

## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons effectuer diverses simulations sur la réduction d'ordre des filtres numériques. Pour cela, les trois techniques précédemment développées (méthode de troncature équilibré avec pondérations fréquentielles, méthode d'optimalité en absence les pondérations fréquentielles et la méthode d'optimalité en présence les pondérations fréquentielles) seront implémentées sous Matlab et seront suivi d'une étude comparative.

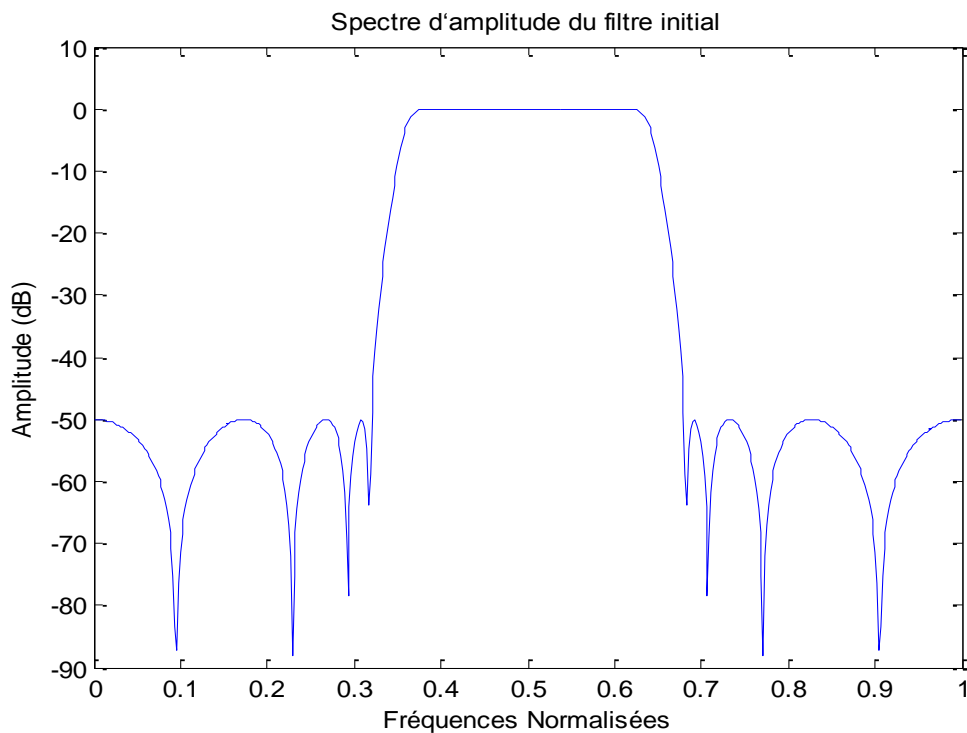
## IV.2 Exemple1

On considère un filtre passe-bande RII d'ordre 16 avec les coefficients suivants :

$$a_i = \{1.0000 \quad 0.0000 \quad 2.9522 \quad 0.0000 \quad 4.6996 \quad 0.0000 \quad 4.5735 \quad -0.0000 \\ 3.0126 \quad -0.0000 \quad 1.3182 \quad -0.0000 \quad 0.3821 \quad -0.0000 \quad 0.0638 \quad 0.0000 \quad 0.0051\}$$

$$b_i = \{0.0133 \quad -0.0000 \quad -0.0076 \quad 0.0000 \quad 0.0305 \quad -0.0000 \quad -0.0261 \quad -0.0000 \\ 0.0368 \quad -0.0000 \quad -0.0261 \quad 0.0000 \quad 0.0305 \quad -0.0000 \quad -0.0076 \quad 0.0000 \quad 0.0133\}$$

On présente les réponses fréquentielles suivants :



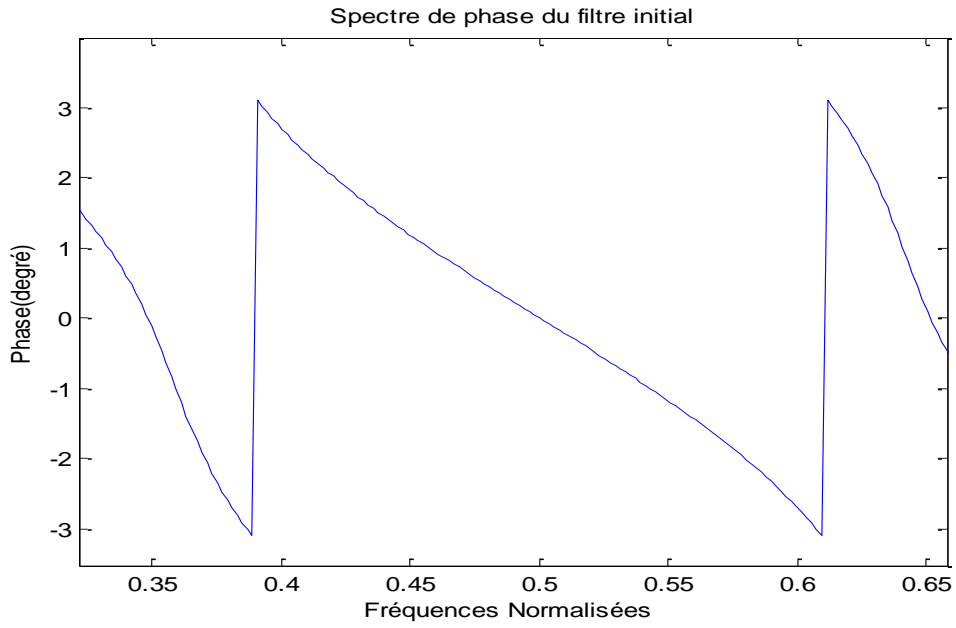


Fig. IV.1 Réponses fréquentielles du filtre initial

**Fonction de pondération**

On considère la fonction de pondération d'entrée et de sortie (coupe-bande) dans la figure suivante :

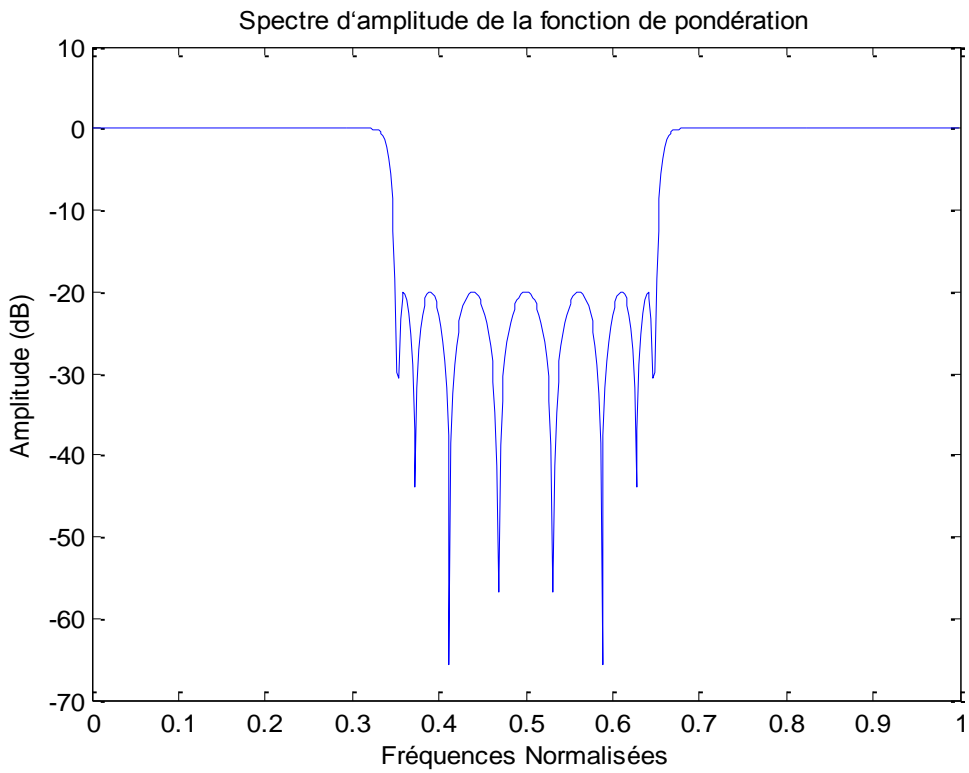


Fig. IV.2 Spectre d'amplitude de la fonction de pondération

**Choix de l'ordre réduit**

On choisit l'ordre de réduction à partir du critère de la norme de Hankel [16], on élimine les états les moins commandables et moins observables :

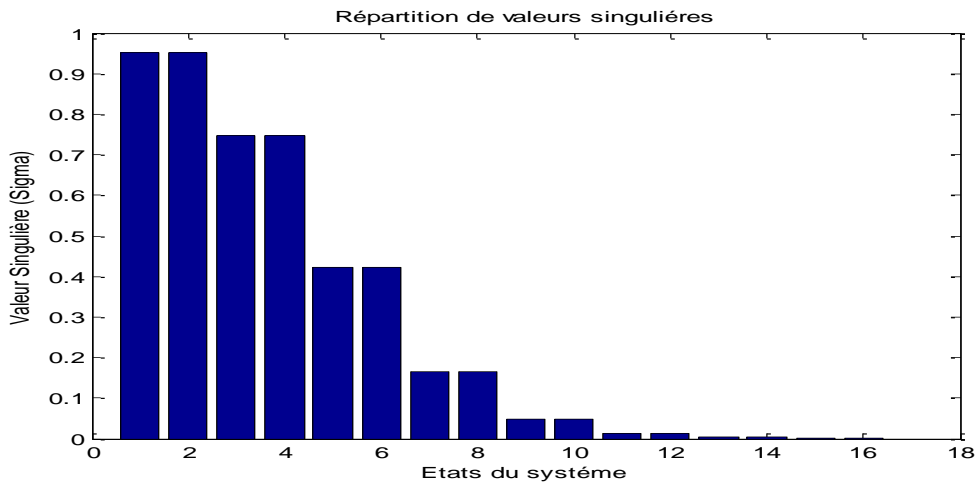


Fig. IV.3 Répartition de valeurs singulières

Pour un filtre réduit  $r=12$ , les coefficients des filtres réduits par les 3 approches sont :

Les coefficients du filtre réduit par MGPF		Les coefficients du filtre réduit par TEPF		Les coefficients du filtre réduit par MG		
i	bi	ai	bi	ai	bi	ai
12	0.0133	1.0000	0.0133	1.0000	0.0133	1.0000
11	0.0000	-0.0006	-0.0000	-0.0000	0.0002	-0.0236
10	-0.0037	3.2528	0.0019	3.6675	-0.0066	3.2920
9	-0.0000	-0.0018	0.0000	-0.0000	-0.0003	-0.0647
8	0.0242	5.2639	0.0228	6.6258	0.0212	5.3752
7	-0.0001	-0.0024	-0.0000	-0.0000	-0.0027	-0.0891
6	-0.0132	5.0226	-0.0053	7.1523	-0.0161	5.1794
5	-0.0000	-0.0019	0.0000	-0.0000	-0.0008	-0.0692
4	0.0240	2.9669	0.0168	4.8434	0.0258	3.0909
3	-0.0000	-0.0008	0.0000	-0.0000	-0.0004	-0.0305
2	-0.0055	1.0149	-0.0033	1.9469	-0.0036	1.0711
1	0.0000	-0.0002	0.0000	-0.0000	0.0015	-0.0062
0	0.0147	0.1581	0.0081	0.3686	0.0164	0.1697

### Comparaison entre le spectre d'amplitude et le spectre de phase du filtre initial et les filtres réduits donnés par les 3 approches :

On présente la comparaison entre le spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits et la préservation de la phase dans la bande passante comme suit :

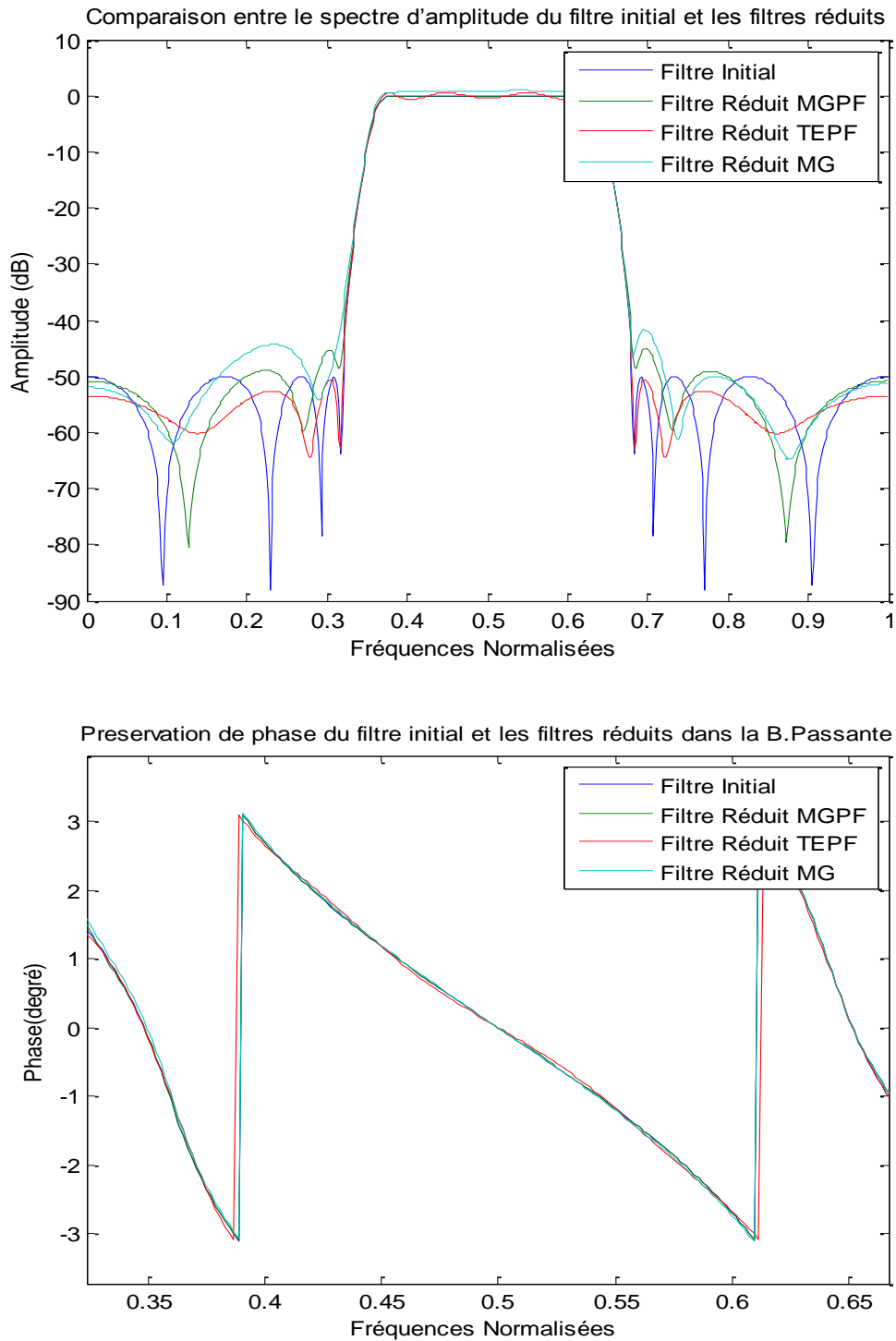


Fig. IV.4 Comparaison entre les réponses fréquentielles du filtre initial et les filtres réduits

### Comparaison de l'erreur entre le spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits calculé par 3 approches :

On présente l'erreur entre le spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits :

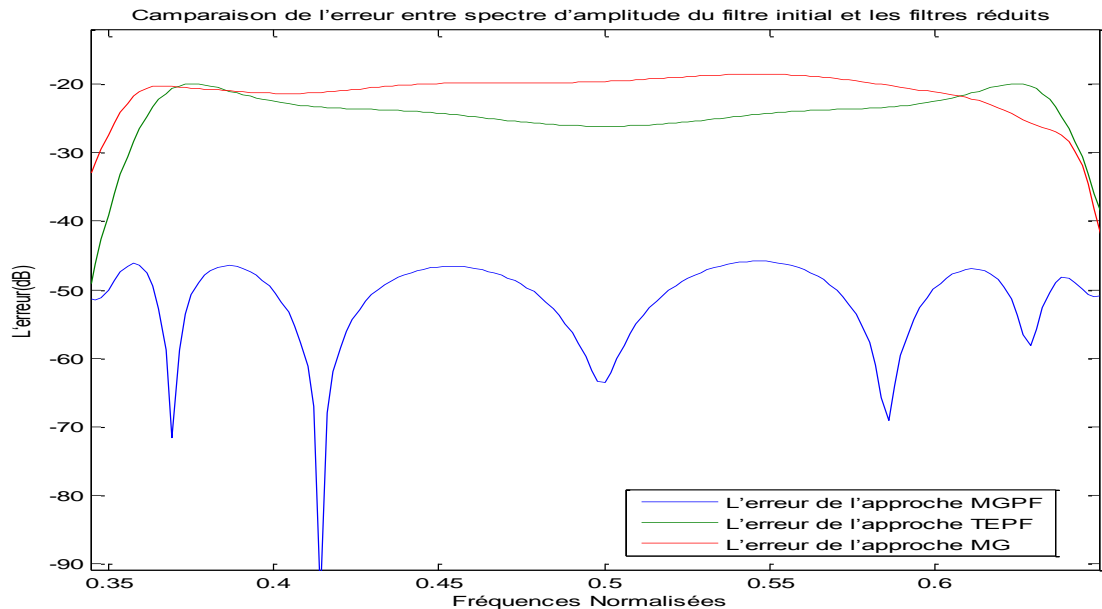


Fig. IV.5 Comparaison de l'erreur entre spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits

### Interprétation

D'après l'exemple1, on remarque que :

a/ Dans la Bande Passante, le filtre réduit par notre approche MGPF suit le filtre initial que les approches MG et TEPF.

b/ La phase dans la bande passante du filtre initial est préservée dans les 3 approches (MGPF, MG, TEPF).

c/ On constate que l'erreur dans la Bande Passante entre le filtre initial et le filtre réduit par notre approche MGPF est plus moins que les approches MG et TEPF.

d/ On calcule la fonction de coût de chaque filtre réduit par nos approches : par MGPF on trouve :  $J1=5.1983e^{-006}$  , Par TEPF on trouve :  $J2= 0.0019$  , et Par MG on trouve :  $J3= 0.0027$ .

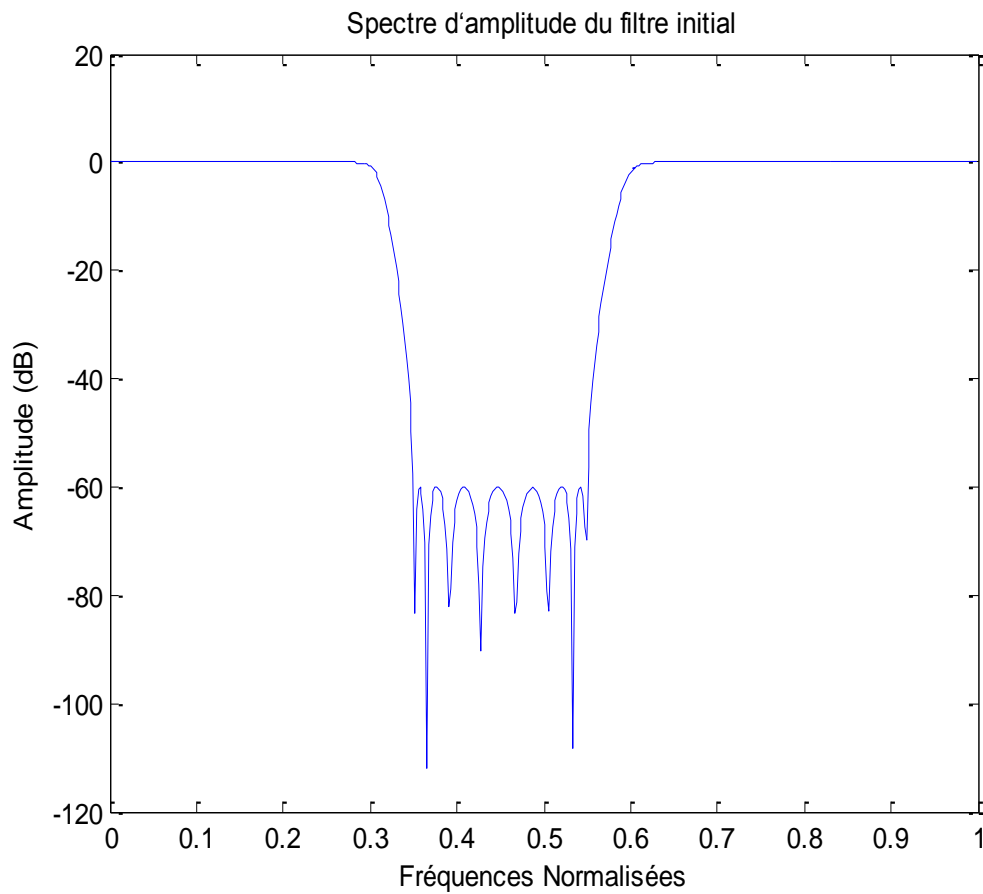
### IV.3 Exemple2

On considère un filtre coupe-bande RII d'ordre 16 avec les coefficients suivants :

$$a_i = \{1.0000 \quad -1.9790 \quad 5.7680 \quad -8.1360 \quad 13.8800 \quad -15.1200 \quad 18.6900 \quad -16.1400 \\ 15.4800 \quad -10.5900 \quad 8.0570 \quad -4.2350 \quad 2.5480 \quad -0.9513 \quad 0.4393 \quad -0.0920 \quad 0.0304\}$$

$$b_i = \{0.1743 \quad -0.4363 \quad 1.7390 \quad -3.1010 \quad 6.8980 \quad -9.3830 \quad 14.730 \quad -15.700 \\ 18.8000 \quad -15.700 \quad 14.7300 \quad -9.3830 \quad 6.8980 \quad -3.1010 \quad 1.7390 \quad -0.4363 \quad 0.1743\}$$

On présente les réponses fréquentielles suivants :



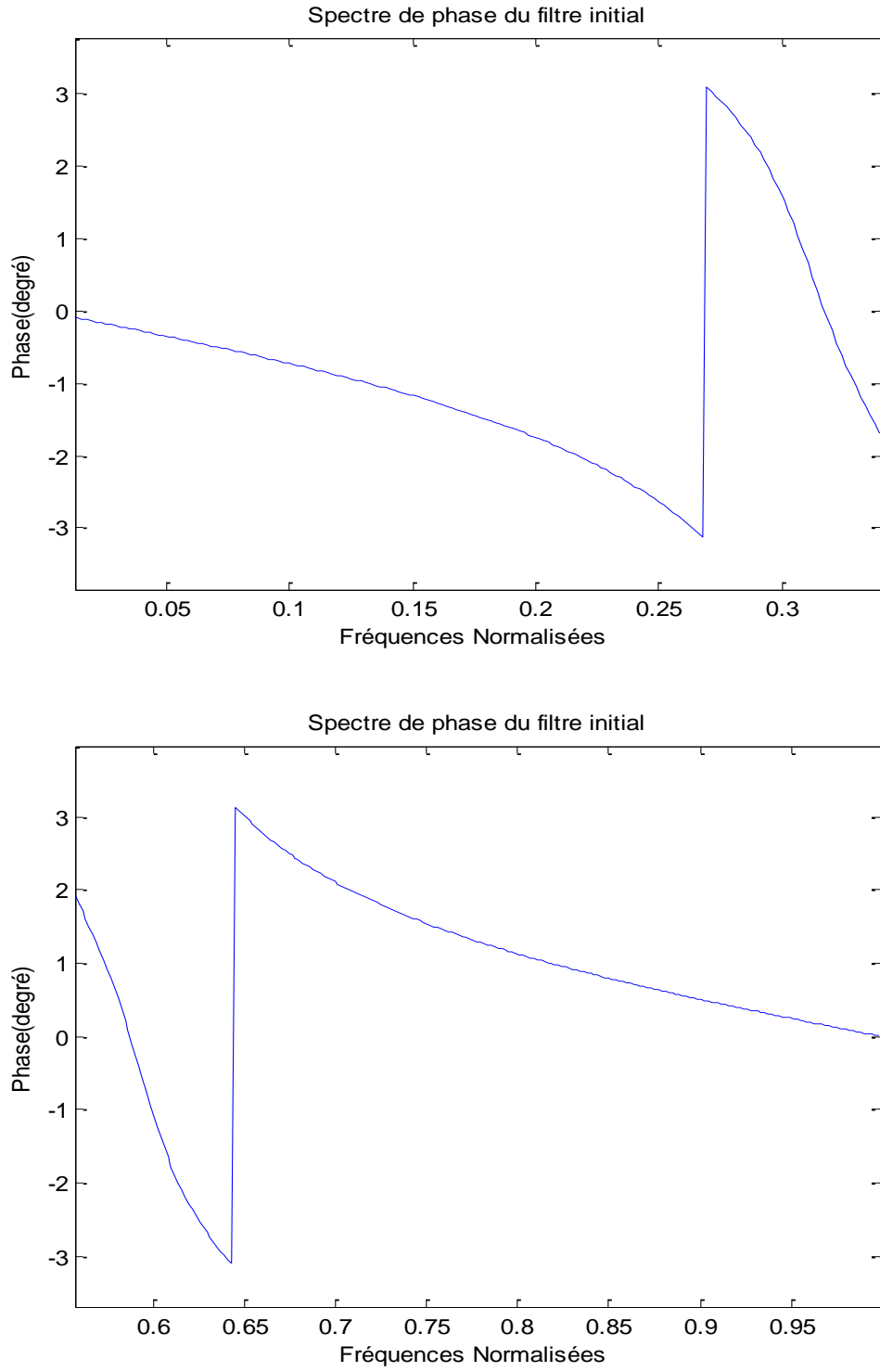


Fig. IV.6 Réponses fréquentielles du filtre initial

### Fonction de pondération

On considère la fonction de pondération d'entrée et de sortie dans la figure suivante :

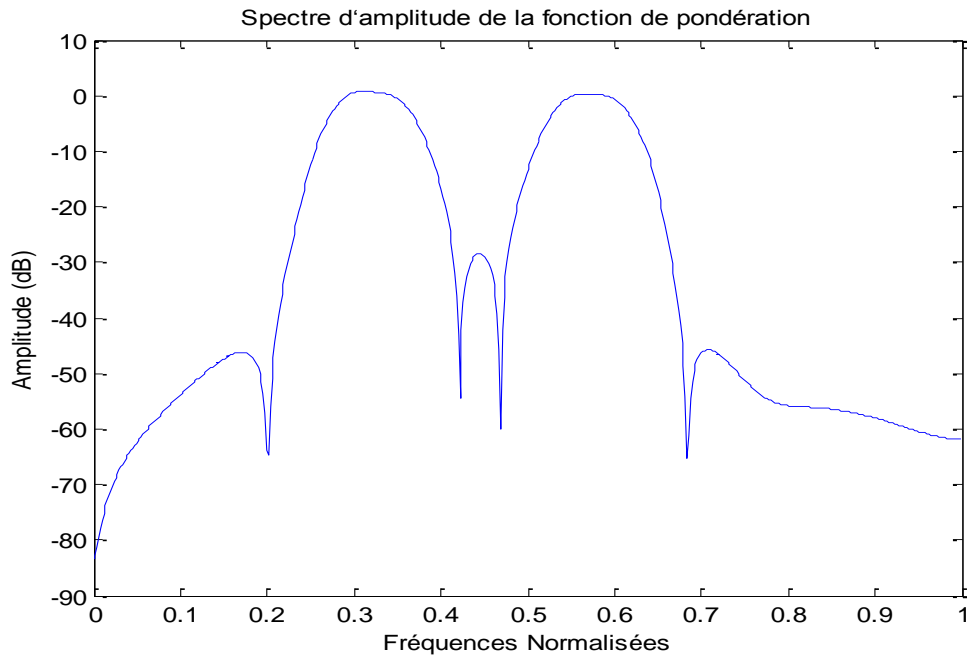


Fig. IV.7 Spectre d'amplitude de la fonction de pondération

### Choix de l'ordre réduit

On choisit l'ordre de réduit à partir du critère de la norme de Hankel [16], on élimine les états moins commandables et moins observables

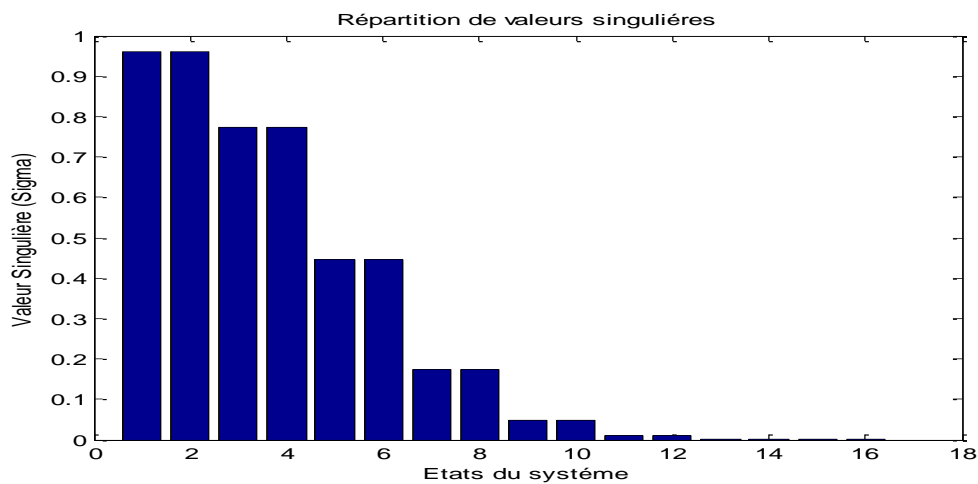


Fig. IV.8 Répartition de valeurs singulières

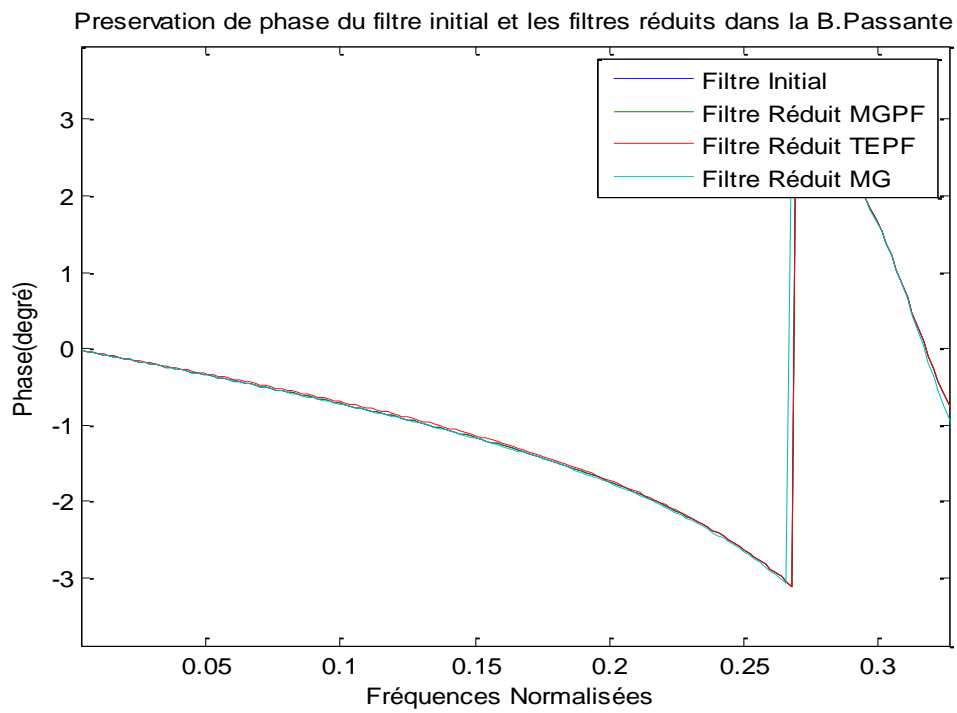
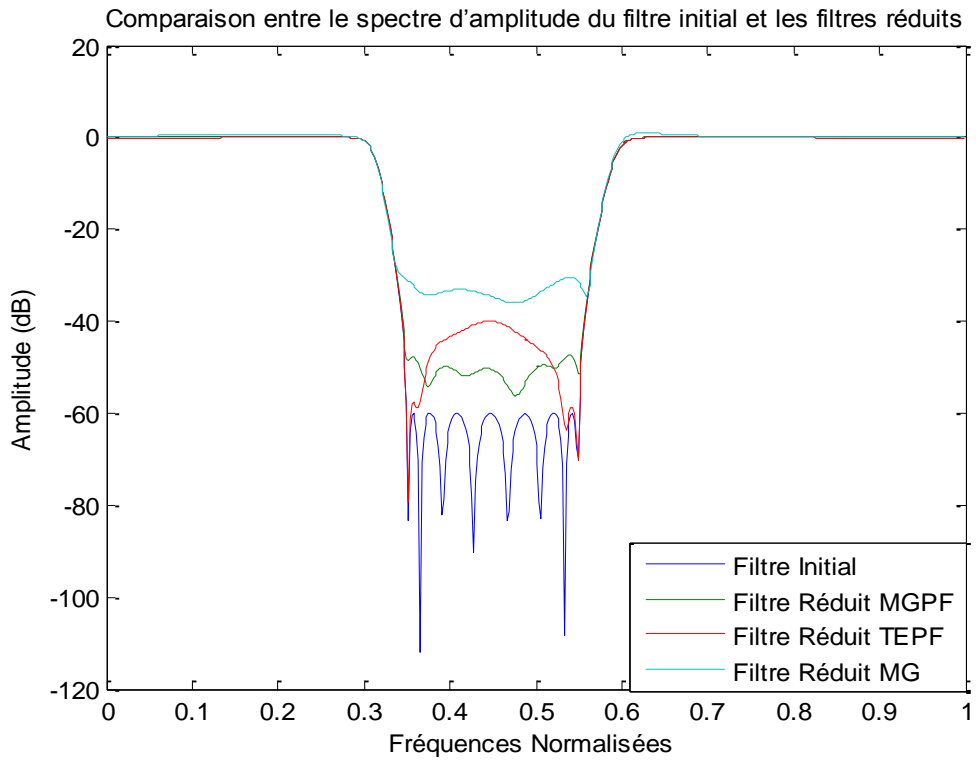
Pour un choix du filtre réduit  $r=12$ , les coefficients des filtres réduits par les 3 approches sont :



Les coefficients du filtre réduit par MGPF		Les coefficients du filtre réduit par TEPF		Les coefficients du filtre réduit par MG		
i	bi	ai	bi	ai	bi	ai
12	0.1743	1.0000	0.1743	1.0000	0.1743	1.0000
11	-0.3354	-1.4000	-0.3323	-1.3840	-0.3362	-1.4080
10	1.2650	3.3510	1.2600	3.3650	1.2830	3.3930
9	-1.7460	-3.4680	-1.7290	-3.4860	-1.7720	-3.5520
8	3.5740	5.1140	3.5630	5.2390	3.6700	5.2580
7	-3.6680	-3.9970	-3.6470	-4.1200	-3.7810	-4.1650
6	5.1460	4.1330	5.1630	4.3650	5.3570	4.3220
5	-3.8870	-2.4310	-3.8990	-2.6230	-4.0660	-2.5830
4	4.0110	1.9210	4.0740	2.1580	4.2360	2.0400
3	-2.0810	-0.7742	-2.1190	-0.9090	-2.2120	-0.8346
2	1.5970	0.4529	1.6560	0.5732	1.7110	0.4867
1	-0.4510	-0.1053	-0.4710	-0.1544	-0.4869	-0.1137
0	0.2483	0.0482	0.2669	0.0813	0.2702	0.0525

**Comparaison entre le spectre d'amplitude et le spectre de phase du filtre initial et les filtres réduits calculé par 3 approches :**

On présente la comparaison entre le spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits et la préservation de la phase dans la bande passante comme suit :



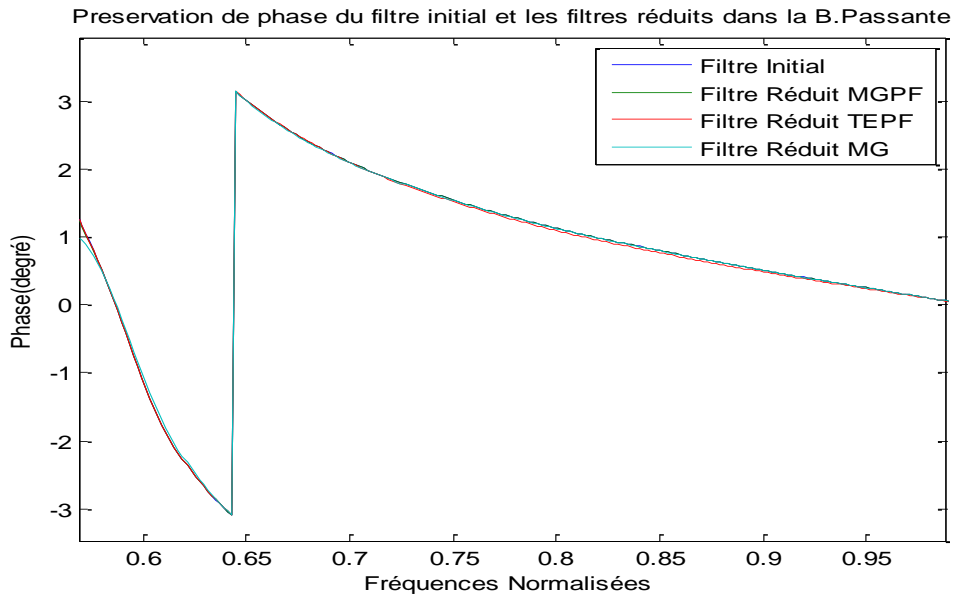


Fig. IV.9 Comparaison entre les réponses fréquentielles du filtre initial et les filtres réduits

**Comparaison de l'erreur entre le spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits calculé par 3 approches :**

On présente l'erreur entre le spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits :

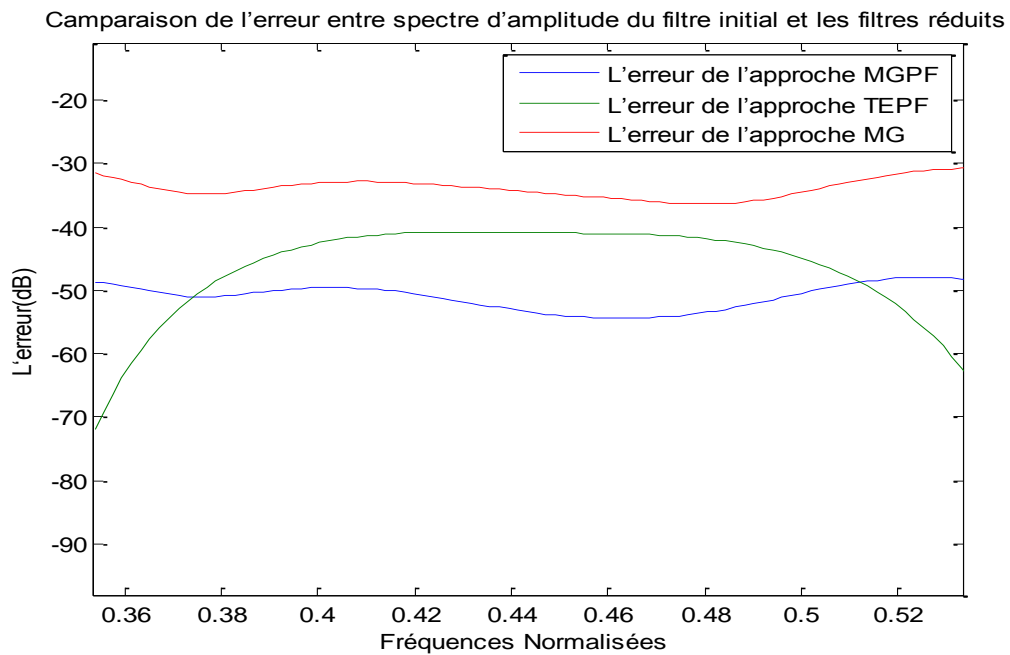


Fig. IV.10 Comparaison de l'erreur entre spectre d'amplitude du filtre initial et les filtres réduits

### **Interprétation**

D'après l'exemple 2 nous remarquons que :

a/ La technique MGPF donne de meilleurs résultats et un modèle parfait à l'ordre réduit qui suit le comportement du filtre initial que les deux autres approches.

b/ On constate aussi que l'erreur dans la Bande de coupure entre le filtre initial et le filtre réduit par l'approche MGPF est plus moins que les approches MG et TEPF.

c/ On calcule la fonction de coût de chaque filtre réduit. Le meilleur résultat est donné par l'approche qui concerne la plus faible fonction coût MGPF puisque sa fonction coût est  $J1=1.0405e-006$ , alors que par TEPF,  $J2=2.2314e-004$ , et Par MG on trouve  $J3=0.0020$ .

d/ Dans la bande considérée, pour les trois approximations la phase est préservée toujours.

## IV.4 Conclusion

Nous avons choisi, dans ce chapitre de présenter deux exemples pour mieux observer et conclure sur la qualité des trois techniques récentes de réduction d'ordre, pour les filtres numériques basées sur la minimisation d'un critère d'erreur et les différents modèles d'ordres réduits sont toujours stables et suivent le comportement du filtre initial mais grâce un calcul des différents fonction de coût et les écarts des réponses, on conclure que la méthode basée sur le gradient avec pondérations fréquentielles est supérieure que les autres méthodes.