

Chapitre III : Diminution des terminaux

III.1. Introduction

La réduction de la complexité et la modélisation compacte des réseaux interconnectés comme les VLSI (Intégration à très grande échelle), ont été un domaine de recherche intensive dans la dernière décennie. La raison de ces recherches est d'augmenter du signal d'intégrité et des effets électriques et magnétiques de couplage des modèles par des condensateurs et des inductances des parasites. La plupart des travaux de recherche antérieurs porte principalement sur la réduction des nœuds internes par des techniques de réduction déférente. Les plus utilisés sont basés sur la projection de sous-espace de Krylov [26]

Cependant, presque tous les modèles existants afin de techniques de réduction sont limités à réduire les nœuds internes d'un circuit. La réduction des terminaux, cependant, est moins étudiée pour la modélisation compacte des circuits interconnectés. La réduction des terminaux est de réduire le nombre des bornes d'un circuit donné en vertu de l'hypothèse que certains terminaux sont similaires en termes de paramètres de performance, comme le calendrier ou les retards. Une telle réduction conduira à une certaine perte de précision. Mais, la réduction des bornes peut conduire à des modèles plus compacts, après la réduction d'ordre du modèle traditionnel est appliqué au circuit avec des bornes réduit, comme indiqué dans la figure suivante.

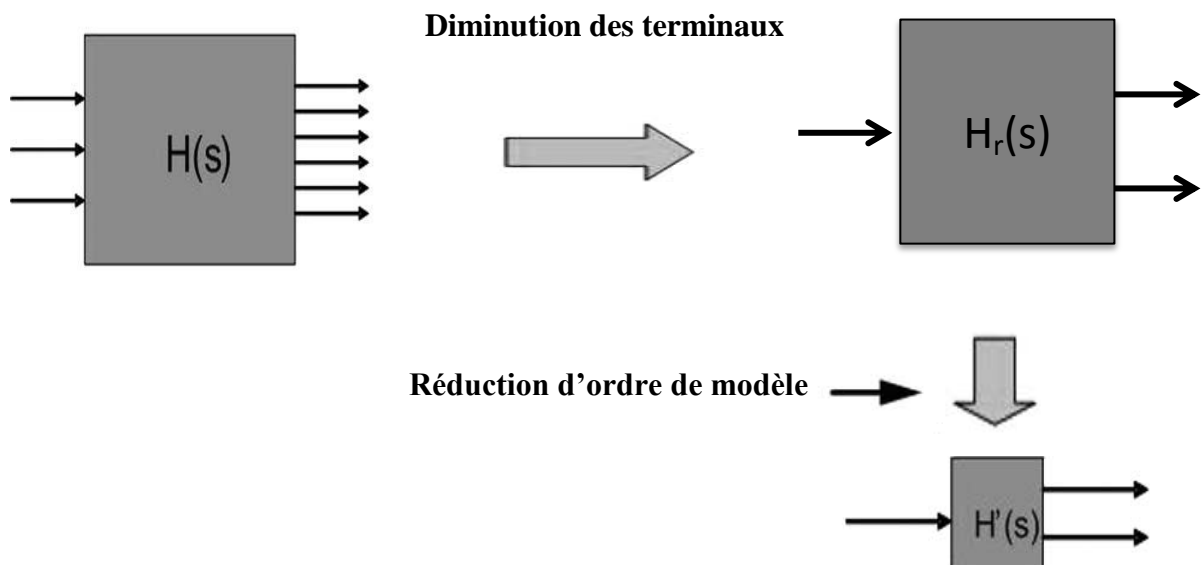


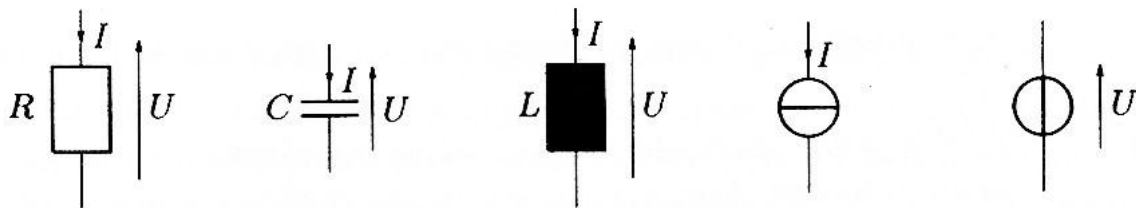
Fig (3.1) : Combinaison de diminution des terminaux et réduction d'ordre

III.2. Circuit linéaire pour VLSI

La VLSI est le processus de création des circuits intégrés en combinant des milliers de transistors dans une puce unique. La structure de VLSI est obtenue par l'arrangement répétitif des macros blocs rectangulaires qui peuvent être interconnectés à l'aide des câblages par aboutement.

Un modèle de circuit est une représentation idéalisée d'un système physique réel, créée par la combinaison des composants idéaux dans une structure de réseau avec des branches et des nœuds. Une branche est définie comme la connexion entre deux nœuds, tant que le nœud est un point de connexion entre deux circuits [27]

Les éléments de base utilisés dans la modélisation des circuits linéaires sont des résistances, condensateurs, inductances, sources de tension et sources de courant. Tout autre élément réel de circuit, tels que des diodes et des transistors, sont souvent modélisés par une combinaison de ceux-ci. Ces derniers peuvent être classés dans les cas des circuits non linéaires. la figure suivante donne les cinq éléments du circuit linéaire [27]



Résistance linéaire (R), Capacité (C), Inductance (L),
Source indépendant de courant (I), Source indépendant de tension (U),

Fig (3.2) : Eléments de base d'un circuit linéaire .

Avant passé au réduction on a besoin de modéliser le problème que signifie la création des équations décrivant le problème. On a basé sur les lois de Kirchhoff KCL et KVL à fin de déduire les équations différentielles du système [27].

KCL: $\sum I(t) = 0$, pour un nœud

KVL: $\sum u(t) = U(t)$, pour un mail

III.3. Technique SVD

III.3.1. Introduction

La technique SVD est conçue pour la réduction du nombre des terminaux d'un système interconnecté par exemple les bornes des circuits interconnectées. la méthode SVD exploite le fait que les terminaux sont dépendant au moment de bloc de la fonction de transfert. Cette technique est basée sur le calcul des valeurs singulières d'un moment de bloc d'ordre spécifique [10,13].

III.3.2. Procédure

Entées : Soit un système d'ordre complet N représenté par une réalisation (G,C,B,L) et un nombre des entrées p , et nombre des sorties q , donné par éq.(1.1).

Etape 1 : Construire la matrice de transfert du système donnée par éq (1.3)

Etape 2 : Calculer le moment de bloc m_i du système, défini par:

$$m_i = L(-G^{-1}C)^i G^{-1}B \quad , \quad m_i \in \mathfrak{R}^{q \times p} \quad (3.1)$$

Le moment de bloc m_i peut être directement calculé par

$$\begin{aligned} x_0 &= G^{-1}B; \quad m_0 = Lx_0 \\ x_1 &= G^{-1}Cx_0; \quad m_1 = Lx_1 \\ &\vdots \\ x_i &= G^{-1}Cx_{i-1}; \quad m_i = Lx_i \quad \text{pour } i > 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Etape 3: Effectuer la SVD sur le moment de bloc m_0 on a

$$\begin{aligned} m_0 &= LG^{-1}B \\ &= U\Sigma V^T \end{aligned} \quad (3.3)$$

Où $U \in \mathfrak{R}^{q \times N}$ et $V \in \mathfrak{R}^{p \times N}$ sont des matrices orthogonales, et $\Sigma \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ est une matrice diagonale avec des valeurs singulières dans un ordre décroissant (voir annexe A).

Etape 4 : Faire l'approximation de rang complet de m_0 : S'il y a k valeurs singulières dominants on peut utiliser une matrice de rang complet $(k \times k)$ pour approximer le moment m_0 originale basé sur la SVD

$$\begin{aligned} m_0 &= U \Sigma V^T \\ &\approx U_k \Sigma_k V_k^T \end{aligned} \quad (3.4)$$

Notez que

$$U_k \in \mathfrak{R}^{q \times k} \text{ et } V_k^T \in \mathfrak{R}^{k \times p}$$

$\Sigma_k \in \mathfrak{R}^{k \times k}$ est la matrice des valeurs singulières. Après cela, on peut avoir les expressions suivantes

$$B = B_b V_k^T \quad (3.5)$$

$$L^T = L_c U_k^T \quad (3.6)$$

Etape 5 : Calcul des matrices B_b et L_c en utilisant le pseudo inverse de Moore-Penrose de V_k (voir annexe B), on obtient:

$$B_b = B V_k (V_k^T V_k)^{-1} \quad (3.7)$$

$$L_c = L^T U_k (U_k^T U_k)^{-1} \quad (3.8)$$

Avec

$$B_b \in \mathfrak{R}^{N \times k}, \quad L_c \in \mathfrak{R}^{N \times k}$$

Etape 6 : La matrice de transfert de système sera

$$H(s) = U_k L_c^T (G + Cs)^{-1} B_b V_k^T \quad (3.9)$$

Notez que la matrice de transfert avec un nombre des terminaux réduit est

$$H_r(s) = L_c^T (G + Cs)^{-1} B_b \quad (3.10)$$

Sorties : un système d'ordre complet N avec un nombre réduit de terminaux $p_k = q_k = k$, décrit par sa réalisation (C, G, B_b, L_c)

III.3.3. Limitation

Le problème majeur posé par cette technique est qu'elle utilise un moment de bloc spécifique (par exemple le moment m_0), et elle diminue les nombres d'entrée et de sorties au même temps et au même valeur, cela pose des problèmes dans le cas où le nombre d'entrées et plus différent que le nombre de sorties.

III.4. Technique SVD-étendue (ESVD)

III.4.1. Introduction

Contrairement à la SVD-MOR cette méthode repose sur le calcul des moments d'entrées et de sorties [11], et elle applique la SVD de rang minimale sur les moments d'entrée et de sorties séparément.

III.4.2. Procédure

Entrées : Soit un système d'ordre complet N et un nombre des entrées p , et nombre des sorties q , représenté par une réalisation (G,C,B,L) ,

Etape 1 : Construire la matrice de transfert du système donnée par éq.(1.3)

Etape 2 : Calculer le moment de bloc m_i du système, défini par éq.(3.1)

Etape 3: Calcul de la matrice des moments

$$m_i = \begin{bmatrix} m_{1,1}^i & m_{1,2}^i & \dots & m_{1,p}^i \\ m_{2,1}^i & m_{2,2}^i & \dots & m_{2,p}^i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{q,1}^i & m_{q,2}^i & \dots & m_{q,p}^i \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

où:

- Chaque colonne j de la matrice m_i représente le vecteur de moment de toutes les sorties qui correspond à l'entrée $j = \overline{1:p}$.
- Chaque rangée k représente le vecteur de moment de la sortie correspond à toutes les entrées $k = \overline{1:q}$.

Et former M : matrice des moments.

$$M = [m_0 \quad m_1 \quad \dots \quad m_{r-1}] \quad (3.12)$$

Etape 4 : Construire les matrices des moments des entrées et des sorties du système [3,12]

La matrice des moments d'entrée M_I est définie comme:

$$M_I = \begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ \vdots \\ m_{r-1} \end{bmatrix}, \quad M_I \in \mathfrak{R}^{nq \times p} \quad (3.13)$$

où: chaque colonne k représente un moment séries au niveau des nœuds d'ensemble d'entrée due à l'entrée k et les matrices de différents sont actuellement construites.

De même, pour la réduction des terminaux de sortie on a défini la matrice M_O

$$M_O = \begin{bmatrix} m_0^T \\ m_1^T \\ \vdots \\ m_{r-1}^T \end{bmatrix}, \quad M_O \in \mathfrak{R}^{q \times p} \quad (3.14)$$

où: chaque colonne j représente les moments des sorties j rapportés à l'ensemble d'entrée.

Pour les deux matrices M_O et M_I , on exige que les vecteurs colonnes représente les moments de sorties et d'entrées respectivement, et les lignes dans les deux M_O et M_I ne donnent aucune information physique sur les bornes, mais ils représentent les différents ordres des moments [3].

Etape 5 : Effectue une décomposition en valeur singulière à la fois sur la matrice des moments d'entrée M_I et la matrice des moments de sortie M_O .

$$M_I = U_I \Sigma_I V_I^T \approx U_{I_{k_i}} \Sigma_{k_i} V_{I_{k_i}}^T \quad (3.15)$$

$$M_O = U_O \Sigma_O V_O^T \approx U_{O_{k_o}} \Sigma_{k_o} V_{O_{k_o}}^T \quad (3.16)$$

où

- $\Sigma_{k_i} \in \mathfrak{R}^{k_i \times k_i}$: matrice diagonale.
- k_i : le nombre des valeurs singulières significatives (dominantes) pour la matrice M_I .
- $V_{I_{k_i}}^T \in \mathfrak{R}^{k_i \times p}$.
- $\Sigma_{k_o} \in \mathfrak{R}^{k_o \times k_o}$: matrice diagonale,

- k_o : le nombre des valeurs singulières significatives pour la matrice M_o
- $V_{O_{k_o}}^T \in \mathfrak{R}^{q \times k_o}$.

Etape 6 : Effectuer la SVD basé sur le rang minimal sur les matrices de position B et L

$$B = B_r V_{I_{k_i}}^T \quad (3.17)$$

$$L = V_{O_{k_o}} L_r \quad (3.18)$$

Etape 7 : Calcul des matrices B_r et L_r utilisant les pseudos inverses de Moore Penrose de $V_{I_{k_i}}$ et $V_{O_{k_o}}$ respectivement (voir annexe B).

$$B_r = B V_{I_{k_i}} (V_{I_{k_i}}^T V_{I_{k_i}})^{-1} \quad (3.19)$$

$$L_r = (V_{O_{k_o}}^T V_{O_{k_o}})^{-1} V_{O_{k_o}}^T L \quad (3.20)$$

Notez que les deux $V_{I_{k_i}}$ et $V_{O_{k_o}}$ sont des matrices orthonormées,

$$V_{I_{k_i}}^T V_{I_{k_i}} = I \quad \text{et} \quad V_{O_{k_o}}^T V_{O_{k_o}} = I.$$

Alors

$$B_r = B V_{I_{k_i}} \quad (3.21)$$

$$L_r = V_{O_{k_o}}^T L \quad (3.22)$$

Où

$$B_r \in \mathfrak{R}^{n \times k_i} \quad \text{et} \quad L_r \in \mathfrak{R}^{k_o \times n}$$

En fin nous obtenons un sous-système de terminal réduits avec une fonction de transfert $H_r(s)$ [13].

Etape 8 : Former la matrice de transfert du système

$$H(s) = V_{O_{k_o}} L_r (G + Cs)^{-1} B_r V_{I_{k_i}}^T \quad (3.23)$$

Etape 9 : Dédire la fonction de transfert avec des terminaux réduits présenté par la fonction de transfert $H_r(s)$ qui se trouve à l'intérieur de éq.(3.23)

$$H_r(s) = L_r(G + Cs)B_r \quad (3.24)$$

Sorties : Un système avec terminaux réduit d'ordre complet N, de nombre des entrées $p_r < p$ et de nombre des sorties $q_r < q$, décrit par sa réalisation (C, G, B_r, L_r)

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé la technique SVD pour diminuer le nombre des terminaux d'un système de grande dimension, elle pose un problème majeur en puisqu' elle repose sur le choix d'un seul moment de bloc spécifié pour réduire le nombre des entrées et des sorties qui sont diminués à un même nombre.

Pour corriger ce problème, une nouvelle technique appelé ESVD est utilisée. Elle consiste à la réduction séparée des nombres des entrées et des sorties.

Après la diminution des terminaux, les méthodes de réduction d'ordre cités dans le chapitre précédant sont appliqués aux systèmes éq.(3.10) et éq.(3.24).

et les fonctions de transfert réduites finalement s'écrit par:

* Pour la méthode SVDMOR:

$$\hat{H}(s) = U_k \tilde{H}_r(s) \mathcal{V}_k^T \quad (3.25)$$

* pour la méthode ESVDMOR:

$$\hat{H}(s) = V_{O_{ko}} \tilde{H}_r(s) \mathcal{V}_{I_{ki}}^T \quad (3.26)$$

Les résultats de simulation pour les techniques combinés de diminution des terminaux et de réduction d'ordre de modèle seront donnés au chapitre suivant.