le plus important du filtre Bilatéral dans cet algorithme est de stabiliser le filtre de contraste. Après l'application des deux estimateurs nous remarquons que le PSNR est non stable, la variation du PSNR est arbitraire. C'est l'inconvénient majeur de l'estimateur TRISF. La valeur du PSNR est améliorée après le filtrage bilatéral.

σ_n	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
	Lena (512-512)					Boat (512-512)				
Première estimation De TRISF	33.80	31.33	29.58	27.82	25.18	32.27	28.60	28.26	26.81	25.66
Deuxième estimation De TRISF	34.16	32.26	30.84	28.52	26.26	32.28	28.69	28.88	27.00	26.48
TRISF JBF	34.93	33.15	31.80	30.48	29.66	32.99	31.13	29.82	28.90	27.81
	cameraman (256-256)					House (256-256)				
Première estimation De TRISF	27.88	29.46	26.33	25.77	23.49	33.52	25.56	26.44	27.33	25.19
Deuxième estimation De TRISF	27.91	29.81	28.28	26.73	23.90	33.90	25.73	26.98	28.57	26.34
TRISF JBF	32.81	30.62	28.56	27.88	26.91	34.62	32.86	31.53	30.41	29.34

Tableau 1. Les valeurs de PSNR en fonction de σ_n

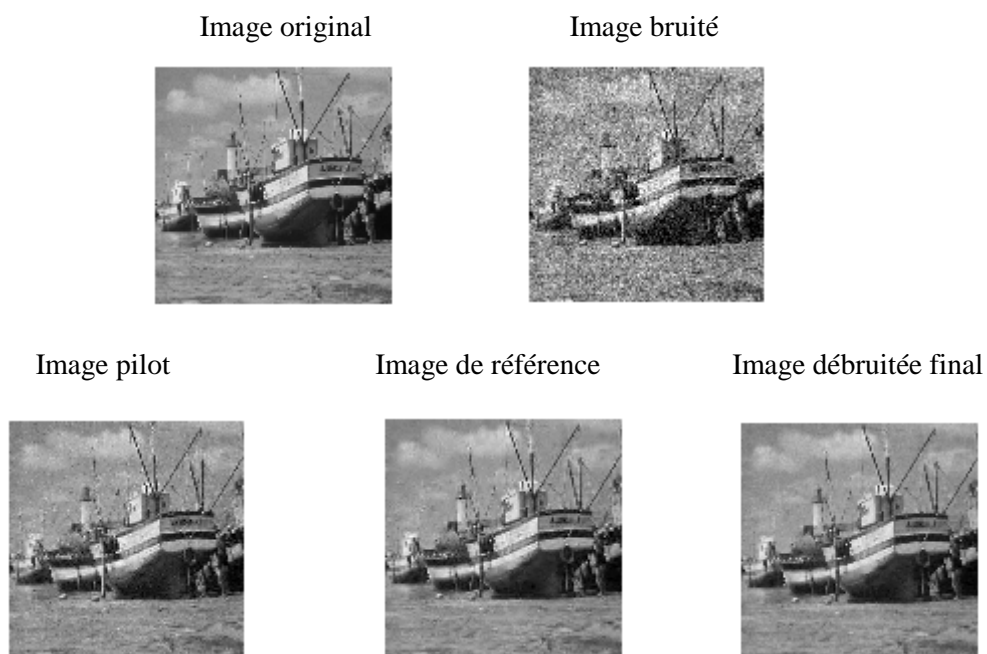


Fig.6. Comparaison des différents estimations sur l'image test 'Boat' avec $\sigma_n = 30$ - image pilot après première estimation - image de référence débruitée après deuxième estimation

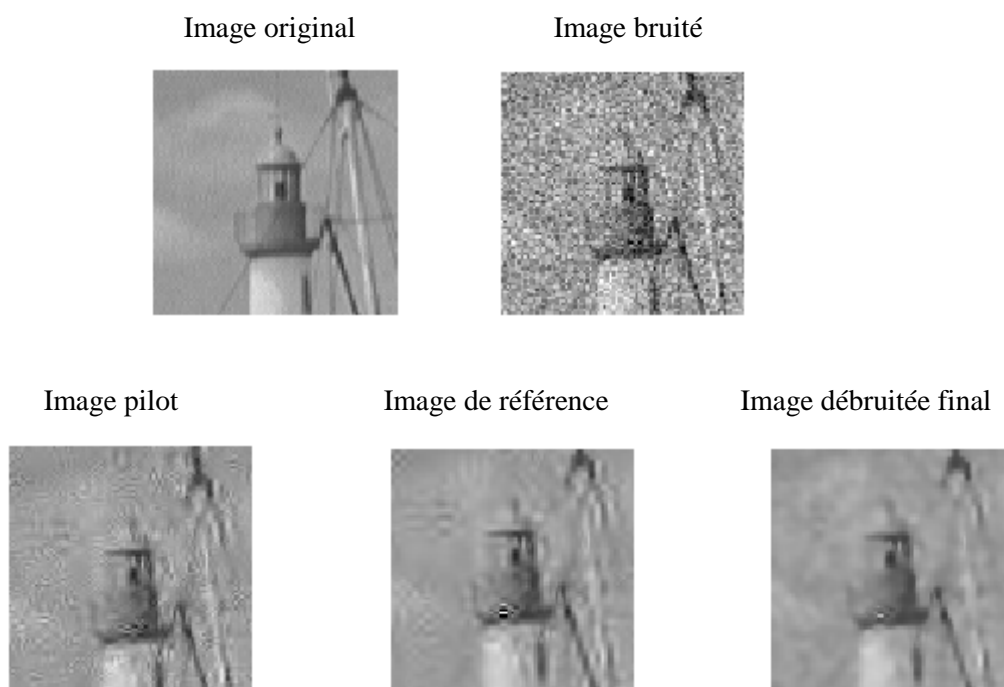


Fig.7. Détail de l'image test 'Boat' avec $\sigma_n = 30$

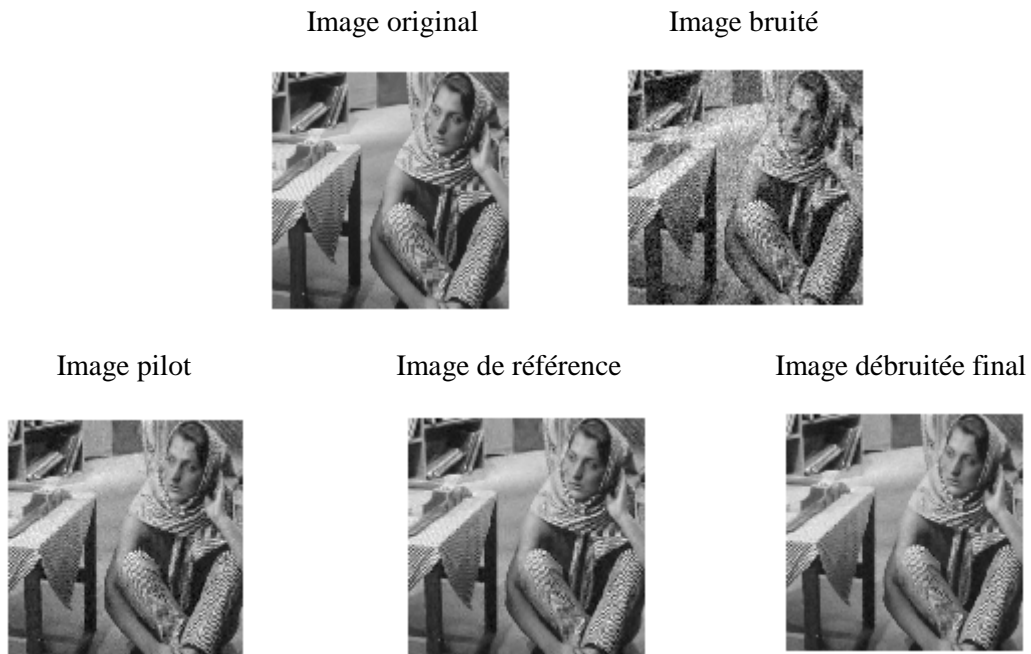


Fig.8. Comparaison des différents estimations sur l'image test 'Barbara' avec $\sigma_n=20$ - image pilot après première estimation - image de référence débruitée après deuxième estimation

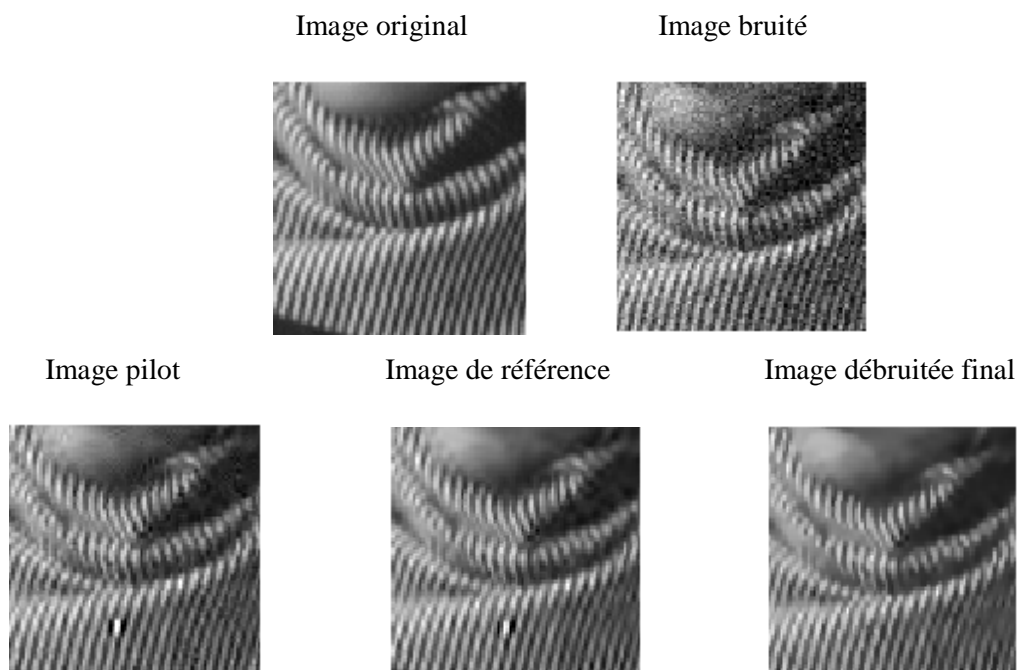


Fig.9. Comparaison des différents estimations sur l'image test 'Barbara' zoomée sur une région texturée de Châle avec $\sigma_n=20$

5.2. Comparaison avec d'autres méthodes de débruitage

Les méthodes de débruitage présentées ont été testées sur plusieurs images classiques. Pour évaluer la qualité de ces méthodes nous les avons comparées aux résultats obtenus en utilisant la méthode NeighShrink [47] ou un seuil est défini pour les coefficients d'ondelettes de chaque échelle de décomposition. Zhou et Cheng ont proposé la méthode de DT-CWT (dual-tree complex wavelet transform) [44]. L'idée est basée sur la minimisation de l'estimation sans biais du risque de Stein 'SURE' [4]. Le seuil est défini par [45].

$$(\lambda^s, L^s) = \arg \min_{\lambda, L} \text{SURE} (w_s, \lambda, L) \quad (25)$$

Où λ^s est le seuil optimal, L^s la taille de fenêtre de voisinage, λ est le seuil universel, L la taille de fenêtre, $w_s \in$ subband HH, la méthode de débruitage par SURE-LET avec des ondelettes orthonormales et une étude des dépendances entre échelles (OWT SURE-LET) proposée par Luisier et Blu [46], et enfin la méthode de OWT SURE-LET JBF que nous avons détaillé dans le chapitre trois. Nous avons également établi une comparaison en terme de PSNR et en qualité visuelle.

Dans le tableau 2, nous avons reporté les résultats du PSNR après débruitage. Cela permet de constater que la méthode TRISF JBF proposée dans ce Chapitre donne des résultats en règle générale légèrement meilleurs que ceux obtenus par la méthode OWT SURE-LET JBF proposée dans le chapitre trois dans les images de taille 512×512 , et presque systématiquement meilleurs que ceux obtenus par DT-CWT et OWT SURE-LET. Nous remarquons que la méthode de TRISF JBF semble donner de bons résultats pour de petits niveaux de bruits en image Lena (512×512) et légèrement meilleurs pour l'image Boat (512×512). En revanche, la méthode de OWT SURE-LET JBF donne de bons résultats pour les images Cameraman (256×256) et House (256×256) surtout pour des valeurs importants de σ_n . Donc les résultats sur les différentes images de test sont meilleurs par la méthode TRISF JBF si la taille de l'image est élevée, en revanche la méthode d'OWT SURE-LET JBF dans la taille de l'image est petite.

Une autre indication intéressante est apportée par l'examen visuel des résultats de reconstructions. La Figure 10 présente ces résultats pour l'image Peppers avec $\sigma_n = 30$. La Figure 14 illustre les différentes reconstructions sur l'image fingerprint (512×512) avec $\sigma_n = 50$. Nous pouvons voir sur la Figure 10, que le débruitage par la méthode TRISF JBF est légèrement meilleurs par rapport à d'autres méthodes. Dans la Figure 11 nous essayons

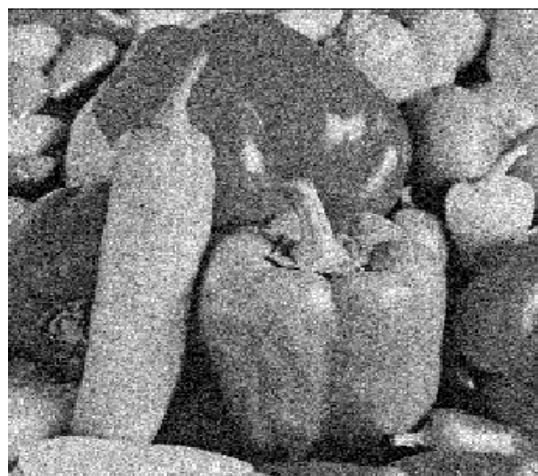
d'augmenter le niveau de bruit $\sigma_n = 50$. Nous pouvons voir que les résultats sont proches dans cette image.

	σ_n	DT-CWT	OWT SURE-LET	OWT SURE-LET JBF	TRISF JBF
Lena (512-512)	10	34.72	34.55	34.88	34.93
	15	32.86	32.67	33.09	33.15
	20	31.53	31.36	31.79	31.80
	25	30.53	30.36	30.76	30.48
	30	29.70	29.55	29.91	29.66
Boat (512-512)	10	32.84	32.91	32.98	32.99
	15	30.82	30.86	31.13	31.13
	20	29.42	29.47	29.74	29.82
	25	28.36	28.44	28.67	28.90
	30	27.53	27.63	27.81	27.81
Cameraman (256-256)	10	32.63	32.35	32.98	32.81
	15	30.14	30.04	30.66	30.62
	20	28.49	28.51	29.25	28.56
	25	27.34	27.38	28.16	27.88
	30	26.40	26.48	27.24	26.91
House (256-256)	10	34.42	34.27	34.89	34.62
	15	32.41	32.28	33.08	32.86
	20	31.08	30.90	31.74	31.53
	25	30.04	29.83	30.65	30.41
	30	29.22	28.96	29.70	29.34

Tableau 2. Les valeurs de PSNR en dB en fonction de σ_n des différentes méthodes sur les images Lena, Boat, Cameraman, House



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 10. - (a) Image originale (peppers 256-256), (b) image bruitée ($\sigma_n = 30$), (c) image débruitée avec DT-CWT, (d) image débruitée avec OWT SURE-LET, (e) image débruitée avec OWT SURE-LET JBF, (f) image débruitée avec TRISF JBF

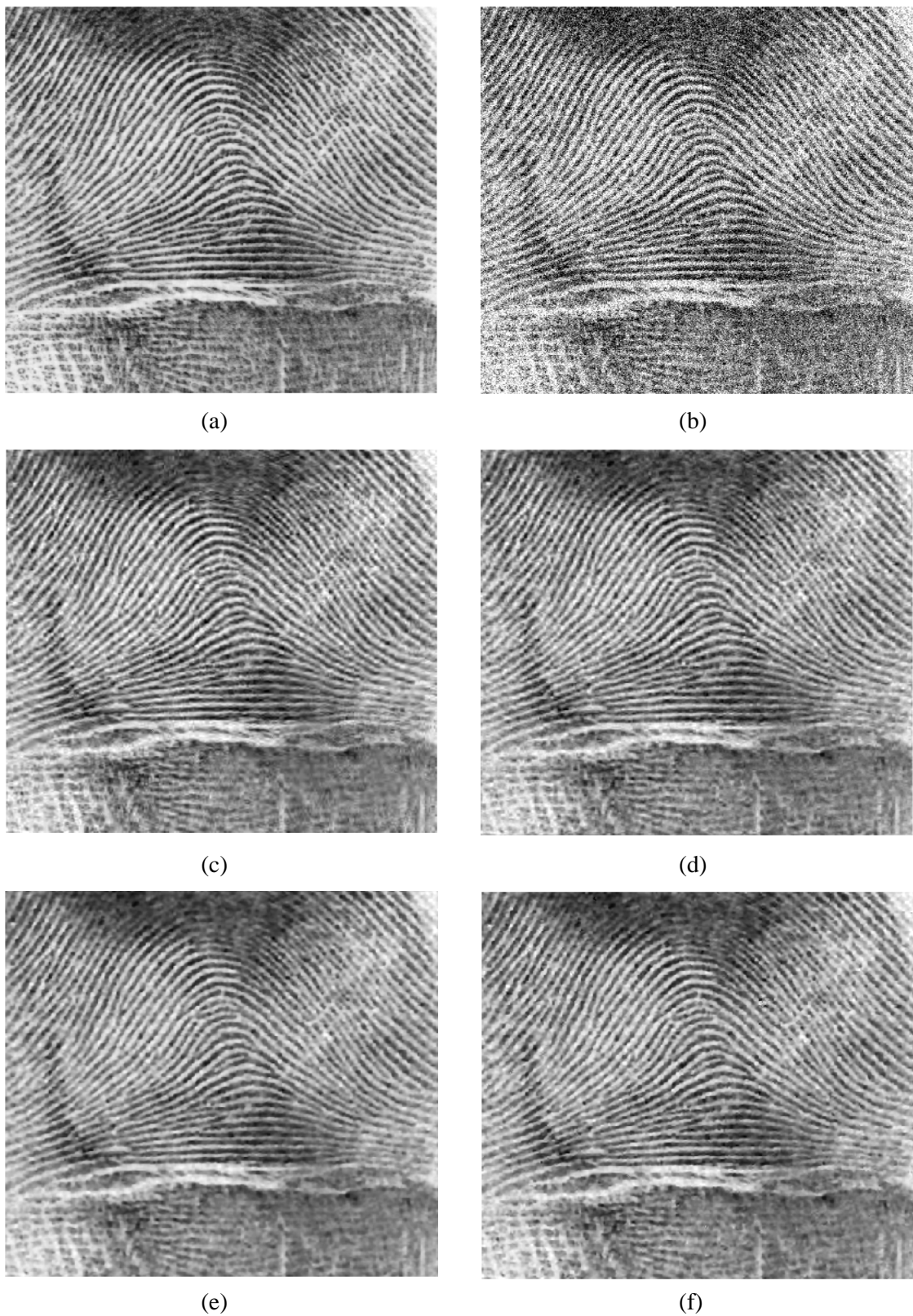


Fig .11. - (a) Image originale (fingerprint 512-512), (b) image bruitée ($\sigma_n = 50$), (c) image débruitée avec DT-CWT, (d) image débruitée avec OWT SURE-LET, (e) image débruitée avec OWT SURE-LET JBF, (f) image débruitée avec TRISF JBF

6. Conclusion

Dans ce Chapitre, nous avons proposé un algorithme efficace pour réduire le bruit blanc gaussien dans l'image, l'algorithme est basée sur deux filtre, filtre de contraste trivariate dans le domaine des ondelettes et filtre Bilatéral dans le domaine spatial TRISF JBF. Premièrement il y a des dépendances fortes entre un coefficient et ses voisins plus proches, en introduisant l'information dans le voisinage des pixels. Après avoir appliqué la transformée en ondelette, nous remplaçons chaque pixel par une somme pondérée des valeurs des pixels situés dans son voisinage, nous avons utilisée la fenêtre de voisinage 3×3 . Le résultat possédé une propriété plus intéressante.

Pour estimer cette dernière nous utilisons l'estimateur bayésien dans un cadre de maximum a posteriori (MAP). Dans la phase d'ondelette nous utilisons le filtres de contraste trivariate TRISF, l'inconvénient majeur de ce filtre est l'erreur quadratique moyenne et le rapport signal sur bruit est non stable. Le filtrage bilatéral est une solution relativement simple et non-itérative pour stabiliser le filtre TRISF et préserver les discontinuités.

Enfin nous terminons par évaluer la qualité de ces méthodes. Nous les avons comparées aux résultats obtenus avec les méthodes DT-CWT, OWT SURE-LET et OWT SURE-LET JBF. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre précédent. Après cette comparaison, nous pouvons conclure que suivant la taille de l'image nous pouvons choisir le type de débruitage. Nous utilisons la méthode de TRISF JBF si la taille de l'image est élevée, en revanche la méthode d'OWT SURE-LET JBF dans si la taille de l'image est petite.

Conclusion

En guise de conclusion générale, nous allons tenter d'établir une synthèse globale sur le travail qui a été réalisé dans cette thèse.

Dans ce document, nous avons étudié le problème du débruitage qui a engendré une importante littérature en prétraitement des images. Nous nous sommes focalisés sur le débruitage dans le domaine de la transformée en ondelettes et filtrage bilatéral comme solution au problème.

Dans le premier Chapitre de ce document, nous avons deux parties relativement distinctes.

La première parties a fait l'objet d'une étude détaillée sur la transformée en ondelettes, et dans la deuxième nous avons présenté l'utilisation des ondelettes dans certaines application. La théorie des ondelettes a rencontré un très grand écho. Un des grands succès des ondelettes est le débruitage de signaux et d'images. Elles fournissent une méthode assez simple pour extraire les signaux du bruit. La difficulté du débruitage réside dans le fait que le bruit peut aussi bien être de haute fréquence, que de basse. On transforme le signal en ondelettes, on élimine (seuillage dur) ou on rétrécit (seuillage doux), à toutes les résolutions, les coefficients supérieurs à un certain seuil. Ensuite, on reconstruit le signal avec les coefficients restants.

Bien que le résultat du débruitage soit acceptable visuellement, il peut être amélioré pour s'approcher aux mieux du signal original.

Le deuxième Chapitre a été consacré essentiellement à faire un tour d'horizon sur le filtre bilatéral, Il a donné un aperçu sur le filtre gaussien, ainsi nous avons exposé la méthode de débruitage d'image par la convolution gaussienne, ensuite nous avons donné un aperçu sur

la notion de filtre bilatéral. L'algorithme de débruitage par ce filtre se résume en les étapes suivantes :

- ✓ Deux pixels peuvent être près dans l'espace ou peuvent avoir des valeurs similaires (près dans l'ensemble image)
- ✓ Revoyons d'abord le filtre passe-bas typique dans une nouvelle notation
- ✓ On rajoute un facteur multiplicatif qui dépend de la différence de niveau de gris
- ✓ On remplace donc un pixel par une moyenne des pixels voisins de valeur semblable

Dans Le troisième Chapitre, nous avons présenté un cadre statistique et déterministe Dans un premier temps, l'estimateur de Stein sans biais du risque quadratique est appliqué au débruitage d'images perturbées par un bruit blanc gaussien. Nous avons travaillé sur la méthode de débruitage de type SURE-LET avec des ondelettes orthonormales et une étude des dépendances entre échelles (OWT SURE-LET) proposée par Luisier et Blu. Dans un second temps, nous exposons l'algorithme hybride de débruitage. L'algorithme se résume en quatre étapes essentielles :

- Appliquer la transformée en ondelettes sur les données bruitées.
- Estimer les coefficients d'ondelettes par l'estimateur SURE-LET.
- Reconstruire les données originales par le calcul de la transformée d'ondelettes inverse à partir des coefficients estimés.
- appliquer le filtre bilatéral dans les sous bandes approximatives

L'association de l'algorithme de OWT SURE-LET et le filtre bilatéral conduit à un prétraitement robuste.

Nous avons développée dans le Chapitre quatre un nouvel algorithme à base des filtres de contraste trivariate et le filtrage bilatéral TRISF JBF. Premièrement en introduisant l'information dans le voisinage des pixels, nous remplaçons chaque pixel par une somme pondérée des valeurs des pixels situés dans son voisinage.

Pour estimer cette dernière, nous utilisons l'estimateur bayésien dans un cadre de maximum a posteriori (MAP). Dans la phase d'ondelette nous utilisons le filtres de contraste trivariate TRISF, l'inconvénient majeur de cette filtre est l'erreur quadratique moyenne et le rapport signal sur bruit est non stable. Le filtrage bilatéral est une solution relativement simple et non-itérative pour stabilisé le filtre TRISF et préserver les discontinuités.

Enfin nous effectuons une évaluation de la qualité de ces méthodes. Nous les avons comparées aux résultats obtenus avec le débruitage en utilisant la méthode DT-CWT (dual-tree complex wavelet transform) [44], la méthode de débruitage par SURE-LET avec des ondelettes orthonormales et une étude des dépendances entre échelles (OWT SURE-LET) proposée par Luisier et Blu [10], et enfin la méthode de OWT SURE-LET JBF comme nous l'avons vu dans chapitre trois.

Pour valider les approches proposées, nous avons calculé les deux paramètres : l'erreur quadratique moyenne (MSE) et le rapport signal sur bruit (SNR). Bien que le troisième paramètre (l'œil humain), reste toujours le meilleur juge en traitement d'image.

PERSPECTIVES

Plusieurs extensions peuvent être envisagées dans le sillage de ce travail. Tout d'abord, nous souhaitons étendre cet algorithme pour les images couleurs (RVB).

Nous désirons également élargir notre étude sur les performances de notre algorithme en le comparant à d'autres méthodes récemment développées. Par ailleurs, des réflexions doivent être engagées pour savoir comment adapter l'algorithme que nous avons proposé à d'autres types de bruit.

Annexe A

La transformation de Fourier

L'objectif de cet annexe est présentée les problèmes majeurs de transformation de fournir pour précisons les motivations de Morlet et Grosseman à développer le concept d'ondelettes

A.1. L'analyse de Fourier

La transformée de Fourier (TF) est l'un des outils les plus utilisés par la communauté du Traitement du Signal. Elle permet, en décomposant le signal selon un ensemble de sinusoides, de passer du domaine *temps* au domaine *fréquence*.

La transformée de Fourier de $x(t)$ dans L^2 est donnée par :

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-2j\pi\nu t} dt$$

La fonction $X(\nu)$ donne le spectre de la fonction $x(t)$. Nous dirons que la fonction $x(t)$ est définie dans le domaine temporel, et sa transformée de Fourier $X(\nu)$ dans le domaine fréquentiel. Cette décomposition présente l'avantage d'une écriture utilisant une base de fonctions simples, en l'occurrence des fonctions sinusoidales. Néanmoins, nous pouvons immédiatement constater des limites.

La fréquence associée à un signal est inversement proportionnelle à sa période. Donc, si l'on veut obtenir des informations sur un signal basse-fréquence, l'intervalle sur lequel on doit l'observer doit être grand. Inversement, un signal haute fréquence peut être observé sur un intervalle de temps court. Il serait donc intéressant de disposer d'une méthode d'analyse qui puisse prendre en compte la fréquence du signal à analyser.

Ces considérations amènent à envisager des méthodes d'analyse s'appuyant sur des fonctions à fenêtre (TFCT) qui permettent une analyse temps-fréquence.

A.2. La transformation de Fourier a court terme

A la suite de cette étude qui a fait ressortir certaines limitations de la transformée de Fourier, quant aux traitements de signaux non-stationnaires, la notion de fenêtre à été

introduite ; cette notion consiste à analyser le signal par transformée de Fourier par portions à l'aide de fenêtre temporelles dont la position centrale est déplacée sur tout le long du signal.

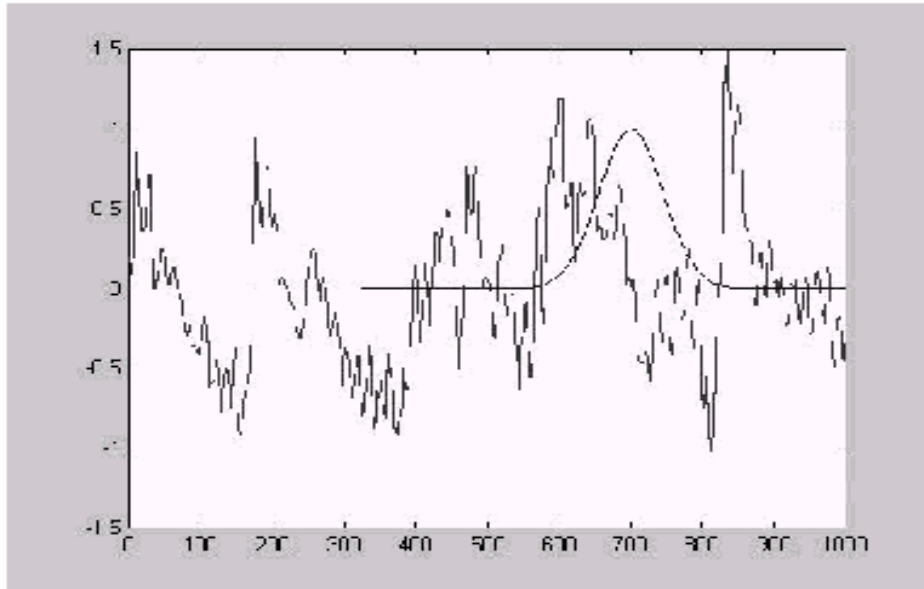


Fig. A-1 Signal non-stationnaire et fonction d'analyse

Mathématiquement, cela se traduit par :

$$\text{TFCT}(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) * g(t-b) \exp(-j2\pi ta) dt$$

Ce qui peut être interprété comme une projection du signal analysé sur la fonction de la forme :

$$g_{a,b}(t) = g(t-b) \exp(-j2\pi ta)$$

Chaque filtre est déduit d'une fenêtre unique $g(t)$ par une translation temporelle et une modulation.

La fenêtre est déplacée sur l'échelle des temps par l'incrément désiré par l'utilisateur.

L'information tirée peut être plus au moins pertinente selon l'incrément et la longueur de la fenêtre qui doit atténuer la distorsion des spectres obtenus par la TF. Donc la transformée de Fourier à fenêtre glissantes peut être comparée à une analyse à banc continu de filtre uniforme c'est à dire la largeur de bande constante, par conséquent le rapport $\frac{\Delta f}{f}$ est variable.

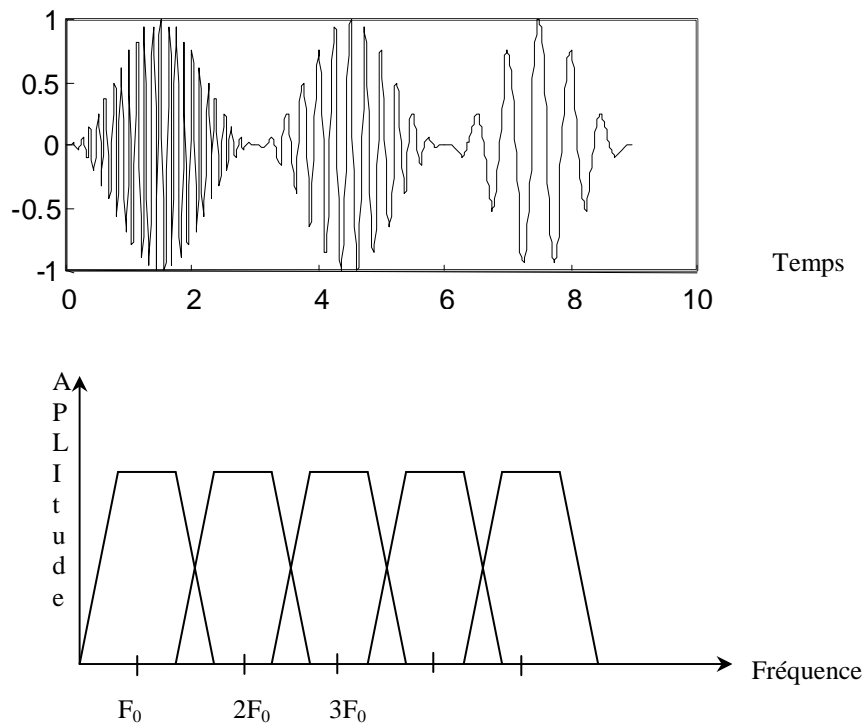


Fig. A-2 Banc contenu de filtre uniforme

On peut constater qu'avec une fenêtre courte $w(t)$ on obtient une bonne résolution temporelle de la TFCT et qu'une bonne résolution fréquentielle s'obtient avec un filtre à bande étroite donc une large fenêtre temporelle. Par conséquent une analyse ne peut pas se faire avec une grande précision à la fois temporelle et fréquentielle.

A.2.1 L'inégalité D'Heisenberg -Gabor

D'après Parseval l'énergie E_x d'un signal est invariante quelle que soit la représentation.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = E_x = \langle x, x \rangle = \langle X, X \rangle$$

L'inégalité D'Heisenberg -Gabor

$$\sigma_t \sigma_f \geq \frac{1}{4\pi}$$

La représentation d'un signal dans le plan temps-fréquence se fait toujours avec une précision qui est limitée par l'inégalité d'HEISENBERG-GABOR ainsi la localisation énergétique est d'autant meilleure que le produit $\sigma_t \sigma_f$ est faible. Dans le domaine temporel deux instants significatifs sont discernables s'ils sont distants d'au moins d'une durée σ_t , ainsi deux composants fréquentielles sont discernables s'ils sont distants d'au moins σ_f .

La figure suivante montre la résolution temps fréquence obtenue par la TFCT :

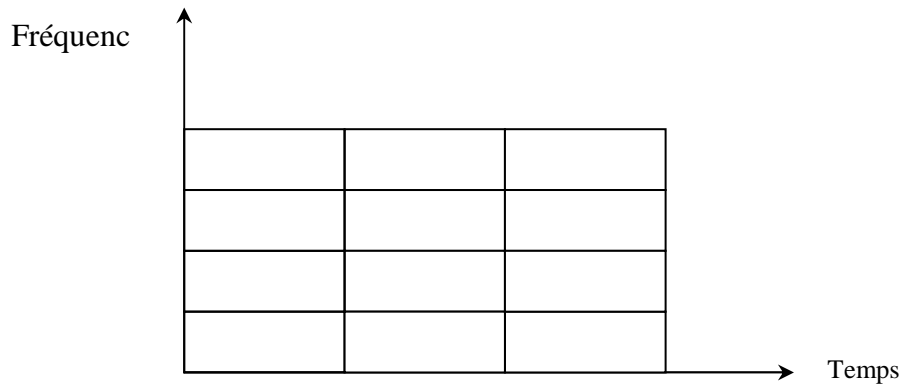


FIG. A-3 La résolution temps fréquence par TFCT

Donc dans le cas de la TFCT une fois la fenêtre choisie, la résolution en temps et en fréquence est définitivement fixée par cette fenêtre.

A.3. Limitations de la transformée de Fourier à court terme

Les problèmes majeurs de la TFCT sont :

- ✓ Une fois la fenêtre choisie, la résolution fréquentielle et temporelle sont à leur tour définitivement fixées.
- ✓ Le signal doit être stationnaire dans la fenêtre utilisée par la TFCT.
- ✓ Une fenêtre étroite permet d'obtenir une bonne localisation du signal en temps par contre la localisation fréquentielle sera mauvaise.
- ✓ Une fenêtre temporelle large conduit à une à une mauvaise résolution temporelle et une bonne résolution fréquentielle.
- ✓ Du moment où la longueur de la fenêtre est fixée une fois pour toute, l'analyse simultanée des phénomènes dont les échelles du temps sont différentes est impossible.

Pour palier à tous ces inconvénients, un autre outil de traitement est utilisé, c'est la transformée en ondelettes. L'apport principal de ce nouvel outil est la représentation conjointe temps-échelle de signaux non-stationnaires.

Annexe B

Les Familles d'ondelettes

Il existe une infinité de fonctions d'ondelettes parce que toute fonction oscillante localisée est une ondelette mère possible. Toutefois, elles ne possèdent pas toutes des propriétés intéressantes. Aussi, de nombreux spécialistes d'ondelettes ont construit des familles d'ondelettes possédant certaines propriétés remarquables. D'après le principe d'inégalité d'Heisenberg $\Delta t \Delta \omega \geq 1/2$, on ne peut pas à la fois localiser un signal en temps et en fréquence. Quand on améliore la localisation dans un des deux espaces, c'est au détriment de l'autre.

B.1 Propriétés

Nous allons citer quelques propriétés d'ondelettes

Orthogonalité

Si les ondelettes sont orthogonales, la **TOD** est parfaite, ce qui conduit à une décomposition numérique stable.

Support compact

Si ϕ et ψ sont à support compact, les filtres **H** et **G** sont à réponse impulsionnelle finie, dans le cas contraire une décroissance rapide est souhaitée pour que ces filtres puissent être approchés par des filtres à réponse impulsionnelle finie.

Coefficients rationnels

Pour des raisons de calcul numérique, les coefficients sont souhaités rationnels ou dyadiques.

Symétrie

Si la fonction d'échelle et l'ondelette sont anti-symétriques les filtres résultant sont à phase linéaire ; si cette condition n'est pas réalisée cela entraîne une distorsion lors de la reconstitution.

Régularité

La régularité est importante pour des applications de compression, même lors de la décomposition que lors de la reconstitution.

Nombre de moments nuls

Il est important pour détecter la singularité et la caractérisation d'espace régulier, il peut aussi déterminer le taux de convergence d'approximation ondelettes de fonction régulière.

Expression analytique

Dans certains cas l'expression analytique est disponible et très utile comme en analyse harmonique par la transformée de **Fourier**.

Interpolation

Si la fonction d'échelle satisfait

$$\phi(k) = \delta_k \quad \text{pour } k \in \mathbb{Z}$$

Il est trivial de trouver la fonction V_j qui réalise l'interpolation des données échantillonnées sur une grille de pas 2^j vue que se sont simplement les valeurs de la fonction échantillonnée. Comme il est difficile de trouver une ondelette qui possède toutes les propriétés précédentes pour des applications pratiques.

Parmi les familles d'ondelettes, on peut énumérer différents types d'ondelettes, continues ou discrètes, couramment utilisées

Ondelettes continues

- ondelette de Morlet
- ondelette Sombrero: (opposée de la dérivée première d'une gaussienne).

Ondelettes discrètes

- ondelettes orthogonales: Haar, Shannon, Meyer, Battle- Lemarié, Daubechies, Coi-flets, spline
- ondelettes i-orthogonales : Cohen-Daubechies-Feauveau, Chui ondelettes semi-orthogonales : spline On rappelle que les ondelettes bi-orthogonales se distinguent des ondelettes orthogonales parce qu'elles utilisent deux familles d'ondelettes différentes: une pour l'analyse et une autre pour la reconstruction. Les différentes familles d'ondelettes sont utilisées selon leurs propriétés en fonction du problème à résoudre. On donne par exemple ondelette de Daubechies.

B.2 Ondelettes Daubechies

Ces ondelettes, découvertes à la fin des années 80, portent le nom de leur auteur, Ingrid Daubechies. Ces ondelettes, spécialement adaptée a analyse multirésolution, sont

célères parce qu'elles constituent le microscope idéal, auparavant inespéré et inenvisageable. En effet, la représentation temps-fréquence donne une bonne représentation spatiale, une bonne résolution fréquentielle et à la fois une représentation stable du signal. Ces ondelettes reposent sur l'équation suivante

$$\varphi(x) = 2 \sum_{k=-j}^{j+1} a_k \varphi(2x - k)$$

Les ondelettes d'Ingrid Daubechies sont intéressantes puisque elles sont et ien localisées en temps (ou espaces) de plus elles donnent la possibilité de choisir le degré de régularité voulue en imposant un certain nombre de moments nuls, leur régularité augmente avec N, cependant elles ne sont pas symétriques ce qui peut causer de problèmes dans certaines situations par exemple le cas de la détection des frontières, ou un décalage et c'est le cas par exemple de l'estimation du retard. La Figure .1 représente l'ondelette de Daubechies avec les moments nuls.

Les symmlets de Daubechies

Daubechies a construit des ondelettes à support compact les plus symétriques possibles appelées Symmlets ; en effet, il n'existe pas d'ondelettes à support compact dans une analyse multirésolution orthogonale qui soient symétriques, exceptées l'ondelette de Haar qui est antisymétrique. Les symmlets ont le même nombre m de moments nuls que les ondelettes de Daubechies pour un support donné : on a à nouveau $d = 2N$, et le nombre d'éléments non nuls du filtre est 2. Nous les nommerons D6s, D8s, etc., toujours en référence au support des fonctions de base. La Figure B.2 représente les symmlets de Daubechies. L'Ondelette de Daubechies a conduit au concept de multirésolution.

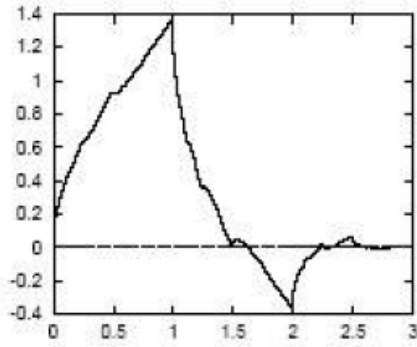
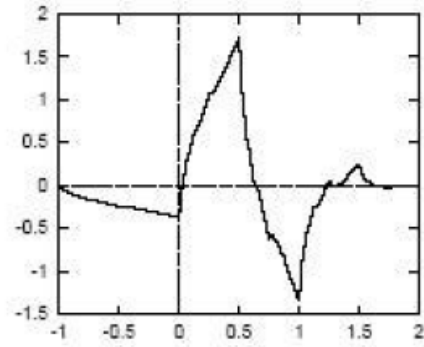
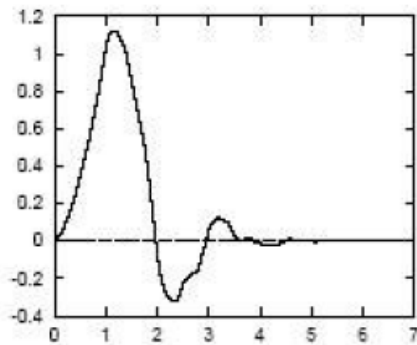
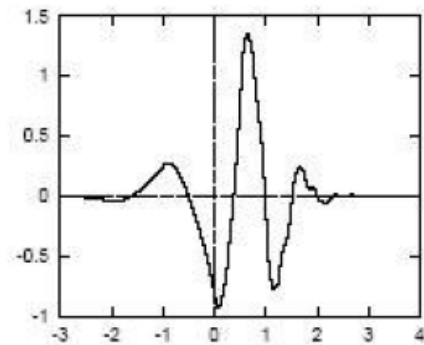
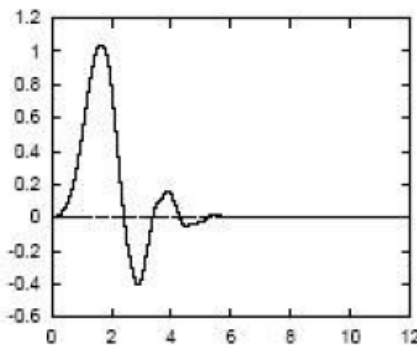
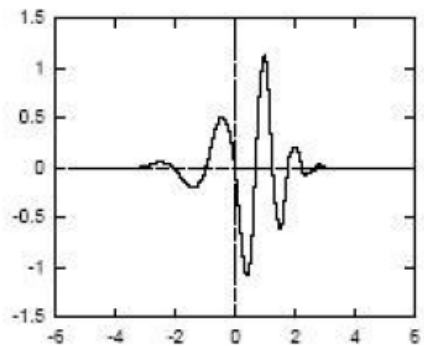
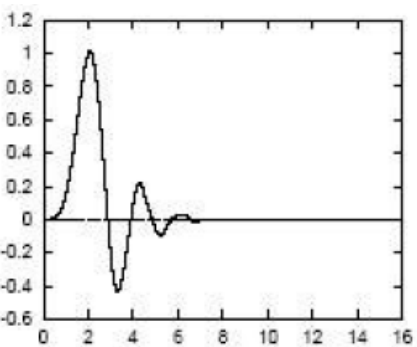
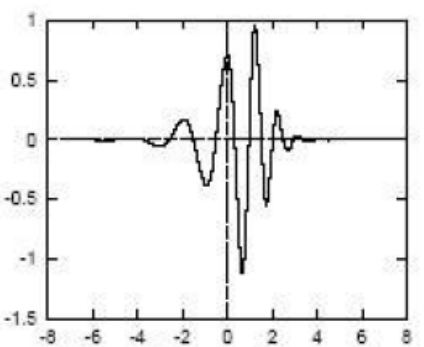
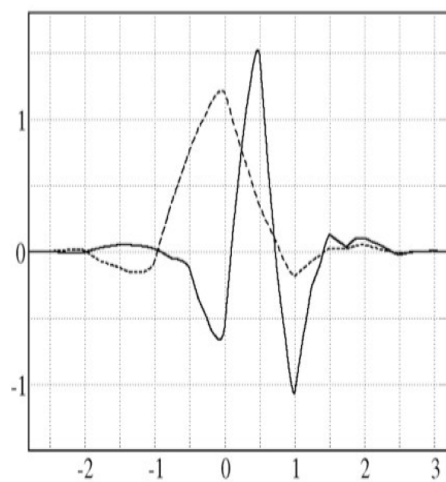
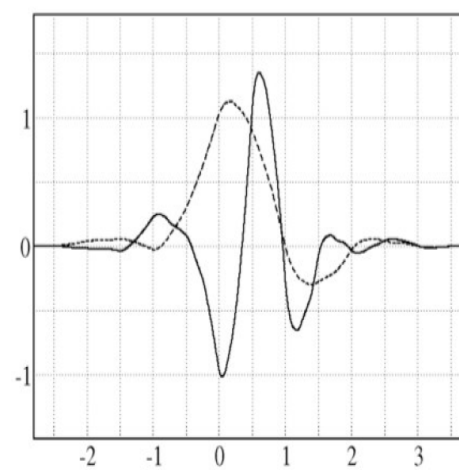
(a) $\varphi, N=2$ (b) $\psi, N=2$ (c) $\varphi, N=4$ (d) $\psi, N=4$ (e) $\varphi, N=6$ (f) $\psi, N=6$ (g) $\varphi, N=8$ (h) $\psi, N=8$

Fig.B .1 Ondelettes de Dauechies avec N moments nuls (N=2, 4, 6,8)



(a) symmlet d'ordre 4



(b) symmlet d'ordre 6

Fig. B.2 les symmlets de Dauechies

Annexe C

Les méthodes classiques de débruitage

Cette annexe s'intéresse aux techniques de filtrage spatial: c'est-à-dire un filtrage qui s'applique sur un voisinage d'un pixel dans une image. Parmi les différents types de filtrage, certains sont linéaires, s'exprimant sous forme de convolution, d'autres sont non-linéaires (filtrage médian, ...). Les filtres peuvent effectuer plusieurs types d'opérations comme du lissage ou du rehaussement de contours.

- **Filtre moyennneur**

Le principe est le suivant: un pixel est remplacé par la moyenne de lui même et de ses voisins. C'est dans la définition du voisinage que les filtres vont différer. On peut considérer un voisinage en connexité 4 ou 8, ou même encore plus large.

$$\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 1/5 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix} \\ \text{Connexité 4} & \text{Connexité 8} \end{array}$$

Pour une implémentation plus rapide, on préfère utiliser des filtres avec des coefficients entiers puis diviser ensuite le résultat par la somme des coefficients (cela permet d'effectuer des opérations sur des entiers plutôt que des doubles. La Figure C.1(c) illustre le résultat de ce filtre sur une image bruitée. En effet la moyenne pour chaque pixel sur un voisinage (3x3), le bruit « salt-and-pepper » est faiblement réduit. On distingue encore nettement les grains dans l'image.

Le filtre moyennneur est un filtre passe-bas permettant ainsi d'éliminer les hautes fréquences, correspondant au bruit. Son inconvénient est qu'il élimine également les hautes fréquences correspondantes aux détails de l'image.

- **Filtre gaussien**

La convolution par une petite fenêtre glissante est probablement la méthode la plus vieille pour débruiter une image. Cette idée apparaît *a priori* contre-intuitive parce qu'elle consiste à flouter une image pour la rendre nette et sans bruit. L'expression de la gaussienne est donnée par :

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Effectivement, en convoluant avec une petite fenêtre gaussienne ou une rectangulaire, on utilise le fait que la variance du bruit est divisée mais le processus ne doit pas continuer car il lisse aussi le contenu de l'image qu'il soit bruité ou non. Choisir une fenêtre gaussienne ou rectangulaire ne présente visuellement que peu de différence mise à part que convoluer avec un gaussien est plus rigoureux mathématiquement. En terme plus simple, il s'agit de considérer chaque pixel (point de l'image) et de remplacer la valeur de ce pixel par la moyenne des valeurs sur le voisinage c'est-à-dire les pixels dans la petite fenêtre. La Figure C.2-(c) montre l'image traitée par un filtre gaussien. On voit la différence en particulier sur les joues. Le problème qu'on rencontre avec cette méthode est le manque de moyen scientifique pour choisir la taille de la fenêtre, il faut tâtonner jusqu'à trouver la meilleure échelle. On observe que même si cet algorithme est très simple il détruit les fortes discontinuités qui sont les contours des images. On peut comprendre ce phénomène grâce à la théorie de Fourier. Que le filtre soit gaussien ou rectangulaire, on a dans l'espace des fréquences, un passe-bas qui tue les hautes fréquences qui sont les seules à préserver les irrégularités des signaux comme les contours.

- **Filtre médian**

Le filtre médian (*median filter*) est une amélioration du filtre conservatif. Son principe consiste à remplacer un pixel par la médiane de ses voisins. Ainsi, même si plusieurs pixels voisins sont bruités, on peut corriger le pixel courant.

Ce filtre induit cependant un lissage puisque même des pixels corrects peuvent être modifiés. De plus, ce filtrage est plus coûteux car il nécessite d'effectuer un tri des voisins pour chaque pixel. Plus le voisinage considéré est grand, plus l'algorithme sera coûteux. On pensera donc, lors de l'implémentation, à utiliser un algorithme de tri rapide.

Nous avons écrit un programme en Matlab pour filtrer une image contaminée par un

bruit « *salt-and-pepper* ». Le filtre étant un filtre médian le voisinage choisi est (3x3), le résultat de simulation est illustré dans la Figure C.3. Nous observons que Le filtre médian est bien plus efficace et le bruit impulsionnel est visiblement réduit.

- **Filtre de Wiener**

Dans le cadre de l'estimation bayésienne, on peut supposer qu'on connaît *a priori* de l'information du signal et on peut, dans ce cadre seulement construire la meilleure convolution pour débruiter une image altérée par un bruit blanc gaussien dont on connaît la puissance. Il suffit d'utiliser la commande *filter* de Matlab pour cette fonction de transfert

$$H = \frac{F}{F + B}$$

Où F et B sont respectivement les puissances spectrales approchées de f et b. La puissance spectrale est le carré de la transformée de Fourier. La Figure C.4-(d) illustre l'image filtrée.

Le filtre de Wiener est toujours le meilleur filtre linéaire pour éliminer le bruit, parce que la plupart de l'énergie du bruit est souvent réparties sur toutes les fréquences (bruit blanc).

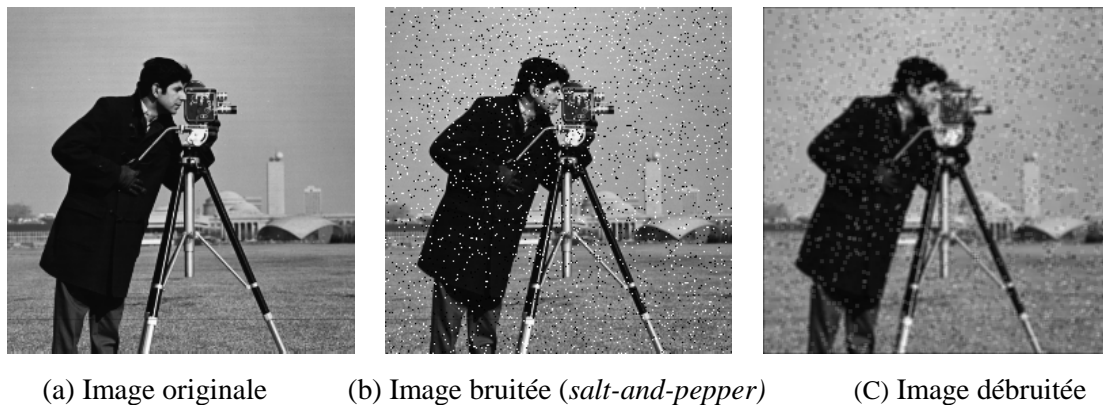


Fig.C.1 Image test traitée par Le filtre moyeneur



(a) Image originale (b) Image bruitée (*blanc gaussien* $\sigma=10$) (c) Image débruitée

Fig.C.2 Image test traitée par Le filtre gaussien



(a) Image originale (b) Image bruitée (*salt-and-pepper*) (c) Image débruitée

Fig.C.3 Image test traitée par Le filtre médian (3x3)



(a) Image originale (b) Image bruitée (*gaussien* $\sigma=20$) (c) Image débruitée

Fig.C.4 Image test traitée par Le filtre Wiener

Références

- [1] JAMES, W., STEIN, C. "Estimation with quadratic loss". *Proc. Fourth Berkeley Symp. Math. Statist. Prob.*, 1:311–319. 117, 1961
- [2] Nolan, J. P. "Numerical calculation of stable densities and distribution functions". *Statist. - Stochastic Models*, 13, 759–774, 1997
- [3] BOCK, M. E. "Minimax estimators of the mean of a multivariate distribution". *Annals of Statistics*, 3(1):209–218. 117, 1975
- [4] Stein, C. "Estimation of the mean of a multivariate normal distribution". *Ann. Statist.* 9, 1135–1151, 1981.
- [5] RICHARDS, J. A. "An introduction to James-Stein estimation". *Preprint*. 118,1999
- [6] D. Donoho et I. Johnstone. "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage". *Biometrika*, 81 :425.455, 1994.
- [7] Donoho, D. L. & Johnstone, I. M. (1995). "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage". *Journal of the American Statistical Association*, 90(432), 1200–1224.
- [8] PESQUET, J.-C., LEPORINI, D. A "new wavelet estimator for image denoising". *In IEE Sixth International Conference on Image Processing and its Applications*, vol. 1, pages 249–253. 118, 148, 1997.
- [9] RAPHAN, M., SIMONCELLI, E. P. Learning to be Bayesian without supervision. In *Proc. Neural Information Processing Systems*, Vancouver, BC, Canada. Published as *Advances in Neural Information Processing Systems*, eds. B. Schölkopf, J. Platt and T. Hofmann, vol. 19, May 2007. 118,2006
- [10] LUISIER, F., BLU, T. "SURE-LET multichannel image denoising : interscale orthonormal wavelet thresholding". *IEEE Trans. on Image Proc.* 118, 147,2007
- [11] BENZAZZA-BENYAHIA, A., PESQUET, J.-C. "Building robust wavelet estimators for multicomponent images using Stein's principle". *IEEE Trans. on Image Proc.*, 14(11):1814–1830. 118,2005
- [12] CHAUX, C., DUVAL, L., BENZAZZA-BENYAHIA, A., PESQUET, J.-C. A "nonlinear Stein based estimator for multichannel image denoising". *IEEE Trans. on Signal Proc. To be published.* 118, 120,2008
- [13] COMBETTES, P., PESQUET, J.-C. "Constraint construction in convex set theoretic signal recovery via Stein's principle". *In Proc. Int. Conf. on Acoust., Speech and Sig. Proc.*, vol. 2, pages 813–816, Montréal, Canada. 118, 2004
- [14] V. AURICH and J. WEULE, "Non-linear Gaussian filters are performing edge preserving diffusion", in *Proceedings of the DAGM Symposium*, pp. 538–545, 1995.

- [15] M. SMITH and J. M. BRADY, "SUSAN — A new approach to low level image processing" , *International Journal of Computer Vision*, vol. 23, no. 1, pp. 45–78, May 1997.
- [16] C. Tomasi and R. Manduchi. "Bilateral filtering for gray and color images". In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 839-846, 1998.
- [17] C. LIU, W. T. FREEMAN, R. SZELISKI, and S. KANG, "Noise estimation from a single image," in *Proceedings of the Conference on IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pp. 901–908, 2006.
- [18] Oh, B.M., Chen, M., Dorsey, J., Durand, F.: "Image-based modeling and photo editing". In: *Proc. of SIGGRAPH conference*, ACM, 2001
- [19] F. DURAND and J. DORSEY, "Fast bilateral filtering for the display of high dynamic- range images," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 21, no. 3, pp. 257– 266, Proceedings of the ACM SIGGRAPH conference, 2002.
- [20] Eisemann, E., Durand, F.: "Flash photography enhancement via intrinsic relighting". *ACM Trans. on Graphics* 23. Proc. of SIGGRAPH conference, 2004
- [21] G. Petschnigg *et al.*, "Digital photography with flash and no-flash image pairs," in *Proc. SIGGRAPH*, pp. 664–672, 2004
- [22] Wong, W.C.K., Chung, A.C.S., Yu, S.C.H.: Trilateral filtering for biomedical images. In: Proc. of International Symposium on Biomedical Imaging, *IEEE* (2004)
- [23] M. Elad, "On the bilateral filter and ways to improve it," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 11, no. 10, pp. 1141–1151, Oct. 2002.
- [24] PHA, T.Q. AND VLIET , L. J . V: "Separable bilateral filtering for fast video preprocessing" . *IEEE Int . Conf . OnMultimedia & Expo*. CD1-4, 2005
- [25] WEISS, B :Method and Apparatus for Processing Image Data. US Patent 7,010,163., 2006
- [26] S. PARIS, P. KORNPORST, J. TUMBLIN and F. DURAND. "Bilateral Filtering: Theory and Applications". In *Computer Graphics and Vision*, Vol. 4, No. 1–73, 2008
- [27] Grossmann, A. and Morlet, J., "Decomposition Of Hardy Functions Into Square Integrale Wavelets Of Constant Shape", *SIAM J. Math. Anal .* 15, 1984, pp. 723- 736.
- [28] Gabor, D., *Theory Of Communication*, J. Inst. Elect. Engng. 93, 1946, pp. 429-457.
- [29] Daubechies, I., Grossmann, A. and Meyer, Y., "Painless Nonorthogonal Expansions", *J. Math. Phys.* 27 (1986), pp. 1271-1283.
- [30] Daubechies, I., *Ten Lectures On Wavelets*, CBMS-NSF Regional Conference Series In Applied Math. 61, SIAM Press, Philadelphia, 1992.
- [31] Y . MEYER, *Ondelettes et opérateurs* ; Ed. Herman, p . 215, 1990 .
- [32] Mallat, S., A "Theory For Multiresolution Signal Decomposition : The Wavelet Representation", *IEEE Transactions On Signal Pattern Analysisi And Machine Intelligence*, Vol. 2, pp. 676-692, July 1988.

- [33] Mallat, S and Wen Liang Hwang, "Singularity Detection And Processing With Wavelets", *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 38, N°. 2, March 1992, pp. 617-643.
- [34] Mallat, S. and Sifen Zhong, "Characterization Of Signals From Multiscale Edges", *IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence*, Vol. 14, N°. 7, pp. 710-732, July 1992.
- [35] I. DAUBECHIES, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets" ; *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 41, pp. 909-996, November 1988.
- [36] Kahane, J. P., Gilles, P. and Rieusset, L., "Séries De Fourier Et Ondelettes", *Nouvelle Bibliothèque Des Mathématiques*, Cassini, 1998.
- [37] D. L. Donoho, "De-noising by Soft Thresholding", *Technical Report No.409*, Stanford University, December 1992
- [38] D. Donoho. "Nonlinear solution of linear inverse problems by wavelet-vaguelette decomposition". *App. and Comp. Harmonic Analysis*, 2 :101.126, 1995.
- [39] S. Paris and F. Durand. A "fast approximation of the bilateral filter using a signal processing approach". *In European Conference on Computer Vision 2006*, pages IV : 568-580, 2006.
- [40] L. P. YAROSLAVSKY, "Digital Picture Processing". An Introduction. Springer Verlag, 1985.
- [41] H. Yu, L. Zhao, and H. Wang "Image Denoising Using Trivariate Shrinkage Filter in the Wavelet Domain and Joint Bilateral Filter in the Spatial Domain" *IEEE Transaction on image processing*, Vol. 18, no. 10, Oct 2009
- [42] M. K. Mihçak, I. Kozinsev, K. Ramchandran, and P. Moulin, "Lowcomplexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 7, no. 6, pp. 300–303, Jun. 1999.
- [43] P. L. Shui, "Image denoising algorithm via doubly local Wiener filtering with directional windows in wavelet domain," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 12, no. 10, pp. 681–684, Oct. 2005.
- [44] Selesnick, I.W., Baraniuk, R.G., Kingsbury, N.G. "The dual-Tree complex wavelet transform". *IEEE Signal Process. Mag.* 22, 123–151, 2005
- [45] Z. Dengwen, C. Wengang "Image denoising with an optimal threshold and neighbouring window" . *Contents lists available at ScienceDirect* . *Pattern Recognition Letters* 29 1694–1697,2008
- [46] T. BLU Senior Member, IEEE, and F. LUISIER, "The SURE-LET Approach to Image Denoising", *IEEE Transactions On Image Processing*, VOL. 16, NO. 11, November 2007.
- [47] Chen, G.Y., Bui, T.D., Krzyzak, A. "Image denoising with neighbour dependency and customized wavelet and threshold". *Pattern Recognition* 38, 115–124, 2005.

Résumé

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la suppression du bruit blanc gaussien dans les images niveaux de gris. Plus précisément, nous avons exposé la méthode de débruitage basée sur le filtrage bilatéral. Dans un souci de clarification, nous avons créé des fonctions en Matlab pour illustrer les résultats du filtrage bilatéral. Nous avons ensuite, détaillé l'algorithme de débruitage à base d'ondelettes orthogonales. Nous nous sommes intéressés à l'estimateur non biaisé de Stein de la fonction risque (SURE-LET). Nous avons présenté une série d'images traitées par les Surelets pour différents niveaux du bruit. Nous proposons d'améliorer les résultats de débruitage en combinant l'algorithme des Surelets et le filtrage bilatéral. La première étape de cet algorithme, fournit une image traitée par les Surelet, dite image de référence. Dans la deuxième étape de cet algorithme, nous appliquons le principe du filtrage bilatéral sur l'image de référence, pour avoir enfin l'image débruitée finale. Les résultats obtenus montrent la validité de nos approches, et mettent en évidence l'apport d'une collaboration entre l'algorithme de débruitage à base d'ondelettes et le filtrage bilatéral. La structure proposée assure le compromis entre la suppression du bruit et la clarté de l'image.

Mots Clés : Filtrage bilatéral, analyse multi-échelle, seuillage des coefficients d'ondelettes, OWT SURE-LET, estimation bayésienne.

Abstract

This work deals with the white gaussian noise suppression in gray scale images. Particularly, we have presented the bilateral filtering denoising methods. For the sake of clarity, we have created some functions in Matlab tools to illustrate the filtered images. Then, we have studied the wavelet denoising algorithm. We have been interested on the Stein's unbiased risk estimate as a linear expansion of thresholds (SURE LET). We have presented a set of gray scale denoised images by using the Surelet algorithm for various noise levels. In order to enhance the quality of denoised images, we propose a hybrid algorithm which combines the Surelet and the bilateral filtering procedures. The first step of this algorithm is to denoise the input image using Surelet. We develop an efficient joint bilateral filter by using the wavelet denoising result rather than directly processing the noisy image in the spatial domain. This filter could suppress the noise while preserve image details. We compare our denoising algorithm with other denoising techniques in terms of PSNR and visual quality. The experimental results indicate that our algorithm is competitive with other denoising techniques.

Key word: bilateral filtering, multiscale analysis, wavelet coefficient thresholding, OWT SURELET