Université Ziane Achour de Djelfa
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique

جامعـة زيــان عاشــور الجلفــة
كليــــة العلـــــوم والتكنولوجيــا
قســـم الهندســـة الميكــانيكيـــة

Domaine : Sciences de la Technologie

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Énergétique

Polycopié de la matière :

Turbomachines 1

Cours et Exercices corrigés

Elaboré par : Abdelkader Mahammedi

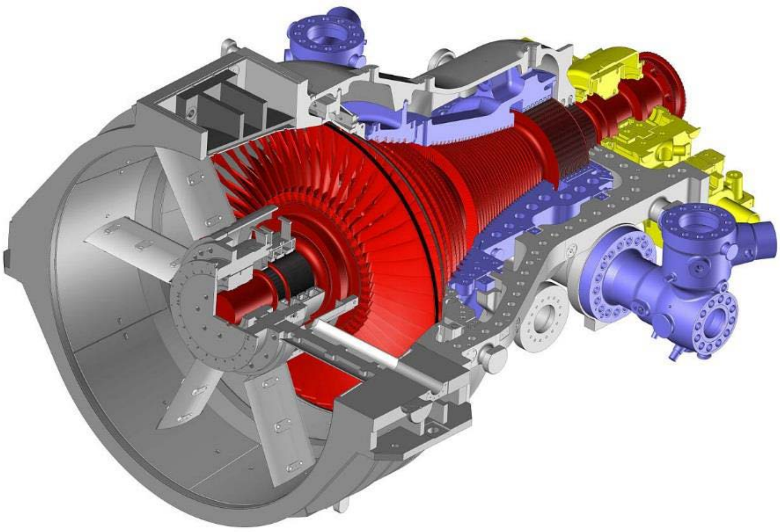
2024

Avant-propos

Ce document pédagogique portant sur les turbomachines s'adresse aux étudiants en troisième année de licence en énergétique, aux étudiants en master 1 en énergétique, ainsi qu'aux étudiants du domaine des sciences et techniques tels que la mécanique et la physique énergétique. Le manuscrit contient des leçons assorties d'exercices corrigés, il est conforme au programme de turbomachine1 approuvé par le ministère. Sa présentation didactique est le fruit d'une vaste expérience dans le domaine de l'enseignement.

Le contenu a été élaboré à partir d'une analyse approfondie de nombreux livres, et documents, la plupart étant référencés dans la bibliographie.

Turbomachines



SOMMAIRE

Chapitre 1 : Définitions et théorie générale des turbomachines

1.1. Introduction :

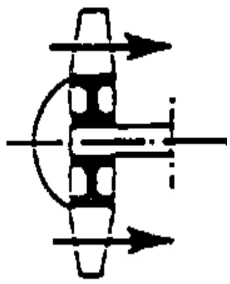
Les turbomachines forment une famille importante d’appareils qui utilisent un fluide pour effectuer une transformation d’énergie. De manière générale, on appelle turbomachine, toute machine dans laquelle un fluide échange de l’énergie (donner ou de retirer) avec une ou plusieurs roues (rotors) munies d’aubes (ou ailettes) et tournant autour d’un axe de rotation. Les aubes ménagent entre elles des canaux courbes par lesquels le fluide s’écoule. Le préfixe Turbo provient du latin turbines qui signifie : qui tourne ou alors en relation.

1.2. Classification des turbomachines :

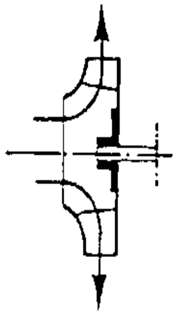
Il existe de nombreuses manières différentes de classer les turbomachines.

1.2.1. Le premier dépend de la direction principale de l’écoulement par rapport à l’axe de rotation de la machine. Selon ce critère on a :

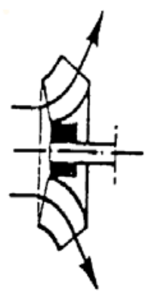
- les turbomachines axiales :
  Dans lesquelles la direction de l’écoulement est parallèle à l’axe de rotation de la machine.



- les turbomachines radiales ou centrifuges :
  Dans lesquelles une partie importante de l’écoulement à l’entrée ou à la sortie est dans la direction normale à l’axe de rotation radiale.



- les turbomachines mixtes :
  Il s’agit de machines intermédiaires dans lesquelles l’écoulement s’effectue dans des surfaces de révolutions dont la méridienne est Inclinée par rapport à l’axe de rotation.



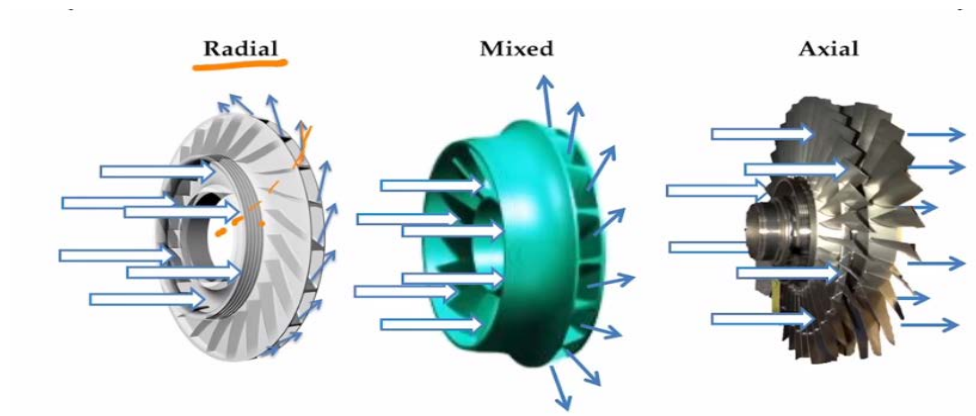


Figure 1.1 : Turbomachines dépend de la direction de l'écoulement

1.2.2. La seconde concerne le sens du transfert d'énergie. On divise alors les turbomachines en deux catégories principales :

- Les turbomachines qui fournissent de l'énergie au fluide (enthalpie). Dans ce groupe on trouve les compresseurs les ventilateurs et les pompes (machines génératrices).

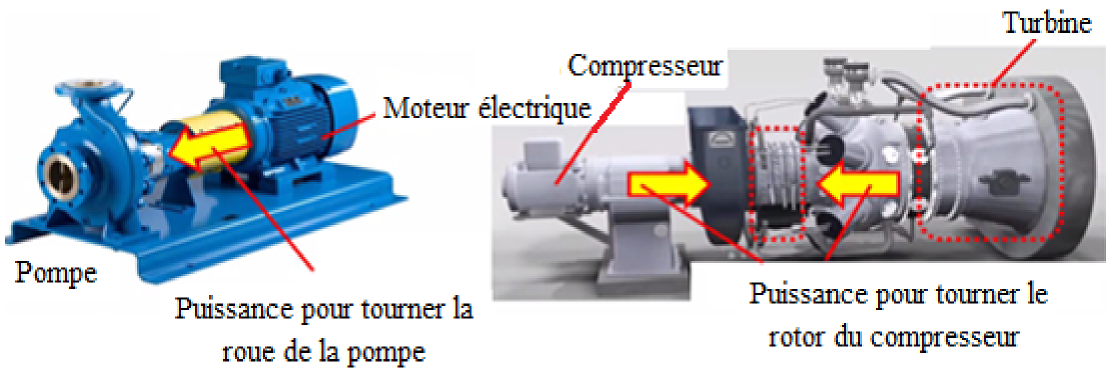


Figure 1.2 : Turbomachines Motrices

- Les turbomachines desquelles on retire de l'énergie du fluide pour l'utiliser comme un travail mécanique. Dans ce cas on parle alors de turbines (machines réceptrices).

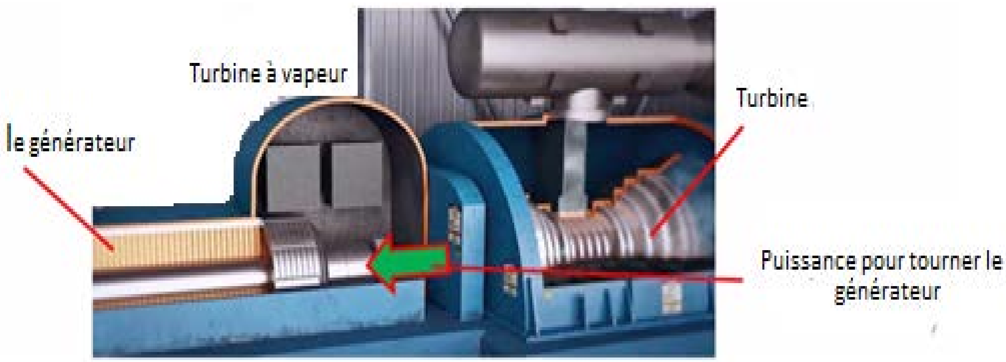


Figure 1.3 : Machines réceptrices

1.2.3 Le troisième est en fonction de la nature du transfert énergétique, on trouve :

- Les turbomachines à action (impulsion) dans lesquelles le fluide subit seulement un changement de vitesse (impulsion) lors du passage dans le rotor sans aucune variation de pression.
- les turbines à réaction dans lesquelles l'échange d'énergétique entre le fluide et le rotor entraine une chute de pression sans aucune variation de vitesse.
- les turbines de type combiné dans lesquelles le fluide subit un changement de pression et de vitesse lors de son passage par le rotor.

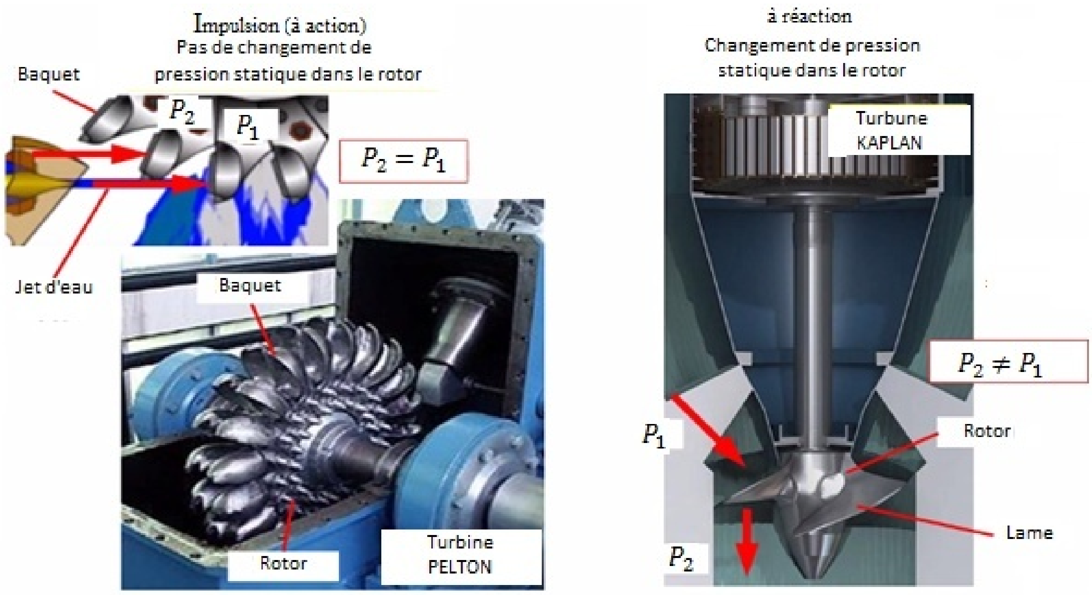


Figure 1.4 : Machines Hydrauliques

1.2.4. Le quatrième est en fonction de types d'installation. On distingue deux types :

- Les turbomachines encastrées telles que les pompes centrifuges, les turbines à gaz.... où le fluide circule à l'intérieur de conduits.

- les turbomachines en veine libre telles que les éoliens les hélices d'avions ou de navire.

1.2.5. Le cinquième est en fonction de Nombre d'éléments disposés en série :

- Turbomachine élémentaire ou monocellulaire, comporte en principe deux séries d'aubages, les uns fixes, les autres mobiles.
- Machines multicellulaires ou il est nécessaire de disposer plusieurs cellules en série.

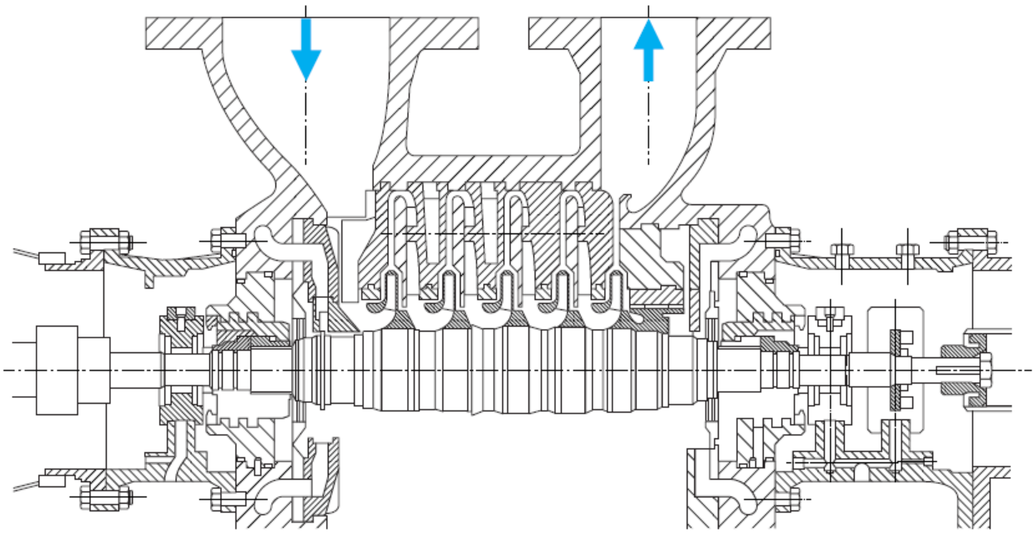


Figure 1.5 : Machine multicellulaire centrifuge de compression à 5 étages.

1.3. Théories générales : les principes de conservations

Dans un système isolé, l'énergie, l'impulsion, le moment cinétique, sont conservés au cours du temps. Les équations de la conservation de la masse, de la conservation de la quantité de mouvement et de la conservation de l'impulsion angulaire (moment de la quantité de mouvement), représentent des éléments essentiels pour les applications dans le domaine des turbomachines.

1.3.1. Conservation de la masse:

"La masse ne peut être ni créée ni détruite", ce qui indique que le taux de variation temporelle de la masse d'un système est égal à zéro.

$$\frac{dM_{sys}}{dt} = 0\,,\quad M_{sys} = \int \rho dV \tag{1.1}$$

La conservation de la masse exprime que l'accumulation de matière dans un volume de contrôle est égale à la somme des flux massiques qui traversent les frontières du volume.
Pour dériver l'équation de continuité, considérons une particule dans l'espace dont la densité (masse par unité de volume) est ρ, la dérivée temporelle totale de la densité de la particule peut être exprimée par l'équation suivante :

$$\frac{d\rho(t,x,y,z)}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z}$$

$$\frac{d\rho_{particule}}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \overline{\nabla}\,(\rho \bar{v}) \tag{1.2}$$

L'intégration de l'équation (1.2) sur le volume de contrôle V conduit à l'équation :

$$\frac{d}{dt}\int_{sys}\rho dV = \int_{V}\frac{\partial\rho}{\partial t}dV + \int_{V}\nabla\cdot(\rho\bar{v})\,dV = 0 \tag{1.3}$$

D'après le théorème de divergence :

$$\int_{V}\nabla\cdot(\rho\bar{v})\,dV = \oint_{A}\rho\bar{v}\cdot\hat{n}\,dA = \oint_{A}\rho v_n dA \tag{1.4}$$

Le remplacement de l'équation (1.3) conduit à l'équation :

$$\int_{V}\frac{\partial\rho}{\partial t}dV + \oint_{A}\rho v_n dA = 0 \tag{1.5}$$

Pour un écoulement permanant ($\partial\rho/\partial t$=0), l'équation devient :

$$\oint_{A}\rho v_n dA = 0 \quad \rightarrow \quad \int_{A_2}\rho v_n dA - \int_{A_1}\rho v_n dA = 0 \tag{1.6}$$

Pour un écoulement unidimensionnel, toutes les variables d'écoulement ne changent que dans une direction (vitesse uniforme à l'entrée et à la sortie), l'équation de continuité peut être présentée par l'équation suivante :

$$\rho_1 v_1 dA = \rho_2 v_2 dA = \rho v dA = \dot{m} = cst \tag{1.7}$$

Où : A_1 est la surface d'écoulement d'entrée, A_2 est la surface d'écoulement de sortie et $\dot{m}$: Débit massique (*kg/s).*

ρ : masse volumique *;* v *:* vitesse ; dV : unité de volume *;* dA : unité de surface ; ṁ: Débit massique (*Kg/s*)

1.3.2. Conservation de la quantité de mouvement

La deuxième loi de Newton stipule que "le taux de variation temporelle de la quantité de mouvement linéaire du système est égal à la somme des forces externes agissant sur le système", comme le montre l'équation :

$$\frac{dP_{sys}}{dt} = \sum_{\substack{Agir\ sur \\ le\ système}} \bar{F}\ , \qquad P_{sys} = \int_{sys}\rho\bar{v}\,dV \tag{1.8}$$

Pour dériver l'équation de la quantité de mouvement linéaire, considérons une particule dans l'espace avec une quantité de mouvement. La dérivée temporelle totale de la quantité de mouvement de la particule par unité de volume, peut être exprimée par l'équation suivante :

$$\frac{d(\rho\bar{v})}{dt} = \frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v})v_x}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\bar{v})v_y}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\bar{v})v_z}{\partial z} \quad (1.9)$$

$$\frac{d(\rho\bar{v})}{dt} = \frac{\partial\rho\bar{v}}{\partial t} + \bar{\nabla}\,(\rho\bar{v})\cdot\bar{v}$$

L'intégration de l'équation (1.9) sur le volume de contrôle V conduit à l'équation :

$$\frac{d}{dt}\int_{sys} \rho\bar{v}\,dV = \int_V \frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t}dV + \int_V \bar{\nabla}\,(\rho\bar{v})\cdot\bar{v}\,dV \quad (1.10)$$

Le principe de la conservation de la quantité de mouvement indique que la sommation des forces F est égale à l'accumulation de la quantité de mouvement dans un volume de contrôle dans le temps plus la somme des flux de quantité de mouvement qui traversent les frontières du volume de contrôle.

$$\sum \bar{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V (\rho\bar{v})\,dV + \oint_A (\rho\bar{v})v_n\,dA \quad (1.11)$$

$\frac{d}{dt}\int_V \rho v dV$: Variation de la quantité de mouvement dans le volume.

$\int_A \rho v \cdot v dA$: Flux de quantité de mouvement.

Pour un écoulement permanant ($\partial/\partial t$=0), en supposant un fluide idéal ($\mu = 0$) et en négligeant les forces corporelles($\bar{F}_b$) , l'équation devient celle présentée par :

$$\sum \bar{F} = \oint_A \bar{v}\,d\dot{m} \quad (1.12)$$

1.3.3. Conservation du moment de la quantité de mouvement

La conservation du moment de la quantité de mouvement est donnée par l'équation suivante :

$$\bar{r} \times \frac{d}{dt}\int_{sys} \rho\bar{v}\,dV = \bar{r} \times \sum_{\substack{Agir\ sur \\ le\ syst\grave{e}me}} \bar{F} \quad (1.13)$$

L'équation du moment angulaire peut être obtenue en multipliant les deux côtés de l'équation du moment linéaire par le vecteur (r) à partir du point de rotation, ce qui équivaut au moment externe agissant sur le système.

$$M = \bar{r} \times \sum_{\substack{Agir\ sur \\ le\ syst\grave{e}me}} \bar{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\bar{r} \times \rho \bar{v})\, dV + \oint_A (\bar{r} \times \rho \bar{v}) v_n dA \qquad (1.14a)$$

On considère un écoulement unidimensionnel la conservation du moment de la quantité de mouvement est donnée par l'équation suivante :

$$M = \frac{d}{dt} \int r \times \rho v dV + \int r \times \rho v \cdot v dA \qquad (1.14b)$$

1.3.4 Equation d'Euler :

L'équation d'Euler est l'équation principale des turbomachines, on peut le retenir de la conservation du moment de la quantité de mouvement.
On considère un écoulement unidimensionnel en régime stationnaire dans le rotor d'une turbomachine ayant des conditions uniformes à l'entrée et à la sortie notée par les indices 1et 2 respectivement, l'équation (1.15) devient :

Etat stationnaire et 1D:

$$\frac{d}{dt} \int r \times \rho v dV = 0 \quad \text{Donc} \quad M = \int r \times \rho v \cdot v dA$$

$$M = \int r \times \rho v \cdot v dA = (r_2 v_2)\rho_2 v_2 A_2 - (r_1 v_1)\rho_1 v_1 A_1$$

Puisque : $\dot{m} = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$

On peut écrire :

$$M = \dot{m}(r_2 v_2 - r_1 v_1) \qquad (1.15)$$

L'équation 1.15 est l'expression de l'équation d'Euler sous forme mathématique.

Dans les turbomachines le triangle théorique de vitesses est composé de la vitesse absolue d'une particule arbitraire traversant la roue de la turbomachine et la vitesse de la particule est relative au système de coordonnées attaché à la roue, et la vitesse tangentielle de la roue de la turbomachine.

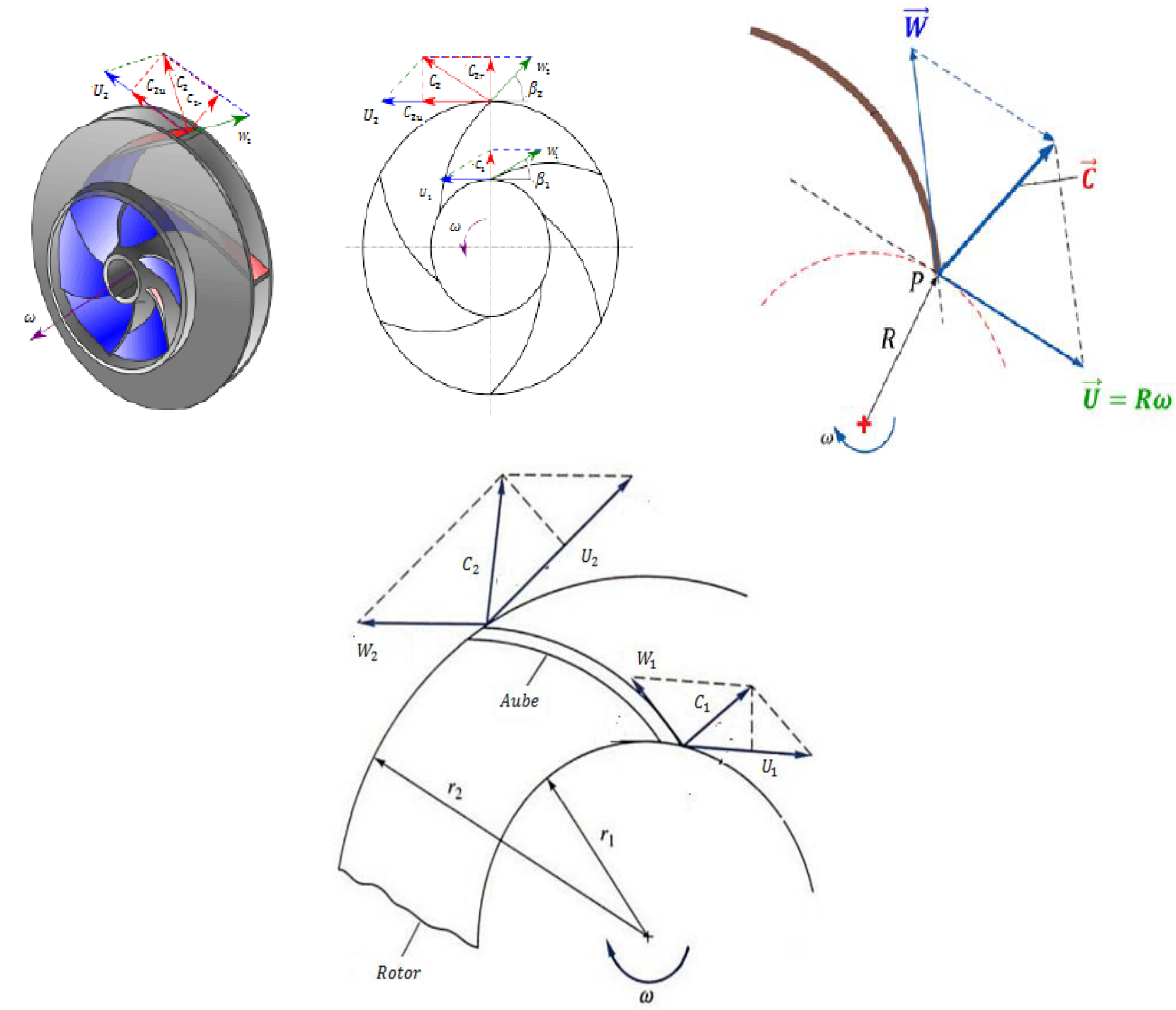


Fig.1.7 diagramme des vitesses sur une roue à l'entrée 1 et à la sortie 2

Les vecteurs de vitesse à considérer sont :

- La vitesse périphérique (tangentielle) U au rayon r par rapport au centre de rotation.
- La vitesse absolue C du fluide mesuré dans le système fixe ou globale.
- La vitesse relative W dans un système solidaire avec l'aubage en mouvement.

Ces trois vitesse son reliées par l'équation : $C=U+W$.

Nomenclature :

C : vitesse absolue de l'écoulement
W : vitesse relative de l'écoulement
U : vitesse périphérique du rotor
C_u , C_m, C_x Composante tangentielle, radiale et axiale de la vitesse absolue du fluide.
W_u , W_m, W_x Composante tangentielle, radiale et axiale de la vitesse relative du fluide.

➢ La vitesse tangentielle de la roue U peut écrite comme :

$$U = r \times \Omega = r \times 2\pi n$$

Ou ω: la vitesse angulaire de la roue et n : nombre de tour /mn.

De l'équation (1.15) d'Euler sous forme mathématique on a la forme : $r \times v$ on le réécrire dans les turbomachines comme :

$$r \times v = r \times C_u$$

L'équation (1.15) devient :

$$M = \dot{m}(r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u}) \tag{1.16}$$

De la relation entre la puissance et le moment ($\dot{W} = M \times \omega$) et de ($U = r \times \omega$) l'équation d'Euler devient sous la forme générale suivant :

$$\dot{W} = \dot{m}\omega(r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u}) \quad \rightarrow \quad \dot{W} = \dot{m}(C_{2u} U_2 - C_{1u} U_1) \tag{1.17}$$

Le travail spécifique entre le rotor et le fluide (l'énergie transmise par unité de masse) est :

$$\mathrm{E} = \frac{\dot{\mathrm{W}}}{\dot{\mathrm{m}}} = (\mathrm{C_{2u} U_2 - C_{1u} U_1}) \tag{1.18}$$

Pour les machines hydraulique on exprime l'énergie par unité de poids ($\dot{m}g$), dans ce cas la puissance par unité de poids on l'appelle la charge et souvent pour les pompes on l'appelle : la hauteur théorique.

La hauteur théorique du fluide est :

$$H = \frac{(C_{2u} U_2 - C_{1u} U_1)}{g} \tag{1.19}$$

La puissance absorbée par la pompe est :

$$\dot{W} = P = \dot{m}.g.\mathrm{H} \tag{1.20}$$

Une deuxième forme de l'équation d'Euler peut être trouvée à partir de la relation trigonométrique :

$$C^2 + U^2 - 2UC\cos\alpha = W^2 \tag{1.21}$$

$$C\cos\alpha = C_u$$

$$C^2 + U^2 - 2UC_u = W^2$$

Alors l'équation d'Euler (1.8) et (1.11) devient :

$$E = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \tag{1.22}$$

$$H = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} \tag{1.23}$$

Ces deux équations montrent que le transfert d'énergie peut être répartir de différentes manières.

$\frac{C_2^2 - C_1^2}{2g}$: La variation d'énergie cinétique

$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}$: La variation d'énergie due aux forces centrifuges.

$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g}$: La variation d'énergie due aux vitesses relatives.

La variation d'énergie cinétique est appelée énergie d'action et la variation $\frac{U^2 - W^2}{2}$ appelée énergie de réaction. Le degré de réaction R est défini comme le rapport entre l'énergie de réaction : $\frac{(U_2^2 - W_2^2) - (U_1^2 - W_1^2)}{2}$ et l'énergie totale échangée $\frac{\left(C_2^2 - C_1^2\right) - \left(U_2^2 - U_1^2\right) - \left(W_2^2 - W_1^2\right)}{2}$:

$$R \equiv \frac{(U_2^2 - U_1^2) - (W_2^2 - W_1^2)}{(C_2^2 - C_1^2) - (U_2^2 - U_1^2) - (W_2^2 - W_1^2)} \tag{1.24}$$

1.3.5 La formule d'Euler et l'équation d'énergie :

L'équation d'énergie s'écrit comme :

$$\frac{d}{dt}\int \rho e dV + \int (\rho e + p) v \cdot dA = \dot{Q} - W \tag{1.25}$$

Accumulation + Flux d'énergie totale = Chaleur − Travail

$e = \left(u + {v^2}/{2} + gz\right)$: L'énergie totale par unité de masse.

L'écoulement permanant ($\partial\rho/\partial t$=0), et unidimensionnel et le taux de transfert de chaleur($\dot{Q} = 0$) négligeable, l'équation d'énergie devient :

$$\int_1^2 (\rho e + p) v \cdot dA = (\rho v A e + p v \rho A/\rho)_2 - (\rho v A e + p v \rho A/\rho)_1 = -\dot{W} \tag{1.26}$$

$1D \rightarrow \dot{m} = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$

$$\dot{m}\left[e + \frac{p}{\rho}\right]_2 - \dot{m}\left[e + \frac{p}{\rho}\right]_1 = -\dot{W}$$

$$\dot{m}\left[u + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho}\right]_2 - \dot{m}\left[u + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho}\right]_1 = -\dot{W}$$

De $h = u + p/\rho$ et $z_2 = z_1$:

$$\dot{m}\left[h + \frac{v^2}{2}\right]_2 - \dot{m}\left[h + \frac{v^2}{2}\right]_1 = -\dot{W}$$

L'enthalpie totale est : $h_0 = h + \frac{v^2}{2}$ donc on peut écrire :

$$\dot{W} = \dot{m}\ (h_{02} - h_{01}) \qquad (1.27)$$

On considère que l'énergie $\dot{W}$ est positive si le fluide augmente son niveau énergétique lors du passage par le rotor.

1.3.6 Équation fondamentale

$$(h_{02} - h_{01}) = (C_{2U}U_2 - C_{1U}U_1) \qquad (1.28)$$

Énergie = Euler

1.4. Diagramme de vitesse

L'échange d'énergie entre le fluide et le rotor utilise la variation de la quantité de mouvement (changement de direction et/ou d'accélération) L'étude unidimensionnelle utilise le concept de triangle de vitesse Le triangle de vitesse est appliqué à l'entrée et à la sortie du canal inter-aube (grille d'aubes).

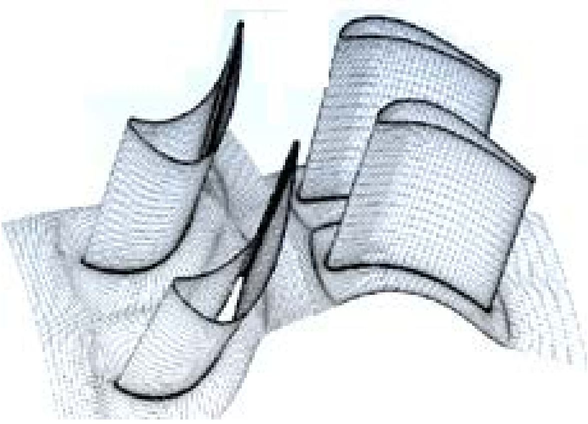


Fig.1.8 Canal inter-aube

Le triangle de vitesses est composé de: La vitesse absolue ***C,*** la vitesse relative ***W*** dans le repère en rotation, La vitesse périphérique du rotor ***U***.

α : l'angle des vitesses absolues mesurés par rapport à la direction axiale
β : l'angle des vitesses relatives mesurés par rapport à la direction axiale.

La forme des pales du rotor dépend des angles ***β*** (des vitesses relatives dans le repère du rotor).
La forme des pales du stator dépend des angles ***α*** (des vitesses absolues dans le repère fixe).
Lorsqu'on garde ***ρA=cte***, la vitesse périphérique ***U*** et la composante axiale ***Cx*** demeurent constantes également.

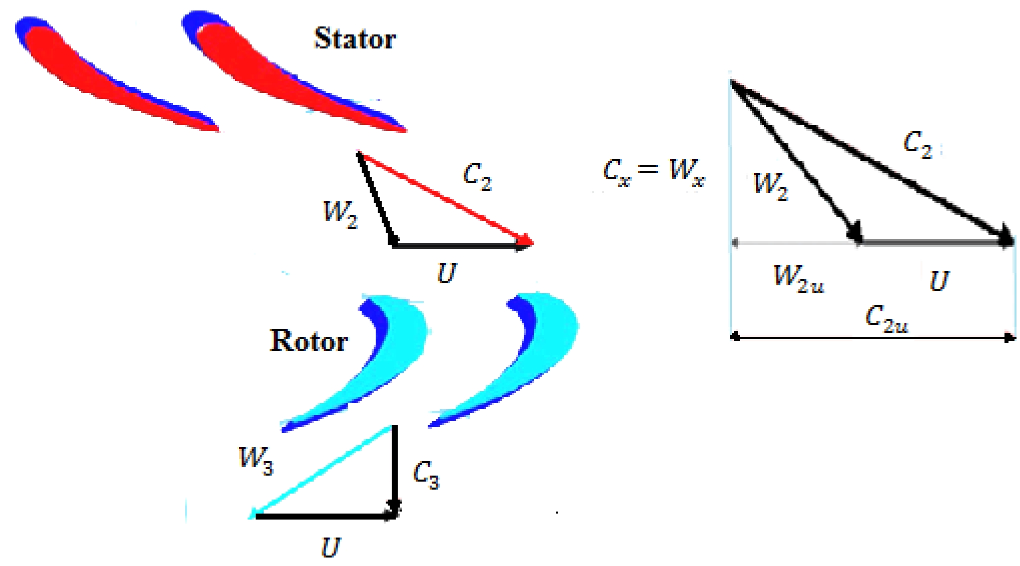


Fig.1.9. Écoulement absolue et relative

Les vecteurs vitesse (vitesse absolue C pour le stator et relative W pour le rotor) sont considérés tangentes à la ligne de squelette de l'aube.

Pour les machines ***axiales*** la vitesse tangentielle est constante pour l'entrée et la sortie ($\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U_e} = \boldsymbol{U_s}$) le triangle de vitesse donne lieu à des équations scalaires telles que:

$$C_u = W_u + U$$

Pour la machine axiale à étages multiples on suppose une condition de cinématique répétitive.
Une cinématique répétitive implique: $C_{2x} = C_{3x} = C_x$ = cte, et que $\mathbf{U_2 = U_3 = U}$
Implique que les triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie peuvent être superposés.
L'indice 1 est utilisé pour les composantes de la vitesse à l'entrée de la roue, et l'indice 2 est utilisé pour les composantes de la vitesse à la sortie de la roue.

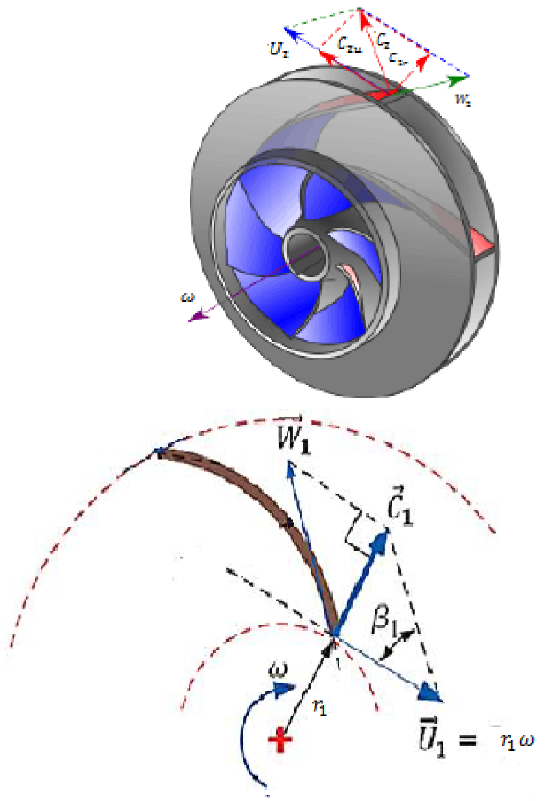


Fig.1.10 a. Triangle de vitesse à l'entrée de la roue

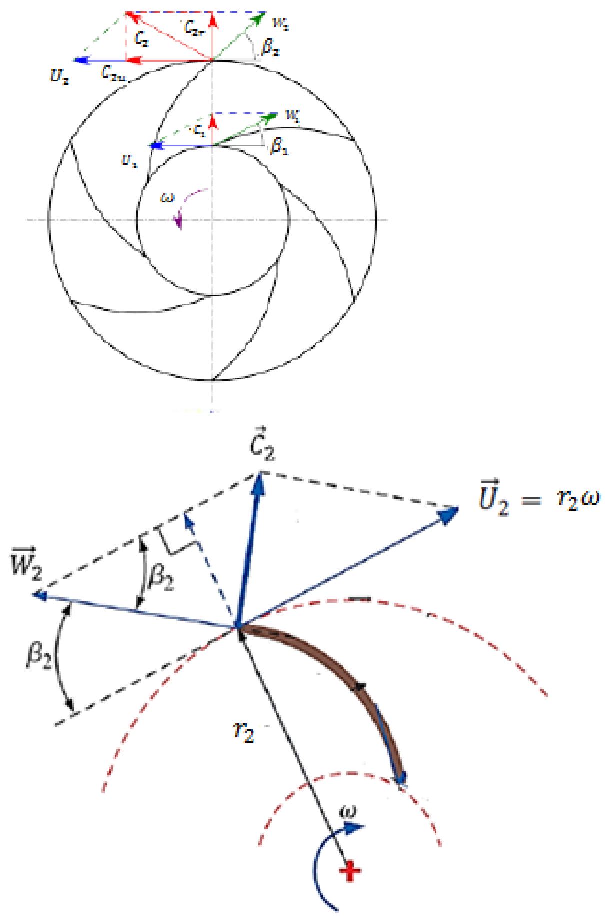
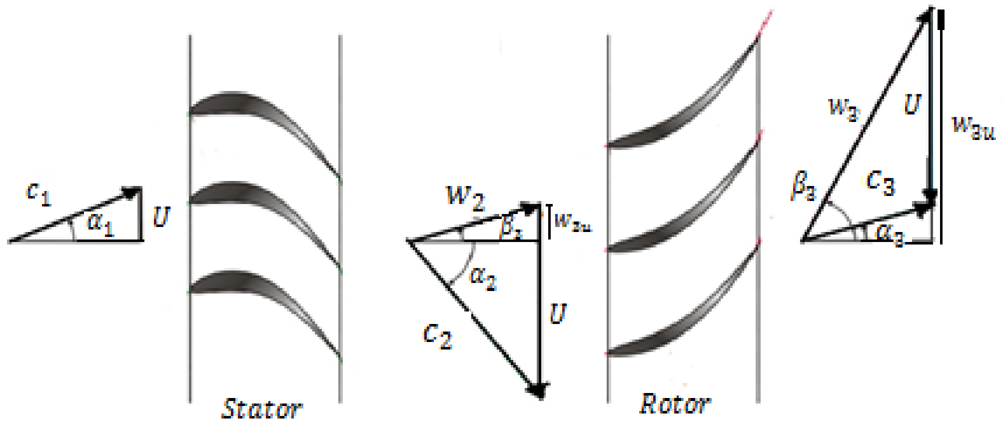
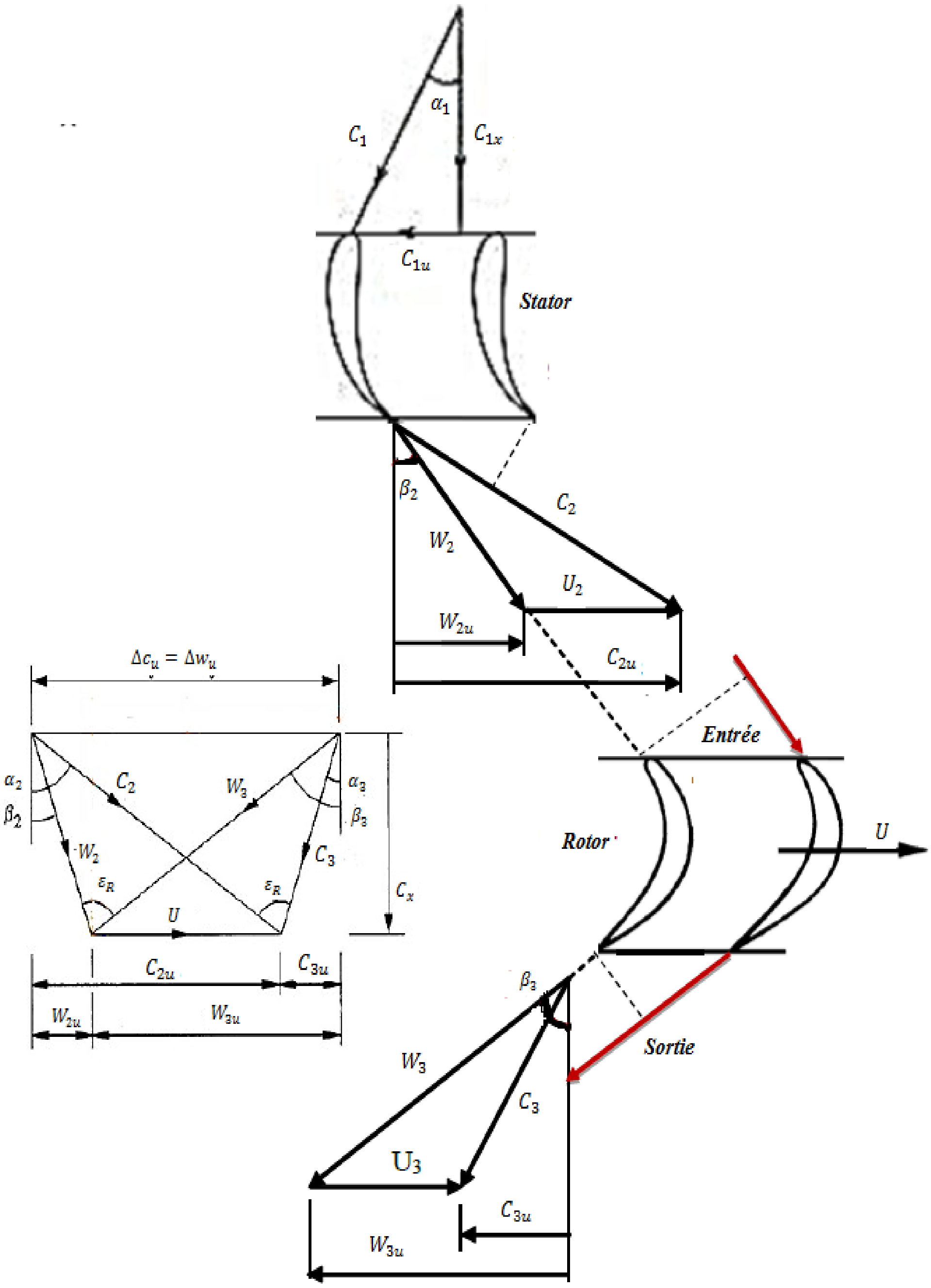


Fig.1.10 b. Triangle de vitesse à la sortie de la roue

.

Le Triangle de vitesse pour une turbine soit comme :





α_1
C_1
C_{1x}
C_{1u}
Stator
β_2
C_2
W_2
U_2
W_{2u}
C_{2u}
$\Delta c_u = \Delta w_u$
α_2
β_2
C_2
W_3
α_3
β_3
W_2
C_3
ε_R
ε_R
U
C_x
C_{2u}
C_{3u}
W_{2u}
W_{3u}
Entrée
Rotor
U
β_3
Sortie
W_3
C_3
U_3
C_{3u}
W_{3u}

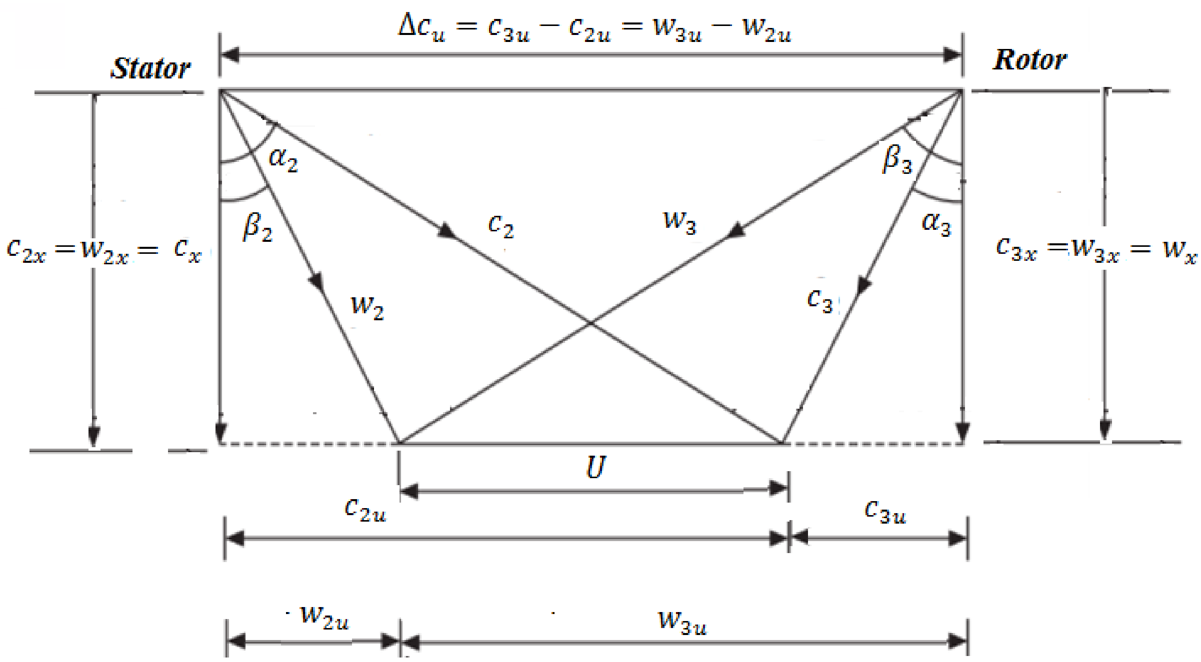
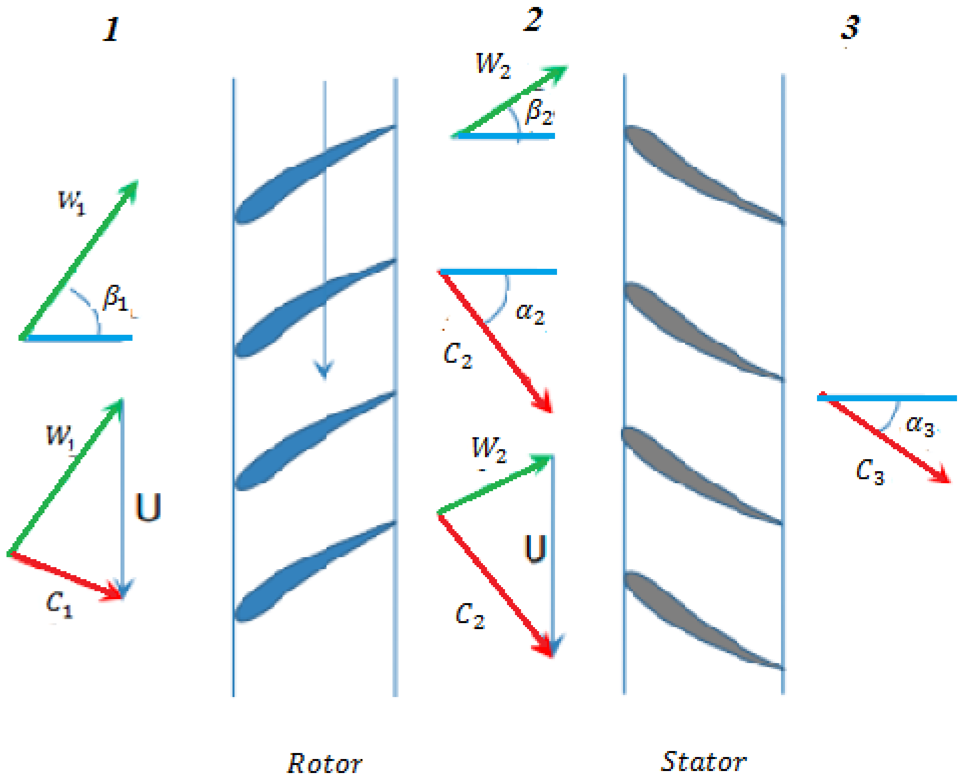


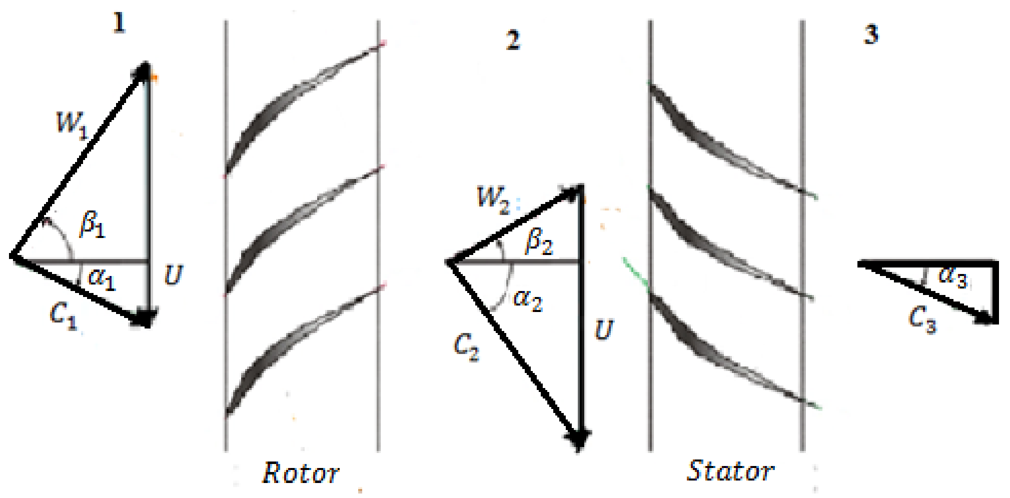
Figure 1.11. Triangle de vitesse pour une turbine

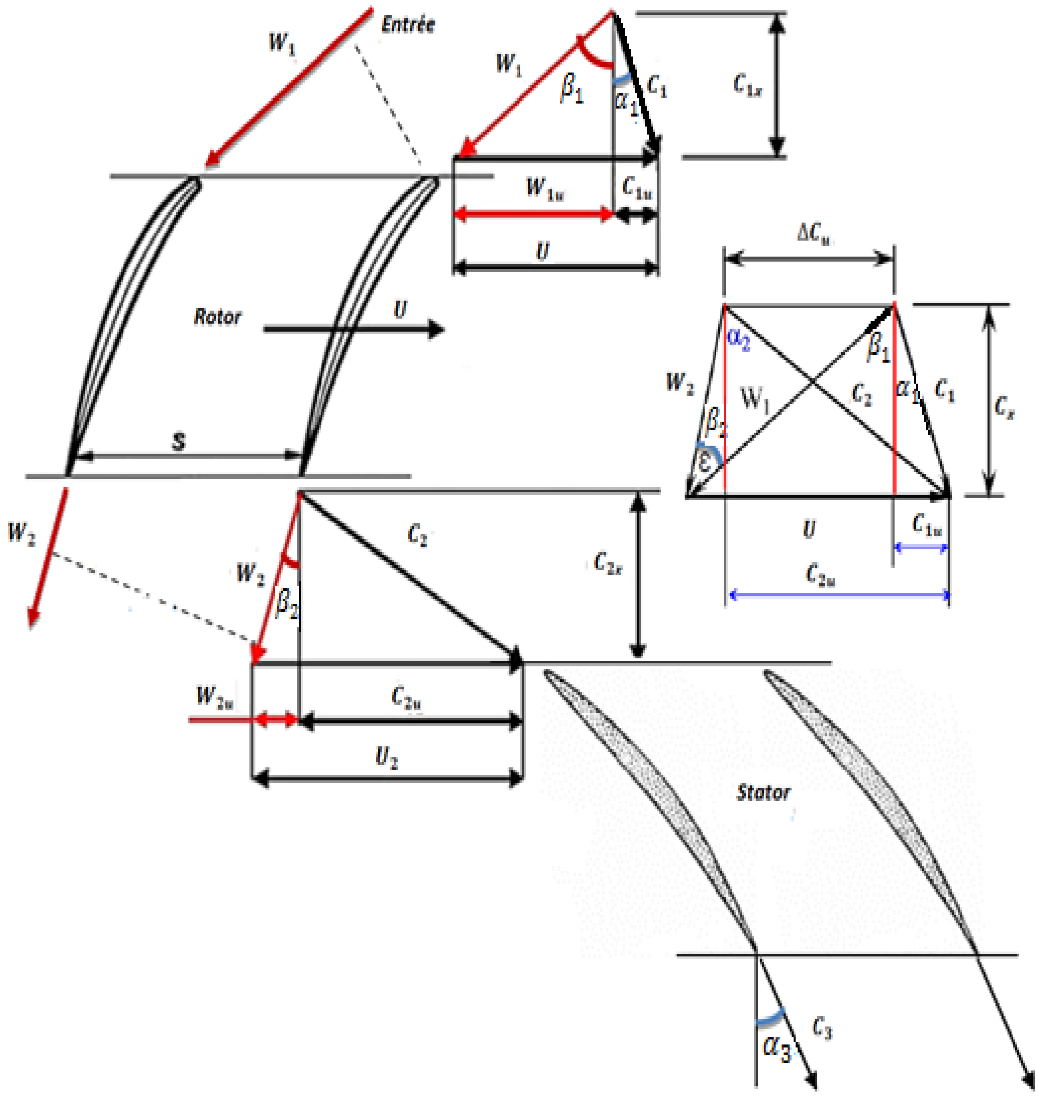
L'équation d'Euler :

$$W_e/U = (C_{3u} - C_{2u})$$

Et le Triangle de vitesse pour un compresseur soit comme :




1
2
3
W_1
β_1
α_1
C_1
U
W_2
β_2
α_2
C_2
U
α_3
C_3
Rotor
Stator


W_1
Entrée
W_1
β_1
C_1
α_1
C_{1x}
W_{1u}
C_{1u}
U
Rotor
U
S
ΔC_u
α_2
β_1
W_2
W_1
C_2
α_1
C_1
C_x
β_2
ε
U
C_{1u}
C_{2u}
W_2
W_2
β_2
C_2
C_{2x}
W_{2u}
C_{2u}
U_2
Stator
α_3
C_3

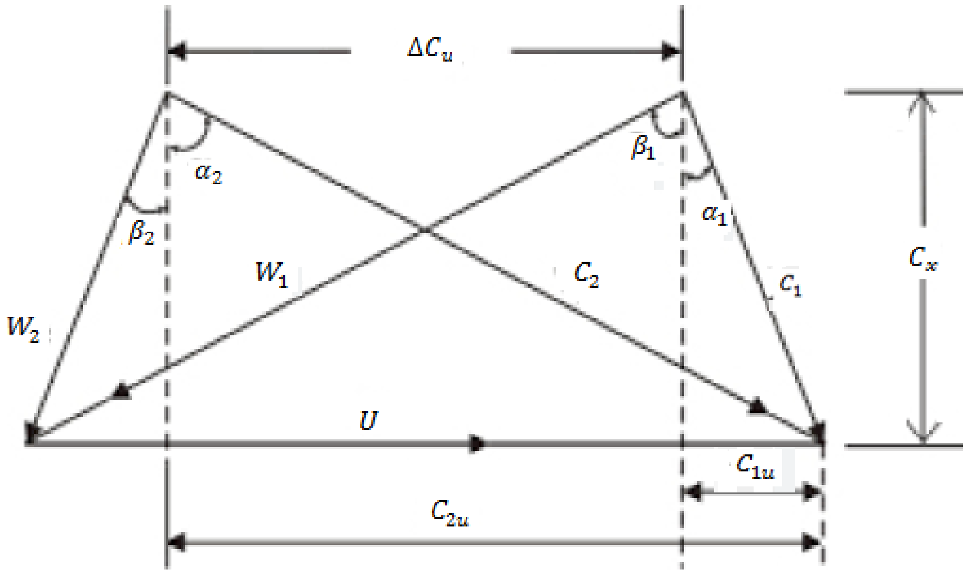


Figure 1.12. Triangle de vitesse pour un compresseur

L'équation d'Euler :

$$W_e/U = (C_{2u} - C_{1u})$$

1.4.2 Le degré de réaction : R

Le degré de réaction caractérise la répartition de la détente d'un fluide entre le rotor et le stator. Le degré de réaction est également défini comme le rapport entre le transfert d'énergie dû au changement de pression statique dans le rotor et le transfert d'énergie total dû au changement de pression totale dans le rotor.

$$R = \frac{Changement\ d'enthalpie\ statique}{Changement\ d'enthalpiedans\ total} = \frac{\Delta h}{\Delta h_0}$$

$$\Delta h = \frac{1}{2}(U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)$$

$$\Delta h_0 = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2) + (U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)$$

$$R = \frac{\Delta h}{\Delta h_0} = \frac{\frac{1}{2}(U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)}{\frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2) + (U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)}$$

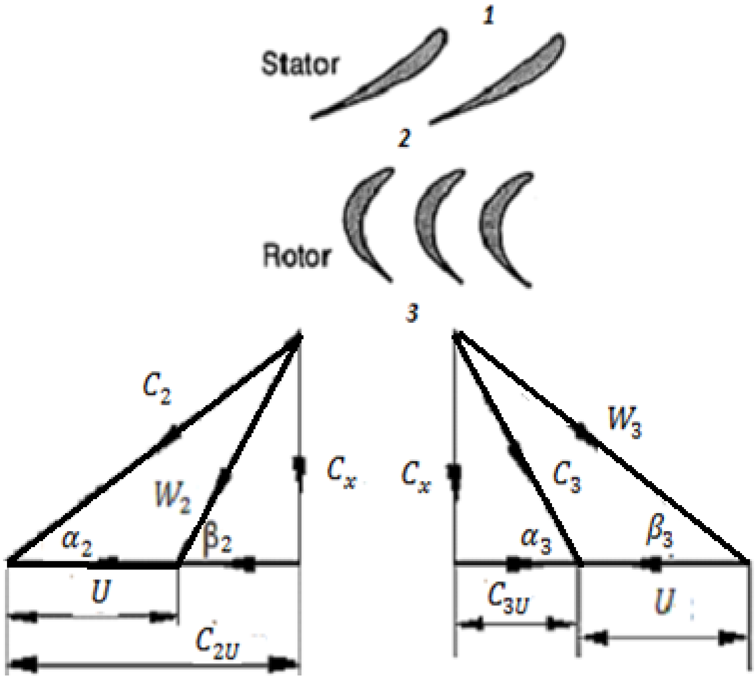
$$R = \frac{(U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)}{(C_2^2 - C_3^2) + (U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)} \qquad (1.29)$$

Triangles de vitesse pour différentes valeurs de degré de réaction [R=0, R=0.5, R=1]

<u>Cas *R=0*</u> : lorsque $R=0$ on trouve $W_2 = W_3$ et $\beta_3 = \beta_2$

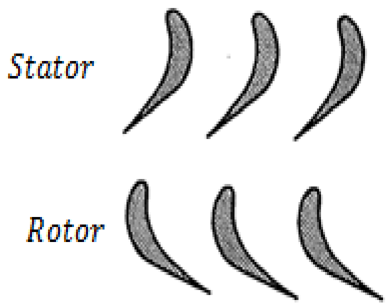
Le transfert d'énergie se produit uniquement en raison du changement d'énergie cinétique absolue. Le degré zéro de réaction est la caractéristiques de la machine à impulsion, c'est-à-dire $W_3 = W_2$. Ici, le transfert d'énergie est purement dû au changement de pression dynamique. (U_3=U_2).

$$R = \frac{(U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)}{(C_2^2 - C_3^2) + (U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)} = \frac{0+0}{(C_2^2 - C_3^2) + (0) + (0)} = 0$$



<u>Cas *R=0.5*</u> : cela implique U_3=U_2, C_2=W_3 , C_3=W_2 et $C_{1x} = C_{2x}$

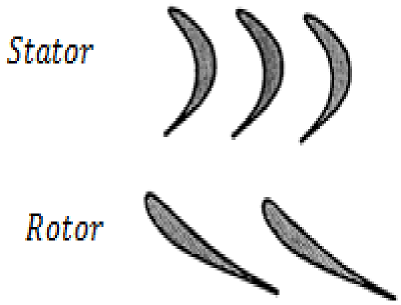
Pour une vitesse symétrique $\alpha_3 = \beta_2$ et α_2=β_3. Le transfert d'énergie se produit initialement par action impulsionnelle, puis par réaction.



$$R = \frac{(U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)}{(C_2^2 - C_3^2) + (U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)} = \frac{0 + (W_2^2 - W_3^2)}{(C_2^2 - C_3^2) + 0 + (W_2^2 - W_3^2)} = \frac{1}{2}$$

Cas *R=1* Lorsque R = 1 (c'est-à-dire 100% de la réaction). Dans ce cas, $C_3 = C_2$, U_3=U_2et C_3>W_2

Le transfert d'énergie se produit uniquement en raison du changement de l'énergie cinétique relative du fluide. Le rotor agit à la fois comme une tuyère et comme un dispositif de transfert d'énergie , de sorte que le transfert d'énergie est purement dû à la variation de la pression statique. Dans ce cas, le stator dirige seulement l'écoulement et toute la variation d'enthalpie se produit dans le rotor.



$$R = \frac{(U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)}{(C_2^2 - C_3^2) + (U_2^2 - U_3^2) + (W_2^2 - W_3^2)} = \frac{0 + (W_2^2 - W_3^2)}{0 + (0) + (W_1^2 - W_2^2)} = 1$$

Pour R=0 l'écoulement est fortement accéléré dans le stator et seulement dévié à vitesse constante dans le rotor. Pour R=1 la situation est inverse. Pour R=0,5 les triangles de vitesses à l'entrée et à la sortie du stator sont identiques. Pour R=0 on obtient des vitesses plus élevées dans le stator et pour R=1 dans le rotor. Pour R=0,5 les vitesses de sortie du stator et du rotor sont identiques et d'une valeur moyenne. Le degré de réaction influence les pertes dans l'écoulement et la température du gaz dans le rotor.

Le degré de réaction caractérise le saut d'enthalpie statique dans le rotor sue l'enthalpie statique dans l'étage et peut s'écrire comme suit :

$$R = \frac{\Delta h_{rotor}}{\Delta h_{étage}} = \frac{h_3 - h_2}{h_3 - h_1} = 1 - \frac{C_{3u} + C_{2u}}{2U}$$

Exercice 1.1:

Calculez la puissance générée par une turbine dans laquelle le débit massique est $\dot{m}$= 5 kg/s et la vitesse à l'entrée est C_1= 975 m/s formant un angle de 70^0 par rapport à la direction axial .on considère que la vitesse à la sortie des aubes du rotor est sans rotation (elle n'a pas de composante périphérique).la turbine tourne à n = 10000 Tr/mn et elle a un diamètre moyen d = 1m.

Solution :

$$\dot{m} = 5kg/s \ \ , n = 9000\, tr/mn, \ \ d = 0.9m, C_1 = 975\, m/s$$

$W = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (C_{2U}U_2 - C_{1U}U_1)$
$C_{1U} = C_1 \sin 70° = C_1 \cos 20° = 916\, m/s$

$U_2 = U_1 = U = \frac{\pi dn}{60} = \frac{\pi \times 0.9 \times 9000}{60} = 423.9 m/s$
$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = -423.9 \times 916 = -388292.4 (m^2/s^2)$
$\boldsymbol{\dot{W}} = -5 \times 388292.4 = -1.94146\, MW$

Exercice1.2:

Un étage d'une turbine à vapeur axiale, reçoit 6 kg/s de vapeur saturée et les stators dirigent l'écoulement vers les rotors avec un angle de 70° par rapport à la direction axiale à une vitesse absolue de 975 m/s. La vitesse tangentielle de l'écoulement à la sortie du rotor est nulle, le diamètre moyen est de 1m et l'arbre tourne 10 000 tr/mn.

- Quelle est la puissance produite par cet étage?
- Quelle est la différence d'enthalpie $h_{01} - h_{02}$ dans cet étage?

Solution :

- L'équation d'Euler pour les turbomachines est :

$$\boldsymbol{\dot{W} = \dot{m}\, (h_{02} - h_{01}) = \dot{m}\, (r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u})\, \omega}$$

$\mathrm{r_1 = r_2 = 0.5m}$, $C_{2u} = 0$
$\mathrm{C_{1u} = C_1 \sin 70^{\circ} = 916\, m/sec}$

$$\omega = \frac{2\pi 1000}{60} = 1047.2\, rad/sec$$

$-\dot{W} = 6\, kg/s\, (0.5m \times 0\, m/s - 0.5m \times 916\, m/s) 1047.2$

$\dot{W} = 2.878\ 10^6$ Watts

$$h_{01} - h_{02} = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = 479.7\ kJ/kg$$

Exercice1.3:

Les caractéristiques de l'entrée d'un roue mobile de turbine : le rayon moyen du roue est r = 0,35m ; n=3000 tr/min et C_1 =220 m/s, sachant que $\alpha_1 = 17°$, angle de la vitesse absolue C_1 avec U.

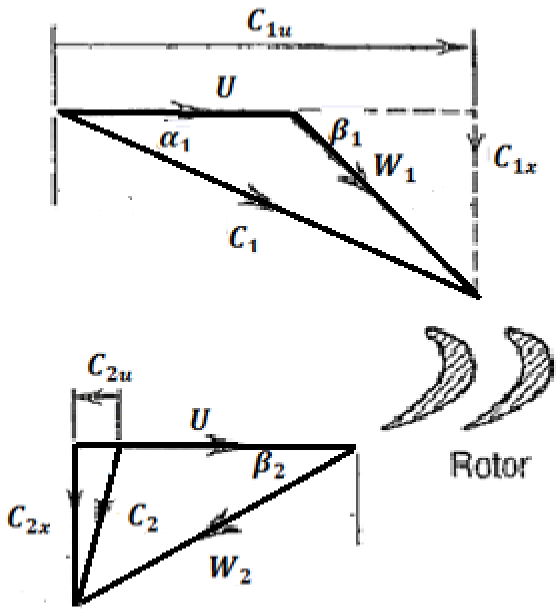
1) Construire le triangle des vitesses à l'entrée et déterminer les éléments suivants : (U, w_1, C_{1u}, β_1)

2) Si la vitesse projetée $\beta_1 = \beta_2$ et $w_2 = w_1$ Calculer C_{2u} et C_2

3) Calculer le travail échangé W_{12} (*J/kg*).

Solution :

Le triangle des vitesses :



$U = \omega \times r$

avec $\omega = \frac{2\pi n}{60}$

$$U = \frac{2\pi n}{60} \times r = \frac{2\pi 3000}{60}\ 0.35 = 109.9\ m/s$$

$C_{1u} = C_1 \cos \propto_1 = 220 \cos 17 = 210.38 m/s$

$$w_1 = \sqrt{U^2 + {C_1}^2 - 2 \times U \times C_{1u}} = \sqrt{109.9^2 + 220^2 - 2 \times 109.9 \times 210.38}$$

$w_1 = 119.31 m/s$

$$\cos\beta_1 = \frac{C_{1u} - U}{w_1} = \frac{210.38 - 109.9}{119.31} = 0.842$$

$\beta_1 = 32.6^{\circ}$

$w_1 = w_2 = 119.31 m/s$; U= $U_2 = U_1 = 109.9 m/s$; $\beta_1 = \beta_2$

La vitesse projetée C_{2x} :

$$\sin\beta_2 = \frac{C_{2x}}{w_2}$$

$C_{2x} = \mathrm{w}_2 \sin\beta_2 = 119.31 \times \sin 32.6 = 64.28 \text{ m/s}$

$C_{2u} = \mathrm{w}_2 \cos\beta_2 - \mathrm{U} = 119.31 \times \cos 32.6 - 109.9 = -9.44 \text{m/s}$

$C_2 = \sqrt{{C_{2u}}^2 + {C_{2x}}^2} = \sqrt{9.44^2 + 64.28^2} = 64.97 m/s$

Le travail échangé W_{1-2}:

$W_{12} = U(C_{1u} - C_{2u}) = 109.95(210.38 + 9.47) = 24173.6 J/kg$

$W_{12} = 24.17 kJ/kg$

<u>Exercice1.4</u>:

Les gaz de combustion s'écoulent dans une turbine axiale avec une vitesse absolue C_2 = 500 m/s et un angle α_2 = 67 °.
La vitesse relative est à un angle β_2= 30° lorsqu'elle pénètre dans le rotor et à un angle $\beta_3 = -$ 65° lorsqu'elle quitte le rotor, (a) Déterminez le travail effectuer par la turbine. Supposez que la vitesse axiale être constante.

Solution :

D'après Euler le travail effectuer par la turbine est :

$$\dot{W} = (C_{2U} U_2 - C_{3U} U_3)$$

Turbine axial implique $W_x = C_x \; et \; U_3 = U_2 = U$

Le travail sera : $\dot{W} = U(C_{2U} - C_{3U})$

D'après le triangle de vitesses : on a $C_2 = 500 m/s$, et $\cos\alpha_2 = \cos 67°$

$C_x = C_2 \cos\alpha_2$ $\qquad C_x = 500 * \cos 67°$ =195.37m/s

$C_{2u} = C_2 \sin\alpha_2$ $\qquad C_{2u} = 500 \sin 67° = 460.25$m/s

Puisque $W_x = C_x$ pour la vitesse relative :

$W_{2u} = C_x \tan\beta_2$ $\qquad W_{2u} = 195.37 \tan 30° = 112.8$ m/s

La vitesse périphérique :

$U = C_{2u} - W_{2u} = 460.25 - 112.8 = 347.64$m/s

A la sortie du rotor :

$W_{3u} = W_x \tan \beta_3$ =195.37-tan $-65°$=-418.96m/s

La composante tangentielle à la sortie:

$C_{3U} = W_{3u} + U = -$418.96+347.46= $-$71.5m/s

Le travail est :

$\dot{W} = U(C_{2U} - C_{3U}) = 347.46(460.25 + 71.5) = 184.763$J/kg.

Chapitre 2 : Similitudes Dans Les Turbomachines

2.1Introduction :

L'objectif est de comparer les performances de deux turbomachines de conception similaire. Ainsi, elle est également utilisée pour mettre en relation les performances d'un modèle de turbomachine avec son prototype. Ces tâches sont effectuées en termes de variables non dimensionnelles appropriées.

La similitude fait généralement référence à la similitude de la géométrie et la similitude cinématique et la similitude dynamique.

Pour y parvenir, les deux machines doivent être géométriquement similaires, cela signifie qu'ils ne diffèrent que par leur échelle.

La similitude cinématique, ce qui signifie que les modèles de rationalisation dans deux machines sont identiques.

La similitude dynamique est obtenue si les rapports des composantes de force aux points correspondants de l'écoulement à travers ces machines sont égaux. La proportionnalité des composantes de force visqueuse implique que le nombre de Reynolds est le même pour les deux machines. Pour obtenir une similitude dynamique complète, les deux flux doivent avoir des distributions de densité similaires, car alors les forces d'inertie sont proportionnelles en deux points correspondants dans des flux cinématiquement similaires.

Ceci est trivialement satisfait pour un fluide incompressible de densité uniforme, mais pour les fluides compressibles, les nombres de Mach doivent être les mêmes en deux points correspondants dans l'écoulement. La définition du nombre de Mach implique la température, qui, avec la pression, détermine la valeur de la densité.

La variable géométrique la plus évidente est le diamètre D du rotor. La densité ρ et la viscosité μ sont les deux propriétés de fluide les plus courantes rencontrées dans les écoulements de turbomachines, la vitesse de rotation N du rotor est la variable opérationnelle la plus importante, elle est classiquement exprimée en tours par minute, Les variables de performance comprennent le débit volumétrique Q et le travail réversible effectué par unité de masse W_e, ainsi que des grandeurs telles que la puissance $\dot{W}$ qui sont liées.

2.2 Le coefficient de débit ϕ

Le coefficient de débit est un rapport entre une vitesse normale et une vitesse caractéristique, pour une machine axiale C_x est la vitesse liée au débit. La vitesse caractéristique est la vitesse tangentielle U proportionnel au ND.

$$\phi = \frac{C_{x,m}}{U} = \frac{\dot{m}/\rho A}{ND/2} \quad \rightarrow \phi = \frac{\dot{m}}{\rho N D^3} \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{Q}{ND^3} \qquad (2.1)$$

2.3 Le coefficient de charge ψ

La variable de performance la plus importante est le travail effectué sur le fluide ou fourni par la machine. Sa forme non dimensionnelle est le coefficient de charge ψ

$$\psi = \frac{W_e}{U^2} \rightarrow \quad \psi = \frac{W_e}{N^2 D^2} \tag{2.2}$$

2.4 Le coefficient de puissance *P* :

Le coefficient de puissance P est le produit de coefficient de débit ϕ et de charge ψ :

$$P = \frac{\dot{W}}{\rho N^3 D^5} = \phi \cdot \psi \tag{2.3}$$

Le coefficient de puissance pour une turbine à rendement η_t et compresseur avec rendement η_c sont :

$$P = \eta_t \phi \cdot \psi \quad \text{et} \quad P = \eta_c \phi \cdot \psi$$

.

Un variable adimensionnel qui inclut la viscosité du fluide μ conduira à une certaine forme de nombre de Reynolds, la forme habituelle, cependant, est :

$$Re = \frac{\rho N D^2}{\mu} \rightarrow Re = \frac{N D^2}{\nu} \tag{2.4}$$

2.5 Formes particulières

2.5.1 Les Pompe :

Le coefficient de débit ϕ :

$$\phi = \frac{Q}{N D^3} \tag{2.5}$$

Le coefficient de charge ψ :

$$W_e = gH \quad \rightarrow \quad \psi = \frac{gH}{N^2 D^2} \tag{2.6}$$

2.5.2 Les Ventilateurs :

Le coefficient de charge ψ :

$$\psi = \frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2} \tag{2.7}$$

3.5.3 La pression totale :

$$\dot{W} = \frac{\Delta P_0 Q}{\eta}$$

2.6. Paramètre de forme ou vitesse spécifique

Le coefficient de débit et le coefficient de travail peuvent être combinés de manière à éliminer le diamètre. En élevant le résultat à un niveau tel qu'il devienne directement proportionnel à la vitesse de rotation, donne un paramètre appelé vitesse spécifique, qui est donné par :

$$N_s = \left(\frac{Q}{ND^3}\right)^{1/2} \left(\frac{N^2 D^2}{gH}\right)^{3/4} = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \tag{2.8}$$

Cette équation est pertinente pour les pompes et pour les turbines hydrauliques, la vitesse spécifique peut être calculée par : $N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}$

Puisque le fluide de travail est un liquide. Il montre que les machines avec de faibles débits et une élévation de pression élevée ont un faible N_s.

Exercice 2.1 :

Une pompe centrifuge opère avec les caractéristiques suivantes :

Q = 1.25 m^3/sec

N = 1750 tr/min

H = 133 mm d'eau

On désire construire une pompe plus grande avec la même tête H ,et le meme rendement η mais avec une vitesse de rotation N =1440 tr/min.en supposant que l'on peut négliger les effets de Reynolds quel sera le débit volumique de la grande pompe.

Solution:

si on néglige les effets de Reynolds, et si le rendemment η est constant donc $\phi = \frac{\dot{Q}}{ND^3} = \text{cte}$ pour les deux pompes. Cela implique que ψ est également cst pour les 2 pompes. Par consequent :

$$\frac{gH_1}{(N_1 D_1)^2} = \frac{gH_2}{(N_2 D_2)^2}$$

Et comme on désire H_1=H_2 , alors :

$$D_2 = \frac{N_1 D_1}{N_2}$$

De plus comme :

$$\frac{\dot{Q}_1}{N_1 D_1^3} = \frac{\dot{Q}_2}{N_2 D_2^3}$$

On aura :

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \qquad \dot{Q}_2 = 6.28\, m^3/s$$

Exercice 2.2:

L'eau liquide avec la densité ρ = 998 kg / m^3 s'écoule à travers une pompe axial, Avec un diamètre de rotor de 18 cm et un débit de 120 m^3 / h. La pompe fonctionne à 1450 tr / min, et le travail de la pompe est de 115 J / kg. Si une deuxième pompe de la même série a un diamètre de 14 cm et fonctionne à 2700 tr / min, Comme les pompes sont géométriquement semblables et ont un coefficient de travail et une efficacité égaux, trouver pour la deuxième pompe : (a) le débit massique. (b) la Puissance de pompage.

Solution :

Puisque les pompes sont géométriquement semblables et leurs efficacités sont les mêmes, la similarité dynamique peut être supposée ainsi :

$$\frac{Q_1}{N_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{N_2 D_2^3} \qquad Q_2 = Q_1 \frac{N_2 D_2^3}{N_1 D_1^3} = 120 \frac{2700 \times 14^3}{1450 \times 18^3} = 105.134 m^3\ /h$$

Et le débit massique est :

$$\dot{\boldsymbol{m}}_{\boldsymbol{2}} = \rho Q_2 = \frac{998 \times 105.134}{3600} = 29.145\ kg/s$$

Avec un coefficient de travail et une efficacité égaux, il s'ensuit que :

$$\frac{W_1}{N_1^2 D_1^2} = \frac{W_2}{N_2^2 D_2^2}$$

$$W_2 = W_1 \frac{N_2^2 D_2^2}{N_1^2 D_1^2} = 115 \frac{2700^2 \times 14^2}{1450^2 \times 18^2} = 241.213\, J/kg$$

Puissance de pompage :

$$\boldsymbol{\dot{W}_2 = \dot{m}_2 \cdot W_2 = 29.145 \times 241.213 = 7030.15\, W}$$

Étant donné que le rapport des vitesses de rotation et des débits est utilisé dans les calculs, il n'est pas nécessaire de les couvrir à l'unité standard.

Exercice 2.3 :

La quantité d'eau disponible pour une station hydroélectrique est de 310 m^3/s sous une hauteur de chute de 1,8 m. En supposant que la vitesse de chaque turbine est de 60 tours/minute et que le rendement est de 85%, trouver le nombre de turbines nécessaires et la puissance produite par chaque turbine. Chaque turbine a une vitesse spécifique de 685,6 (SI).

Solution :

Cherchons P et N_s ?

La puissance P :

$$\eta = \frac{P}{\rho g H Q} \rightarrow\rightarrow P = \eta \rho g H Q$$

$P = \eta \times \rho \times g \times H \times Q$ =0.85$\times$ 1000 $\times$ 9.81 $\times$ 1.8 $\times$ 310 = 4652.883 kW

La vitesse spécifique de turbine

$$N_s = 685.6 = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}}$$

$$\frac{685.6 \times H^{\frac{5}{4}}}{N} = \sqrt{P}$$

$$\sqrt{P} = \frac{685.6 \times 1.8^{\frac{5}{4}}}{60} = 23.82375 \therefore \mathrm{P} = 567.57\ kW$$

La puissance produite par chaque turbine est 567.57 kW.

Le nombre de turbines nécessaires est : $\frac{4652.88}{567.57} = 8.19 \approx$ **9 Turbines.**

Exercice 2.4 :

Un modèle de turbine est testé sous une hauteur de chute de 50 m. Le prototype construit à l'échelle 1:4 doit fonctionner sous une hauteur de chute de 10 m à 450 tr/min. (a) A quelle vitesse doit tourner le modèle s'il développe 60 kW en utilisant 0,9 m^3/s à cette vitesse. (b) Quelle puissance sera obtenue du prototype en supposant que son efficacité est supérieure de 3% à celle du modèle.

Solution :

Donnée : $\frac{D_p}{D_m} = \frac{1}{4}$; $H_m = 50m,\ H_p = 10m,\ N_p = 450\ tr/mn, P_m = 60kW, Q_m = 0.9\mathrm{m}^3/\boldsymbol{s}.$

$N_m = ?$; $P_p = ?$; $\eta_{\boldsymbol{p}} = 3\%$

$$\left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_m = \left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_p \gg \left(\frac{\mathrm{D_p}^2}{\mathrm{D_m}^2}\right)\left(\frac{\mathrm{H_m}}{\mathrm{H_p}}\right) = \left(\frac{\mathrm{N_m}^2}{\mathrm{N_p}^2}\right)$$

$$\left(\frac{1^2}{4^2}\right)\left(\frac{50}{10}\right) = \left(\frac{\mathrm{N_m}^2}{\mathrm{N_p}^2}\right) = 0.3125 \gg \mathrm{N_m}^2 = 0.3125 \times \mathrm{N_p}^2 \gg \mathrm{N_m}^2 = 0.3125 \times 450^2$$

${N_m}^2 = 63{,}281.25 \therefore \ N_m = 251.5576 \text{ tr}/mn.$

$\boldsymbol{\eta_m} = \frac{\text{Pm}}{\rho\text{gHm Qm}} \gg \boldsymbol{\eta_m} = \frac{60\times10^3}{1000 \times 9.81 \times 10 \times 0.9} = 0.6795 = 67.95\%$

$\boldsymbol{\eta_p} = \frac{\text{Pp}}{\rho\text{gHp Qp}} = (\boldsymbol{\eta_p} = \boldsymbol{\eta_m} + \mathbf{3}\%) = \frac{\text{Pp}}{\rho\text{gHQ}} \therefore \boldsymbol{P} = (\mathbf{0.6795} + \mathbf{0.03})\boldsymbol{\rho g H Q} \gg$

$\boldsymbol{P = 0.7095 \times 1000 \times 9.81 \times 50 \times 0.9 = 3,13,243.5\ W = 313.2435\ kW}$

Exercice 2.5:

Des essais sur une roue de turbine de 1,25 m de diamètre à 30 m de hauteur ont donné les résultats suivants : Puissance développée 736 kW, vitesse 180 tr/min. Débit 2,7 m/s. Trouvez le diamètre, la vitesse et le débit d'une roue pour fonctionner à 45 m de hauteur et donner 1472 kW de puissance au même rendement. Quelle est la vitesse spécifique des deux turbines ?.

Solution :

$$D_1 = 1.25m, \quad H_1 = 30m, \ P_1 = 763kW, \ N_1 = 180\, tr/mn,$$
$$Q_1 = 2.7\, m^3/s, \quad D_1 = ?$$

$$H_2 = 45m, \ P_2 = 1472kW, N_2 = ?, Q_2 = ?, \quad N_{s1} = ?, N_{s1} = ?$$

Depuis la formule de coef de charge on peut écrire :

$$\left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_1 = \left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_2$$

$$\frac{9.81 \times 30}{180^2 \times 1.25^2} = \frac{9.81 \times 45}{N^2D^2}$$

$$N_2^2 \times D_2^2 = \frac{45}{5.93 \times 10^{-4}}$$

$$N_2 = \frac{275.57}{D_2} \qquad (1)$$

Depuis la formule de coef de puissance on peut écrire :

$$\left(\frac{P}{\rho N^3D^5}\right)_1 = \left(\frac{P}{\rho N^3D^5}\right)_2$$

$$\frac{736}{\rho \times 180^3 \times 1.25^5} = \frac{9.81 \times 45}{\rho\ \left(\frac{275.57}{D_2}\right)^3 D_2^5}$$

$$\boldsymbol{D_2 = 1.3m}$$

De l'équation(1) :

$$N_2 = \frac{275.57}{1.3} = \mathbf{211.4 tr/mn}$$

De la formule de coef de débit :

$$\left(\frac{Q}{ND^3}\right)_1 = \left(\frac{Q}{ND^3}\right)_2$$

$$\frac{2.7}{180 \times 1.25^3} = \frac{2.7}{211.4 \times 1.3^3}$$

$$\boldsymbol{Q_2 = 3.56\, m^3/s}$$

$$N_{1s} = \frac{N_1\sqrt{P_1}}{H_1^{5/4}} = \frac{180 \times \sqrt{736}}{30^{5/4}} = 69.55\, tr/mn$$

$$N_{2s} = \frac{N_2\sqrt{P_2}}{H_2^{5/4}} = \frac{211.4 \times \sqrt{1472}}{45^{5/4}} = 69.55\, tr/mn$$

i.e., $N_{1s} = N_{2s}$

Exercice 2.6:

Un modèle réduit de turbine à l'échelle 1/4 est testé sous une hauteur de chute de 10 mètres. Le prototype doit fonctionner sous une hauteur de chute de 30 mètres et tourner à 425 tr/min. Estimez la vitesse du modèle s'il développe 125 kW et consomme 1,1 m^3/s d'eau à cette vitesse. Calculez également la puissance de sortie du prototype et suggérez le type de turbine.

Solution :

$\frac{D_m}{D_p} = \frac{1}{4}, H_m = 10m,\ \ H_p = 30m, N_p = 425\, tr/mn,\ \ \ Q_m = 1.1\, m^3/s\, , P_m = 125kW$

$N_p = ?,\ \ \rho_p = ?$

La vitesse du modèle depuis le coefficient de charge :

$$\left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_p = \left(\frac{gH}{N^2D^2}\right)_m$$

$$N_m^2 = N_p^2 \times \frac{H_m}{H_p} \times \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2 = 425^2 \times \frac{10}{30} \times 4^2$$

$N_m = 981.49\, tr/mn,$

La puissance de sortie du prototype :

$$\left(\frac{P}{\rho N^3 D^5}\right)_p = \left(\frac{P}{\rho N^3 D^5}\right)_m$$

$$P_p = \left(\frac{N_p}{N_m}\right)^3 \times \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^5 \times P_m = \left(\frac{425}{981.49}\right)^3 \times 4^5 \times 125$$

$$P_p = 10392.48kW.$$

Le type de turbine :

La vitesse spécifique de la turbine :

$$N_{sp} = N_{sm} = \frac{N_p\sqrt{P_p}}{H_p^{5/4}} = \frac{425\sqrt{10392.48}}{(30)^{5/4}}$$

$$N_{sp} = 617.1\, tr/mn.$$

D' après le tableau des machines hydraulique et depuis que la valeur de N_{sp} situé entre 368 et 856 : C'est la turbine de kaplan.

Exercice 2.7:

Un ventilateur axial encastré de 1.83m de diamètre doit être conçu pour opérer à N = 1400tr/min à la pression atmosphérique. L'air doit avoir une vitesse en amant de 12.2m/s.

a) Dans le but d'évaluer le design, on construit un modèle réduit à une échelle de ¼ et on fixe la vitesse de rotation N à 1400 tr/min. quelle devra être la vitesse de fluide pour avoir une similitude dynamique ?

b) Pour obtenir une similitude complète, on décide de tester le modèle dans un réservoir sous pression. En supposant que la viscosité n'est une fonction de la pression et que l'essai est fait à la même température, et en supposant que l'air agit comme un gaz parfait. Déterminer la pression à laquelle on devra effectuer le test ?

Solution :

Pour une similitude dynamique, on a :

$$\frac{Q}{ND^3} = constante$$

Or :

$$\frac{Q_1}{N_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{N_2 D_2^3}$$

Donc :

$$\frac{V_1 D_1^2}{N_1 D_1^3} = \frac{V_2 D_2^2}{N_2 D_2^3}$$

$V_2 = \frac{N_2 D_2}{N_1 D_1} V_1 = 9.15\, m/s$

b) Pour une similitude complete on doit avoir :

$$\frac{\rho_1 N_1 D_1^2}{\mu_1} = \frac{\rho_2 N_2 D_2^2}{\mu_2}$$

De plue $\mu_1 = \mu_2$ car $T_1 = T_2$ et par l'equation de gaz parfait on a : $P = \rho RT$

Donc :

$$P_1 N_1 D_1^2 = P_2 N_2 D_2^2$$

$$P_2 = 5.33\ atm$$

Chapitre 3: Les Pompes

3.1 Introduction

Les pompes sont des appareils permettant un transfert d'énergie entre le fluide et un dispositif mécanique convenable. Suivant les conditions d'utilisation, ces machines communiquent au fluide soit principalement de l'énergie potentielle par accroissement de la pression en aval, soit principalement de
L'énergie cinétique par la mise en mouvement du fluide.

On trouve un grand nombre de pompes que l'on peut classer en deux grands groupes :

- Les pompes volumétriques comprenant les pompes alternatives (à piston, à diaphragme, …) et les pompes rotatives (à vis, à engrenage, à palettes, hélicoïdales, péristaltiques …).
- Les turbo-pompes sont toutes rotatives ; elles regroupent les pompes centrifuges, à hélice, hélico centrifuges.

3.2 Les pompes volumétrique ou à déplacement positif (alternatives ou rotatives):

Les pompes volumétriques déplacent à chaque cycle une quantité constante de liquide. Avec des éléments communs : corps de pompe contenant ensemble tournant et déterminant le volume pompant. Hautes pressions, débits moins importants que les pompes centrifuges. Machines hydrostatiques, transfert positif, ne travaillent pas contre un système fermé.

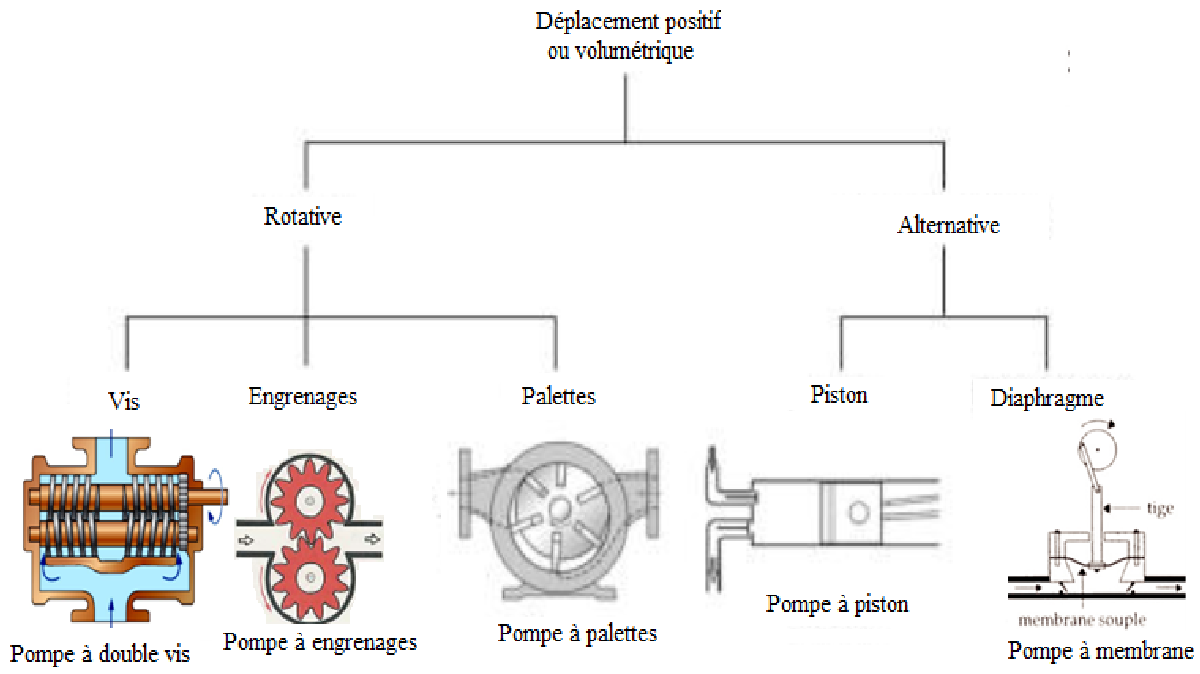


Fig 3.1 Pompes volumétrique : alternatives et rotatives

3.3 Les pompes centrifuges

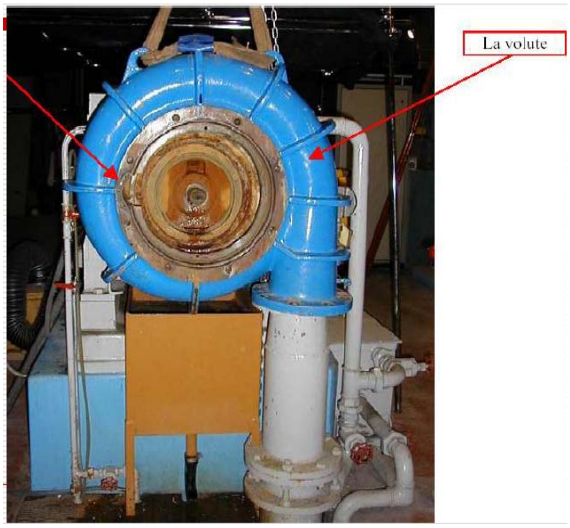
3.3.1 Caractéristiques générales des pompes centrifuges

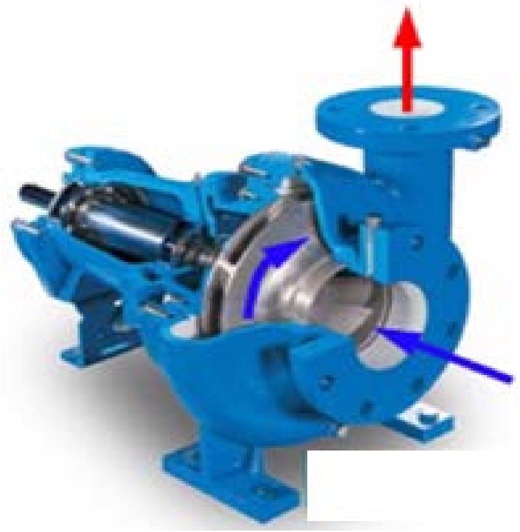
Une pompe centrifuge est une machine tournante destinée à transmettre au liquide pompé une énergie suffisante pour provoquer son déplacement dans un réseau hydraulique comportant en général une hauteur géométrique d‘élévation de niveau (Z), une augmentation de pression (p) et des pertes de charges. Une pompe centrifuge est constituée principalement par une roue à ailettes ou aubes (rotor) qui tourne autour de son axe à l’intérieur d’un carter étanche appelé corps de pompe ou stator. On distingue deux types de corps de pompe ou stator dans lequel tourne le rotor, soit le corps de pompe à volute et celui à diffuseur.

-le corps de pompe à volute, en forme de colimaçon, qui s’élargit vers la sortie tangentielle, la pompe est alors dite : Pompe centrifuge à volute.

-le corps de pompe a diffuseur, la forme circulaire, qui comporte des lames directrices fixes, la sortie est alors radiale plutôt que tangentielle. Ce type de pompe est appelé pompe centrifuge à diffuseur. On trouve aussi des pompes à volute munies d’un diffuseur. Le diffuseur est surtout utilisé dans les pompes multicellulaires.

Le calcul des pompes centrifuges s’effectue par l’analyse dimensionnelle et par le théorème d’Euler.





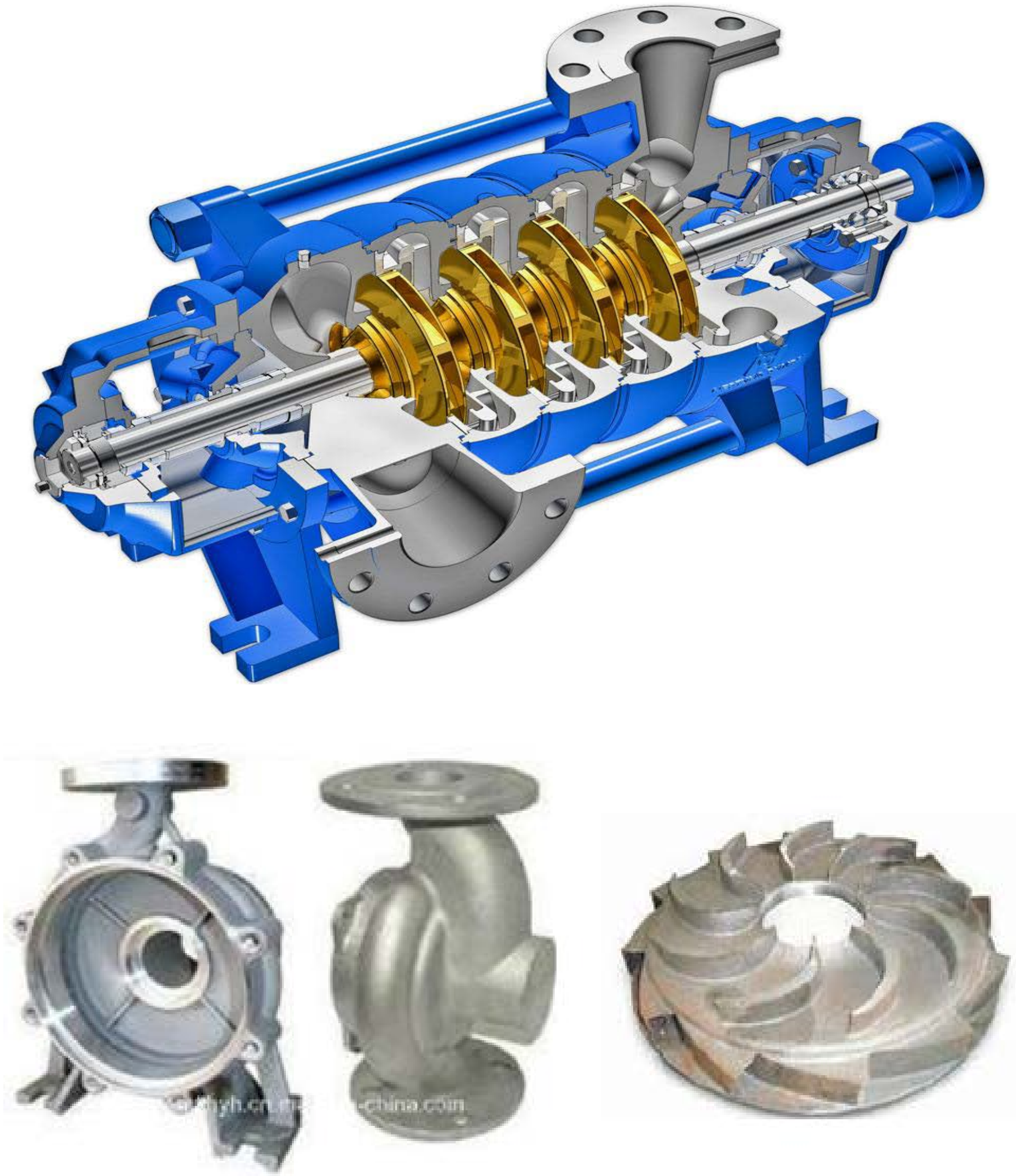


Figure 3-2- Pompes centrifuge

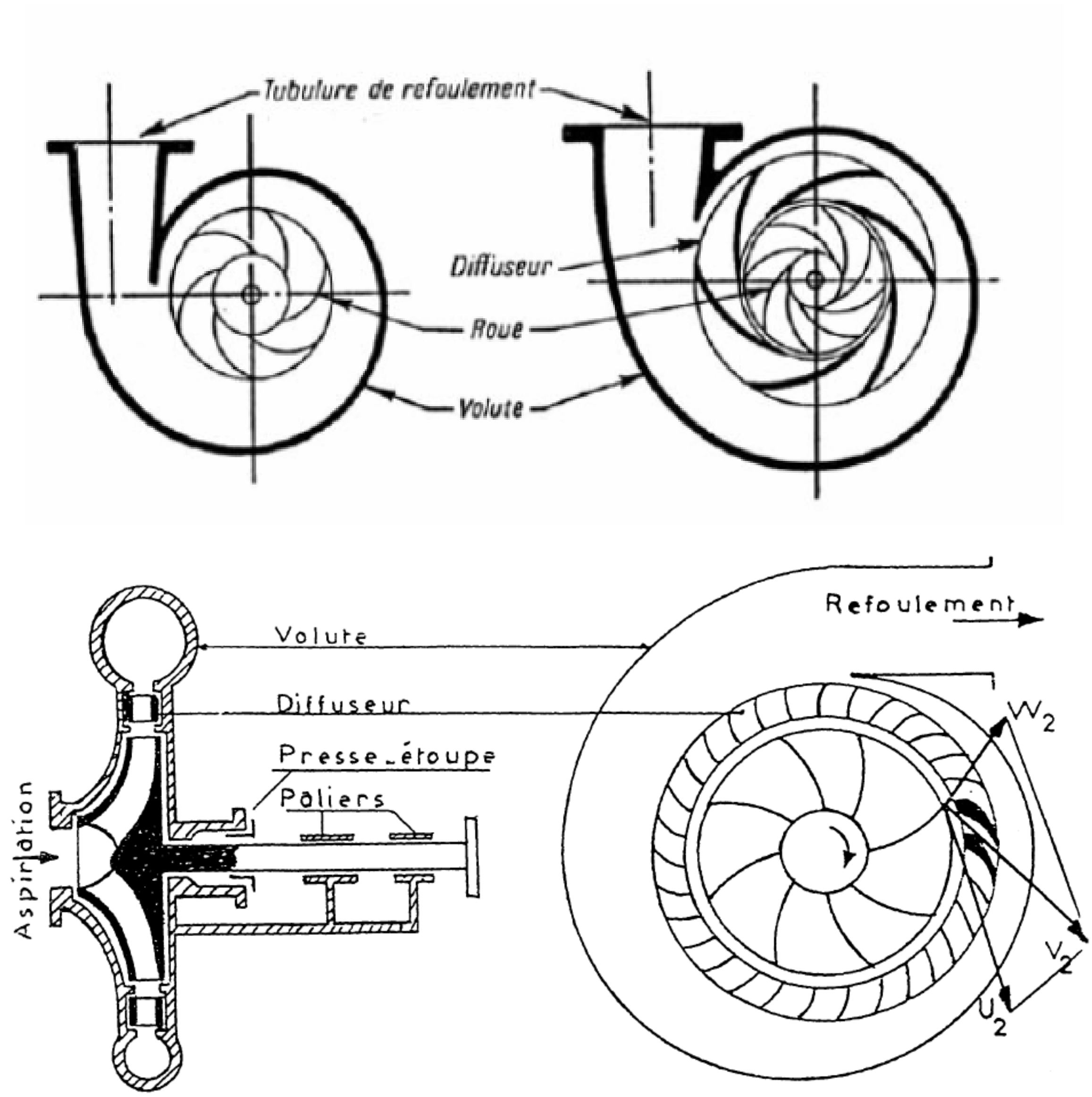


Figure 3-3- Schéma de la pompe centrifuge

3.4. Relations générales

Les caractéristiques les plus importants sont le débit Q, l'hauteur H, la puissance P, et le rendement η.

3.4.1. Le débit volumique (m^3/s)

C'est le volume qu'une turbomachine doit fournir par unité de temps.

$$Q_V = V/t \ \ [m^3/s] \quad 3.1$$

3.4.2 Hauteur

- Hauteur théorique : La hauteur est définit par l'équation d'Euler.

- Hauteur manométrique : C'est la hauteur qui permet à l'énergie reçue par le liquide à l'intérieur de la pompe de surmonter les pertes de charge.

3.4.2.1 Hauteur théorique

La première loi de la thermodynamique à travers une pompe est :

$$W = h_{02} - h_{01} = \left(u_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) - \left(u_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) \quad 3.2$$

Dans les fluides incompressibles, l'énergie interne augmente uniquement en raison des irréversibilités dans un écoulement adiabatique. Ainsi, si le débit à travers la pompe est réversible et adiabatique, l'énergie interne n'augmente pas et $u_2 = u_1$. Dans cette situation, l'équation précédente se réduit à :

$$W_s = \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) - \left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) \quad 3.3$$

L'hauteur H représente le travail net réalisé par une pompe par unité de poids du fluide est définie comme :

$$H = \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2\right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1\right) \quad 3.4$$

Il représente donc le travail effectué par une pompe réversible par unité de poids du fluide. Sur la base de l'unité de masse, le travail réversible est :

$$W_e = gH \quad 3.5$$

Étant donné que la hauteur théorique est facilement calculer, ainsi avec les composantes des vitesses:

$$H = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} \quad 3.6$$

3.4.2.2 Hauteur manométrique

Pour une Pompe :

H_m : hauteur réelle ou hauteur manométrique totale (H.M.T.)

$$H_m < H$$

$$H_{mt} = H - pertes\ de\ charge$$

Pour une Turbine :

$$H < H_m$$

$$H_m = H + pertes\ de\ charge$$

3.4.3 Triangle des vitesses

Pour toute l'étude ultérieure, nous utiliserons les triangles des vitesses précités avec les conventions suivantes :

• On utilisera l'indice **1** pour les variables à l'entrée et l'indice **2** pour celles à la sortie de la roue.
• On désignera par α l'angle formé par la vitesse absolue et la vitesse d'entrainement et par β l'angle formé par la tangente à la circonférence et la tangente à l'aube dans le sens opposé au mouvement.

• Vitesses périphérique :

$$U = 2\pi Nr/60$$

• **Vitesses méridienne :**

$$C_m = C\sin\alpha$$

• **Composante tangentielle ou périphérique :**

$$C_u = C\cos\alpha$$

Triangle des vitesses : Entrée – Sortie :

L'énergie transférer par la pompe centrifuge est donnée par :

$W_e = gH = U_2C_{2u} - U_1C_{1u}$ (Euler)

Puisque $C_{1u} = 0$ on a : $W_e = gH = U_2C_{2u}$

De la sortie de triangle de vitesse : $C_{2u} = U_2 - W_{2u}$

A cause de :

$$\cot\beta_2 = \frac{W_{2u}}{C_{2r}} \rightarrow\rightarrow W_{2u} = C_{2r}\cot\beta_2$$

On peut écrire $C_{2u} = U_2 - W_{2u} = U_2 - C_{2r}\cot\beta_2$

$$gH = U_2C_{2u} = U_2(U_2 - C_{2r}\cot\beta_2)$$

Donc : $\boldsymbol{H} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2C_{2r}}{g}\cot\beta_2$

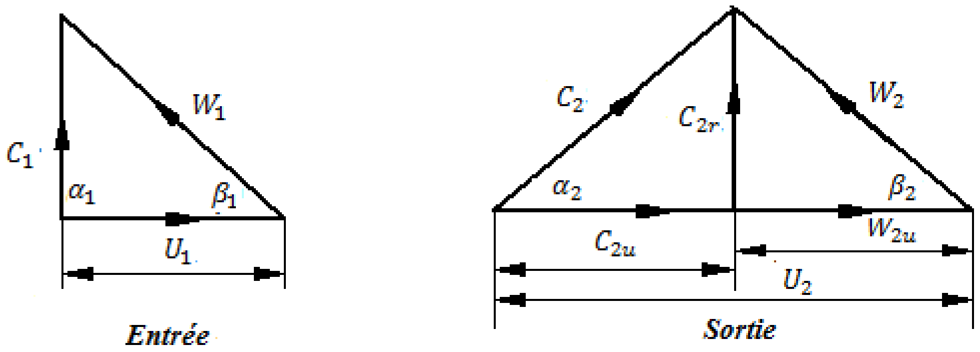


Figure 3-4- Schéma de triangle de vitesse de la pompe centrifuge

Le debit de la machine centrifuge est : surface de flux × la vitesse de flux

$$Q = \pi \times D_2 \times b_2 \times C_{2r}$$

$$C_{2r} = \frac{Q}{\pi \times D_2 \times b_2}$$

Donc :

$$\boldsymbol{H} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g}\left(\frac{Q}{\pi \times D_2 \times b_2}\right)\cot\beta_2$$

3.4.4. Puissance

3.4.4.1Puissance d'une Pompe idéale

$$P_{thé} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \qquad 3.4$$

$P_{thé}$: Puissance appliquée à La roue
H : hauteur d'élévation théorique créée par la pompe

D'où

$$H = \frac{C_{2U}U_2 - C_{1U}U_1}{g} \quad \text{Equation d'Euler}$$

$$H = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} \qquad 3.5$$

$\boldsymbol{\frac{C_2^2 - C_1^2}{2g}}$ **:** Augmentation de l'énergie cinétique.

$\boldsymbol{\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}} + \boldsymbol{\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g}}$ **:** Augmentation de l'énergie de pression.

H, ne tient pas compte des pertes de charge.

3.4.4.2. Puissance absorbée et puissance utile (W) :

La puissance absorbée ou la puissance consommée est la puissance disponible au niveau de l'arbre d'entrainement de la roue de la pompe.
La puissance utile est la puissance transmise au fluide. Elle est définit par :

$$Pu=Qv.\rho.g.Hm \qquad 3.6$$

La puissance de l'arbre de la pompe est donnée par

$$\dot{W}_a = \frac{\rho g Q H}{\eta} \qquad 3.7$$

η : le rendement global.

3.4.5. Les Rendements

Dans lequel le rendement global η dans le dénominateur est le produit :

$$\eta=\eta_m \eta_v \eta_h \qquad 3.8$$

Le η_h est un rendement hydraulique, et η_v est un rendement volumétrique et η_m: est un rendement mécanique. L'efficacité hydraulique explique les irréversibilités dans le débit à travers la pompe.

3.4.5.1. Rendement hydraulique

Il est donné en fonction des pertes hydrauliques comme suit :

$$\eta_h = H_{mt}/H \qquad 3.9$$

Avec :
H_{mt} : Hauteur manométrique de la pompe.
H : Hauteur théorique (voir théorie d'Euler, équation).
η_h : est en générale entre 80% et 95%.

3.4.5.2. Rendement mécanique

Il est lié aux pertes mécaniques qui représentent les pertes en puissance mécanique du moteur d'entrainement.

$$\eta_m = P_u/P_a = \rho.g.H.Qv/P_a \qquad 3.10$$

Avec :
Pu : Puissance utile de la pompe.
Pa : Puissance de l'arbre absorbée par la pompe.

3.5 Performance théorique des pompes :

3.5.1 L'effet de la forme des pales de la roue sur les performances :

Les différentes formes d'aubes utilisées dans les roues des pompes/compresseurs centrifuges sont présentées ci-dessous.

Les formes d'aubes peuvent être classées comme suit :
1. les aubages courbés en arrière ($\beta_2 < 90°$)
2. les aubages droits ($\beta_2 = 90°$)
3. les aubages courbés en avant ($\beta_2 > 90°$)

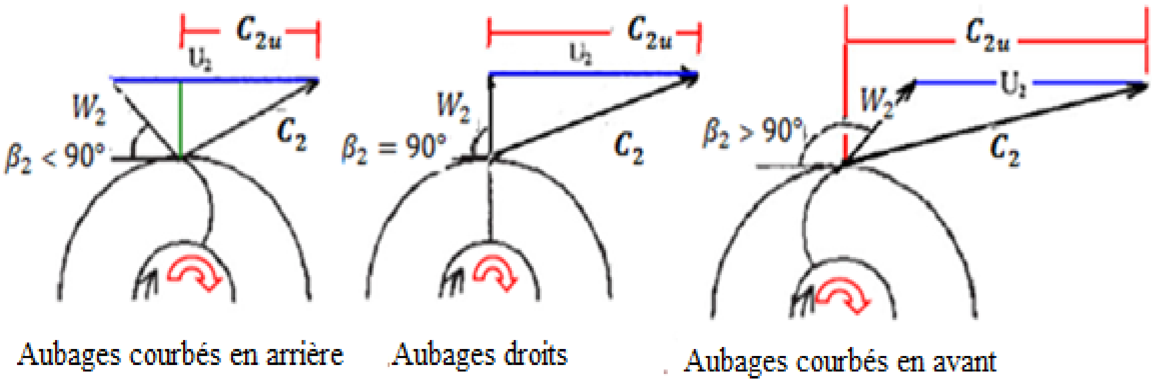


Figure 3.5 L'effet de la forme des pales

Pour les aubes courbées en arrière, la valeur de C_{2u} (composante tourbillonnaire à la sortie) est très réduite, et par conséquent, ces rotors ont un faible transfert d'énergie pour une vitesse de pointe de roue donnée, alors que les aubages courbés en avant ont une valeur élevée de transfert d'énergie.

Il est donc souhaitable de concevoir pour des valeurs élevées de β_2 (plus de 90°), mais les diagrammes de vitesse montrent que cela conduit également à une valeur très élevée d C_2 .

Une énergie cinétique élevée est rarement nécessaire, et sa réduction en pression statique par diffusion dans un diffuseur fixe est difficile à réaliser dans une enveloppe de taille raisonnable.

Cependant, les aubes radiales ($\beta_2 = 90°$) présentent des avantages particuliers pour les compresseurs à très haute vitesse où la pression la plus élevée possible est requise.

Les aubes radiales sont relativement faciles à fabriquer et ne présentent pas de contraintes de flexion complexes.

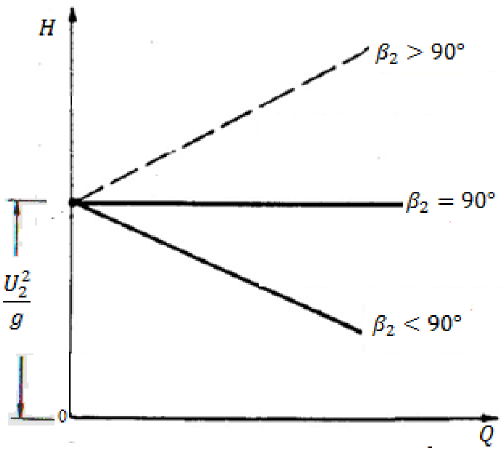


Figure 3.6 Caractéristique théorique d'une pompe centrifuge H-Q

3.5.2.1 Pompes en série:

Lorsque la hauteur de charge ou le débit d'une seule pompe n'est pas suffisant pour une application, les pompes sont combinées en série ou en parallèle pour répondre aux exigences souhaitées.

Pompes en série :

a) Les pompes sont combinées en série pour obtenir une augmentation de la hauteur de charge ou en parallèle pour augmenter le débit.

b) Plusieurs roues sont montées en série ou sur le même arbre pour obtenir une hauteur élevée.

c) Le refoulement de la roue passe par un passage guidé et entre dans la deuxième roue.

d) A la sortie de la deuxième roue, la pression de l'eau sera supérieure à la pression de l'eau à la sortie de la première roue.

e) L'agencement de pompes en série utilisées pour refouler une quantité relativement faible de liquide contre des hauteurs de refoulement très élevées.

Pour n pompes en séries :

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 \ldots \ldots = Q_3$$

$$H_m = H_{m1} + H_{m2} + H_{m3} \ldots \ldots + H_{mn} = \sum_{j=1}^{n} H_m$$

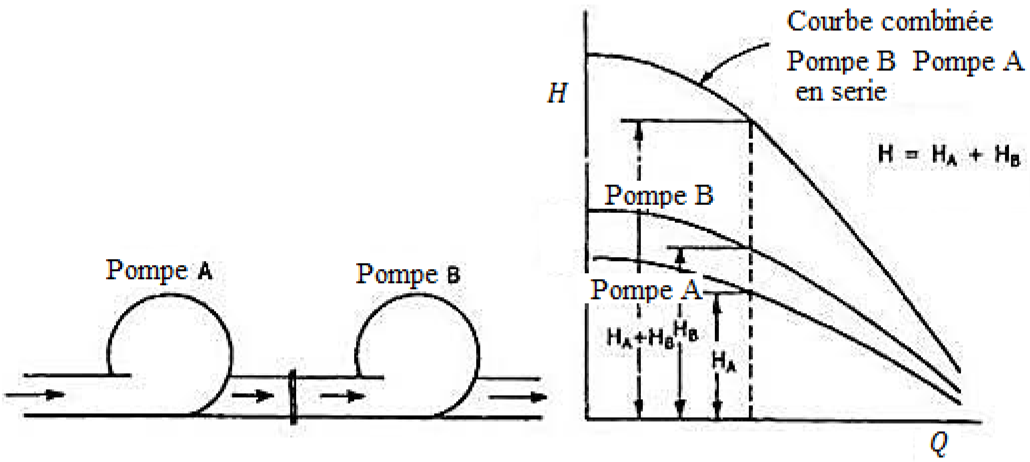


Figure 3.7 Pompes en série

3.5.2.2 Pompes en parallèle :

a) Lorsqu'une grande quantité de liquide doit être pompée avec une hauteur de charge relativement faible, on utilise deux ou plusieurs pompes disposées en parallèle.

b) Chacune de ces pompes, fonctionnant séparément, soulève le liquide d'un bassin commun et l'achemine vers un tuyau de collecte commun, à travers lequel il est transporté jusqu'à la hauteur requise.

c) Si ($\boldsymbol{Q}$) est la capacité de refoulement d'une pompe et qu'il y a ($\boldsymbol{n}$) pompes identiques fonctionnant en parallèle, alors le débit total est donné par le nombre de pompes. $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{Total}} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{Q}$.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \dots \dots Q_n = \sum_{j=1}^{n} Q$$

$$H_m = H_{m1} = H_{m2} = H_{m3} \dots \dots = H_{mn}$$

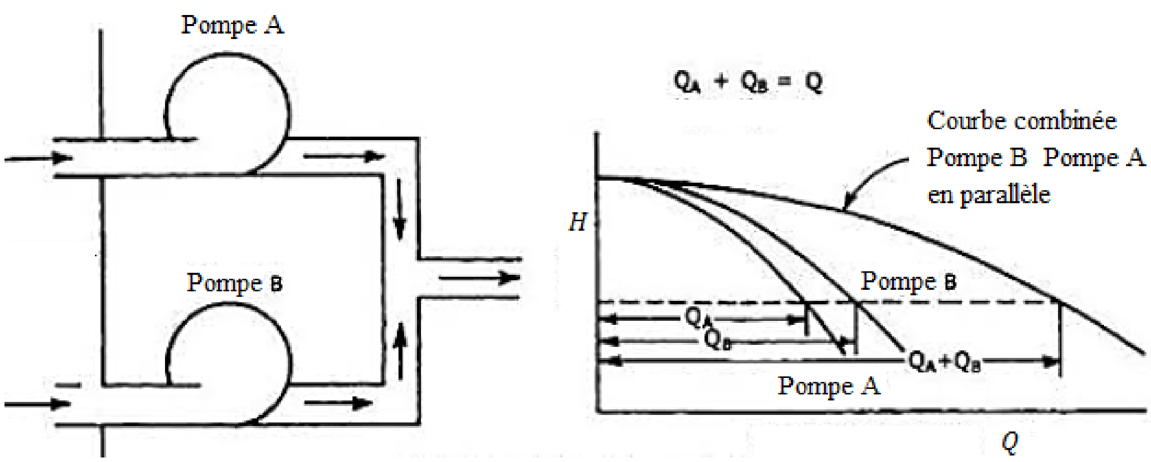


Figure 3.8 : Pompes en parallèle

3.5.3 Point de fonctionnement

Le point de fonctionnement P de la pompe sur l'installation se trouve à l'intersection de la caractéristique du circuit $H_g + \Delta H$ et de la charge nette de la pompe H_m. Ce point de fonctionnement fournit le débit de fonctionnement Q_{fonct} et le rendement de fonctionnement η_{fonct} .

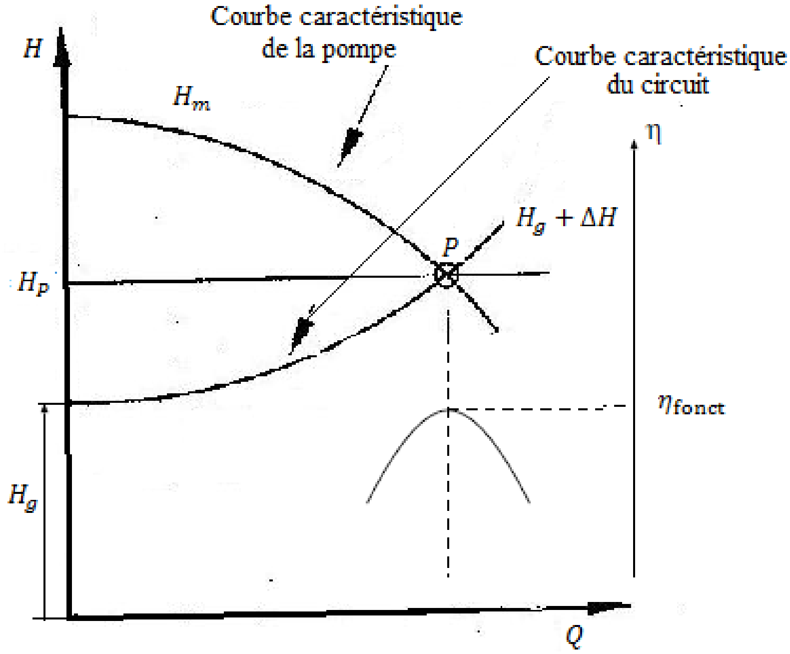


Figure 3.9 : Point de fonctionnement

3.6 Organes constitutifs

Distributeur

Cet élément a pour but de conduire le liquide depuis la section d'entrée de la machine jusqu'au l'entrée de la roue tout en assurant une répartition des vitesses aussi uniforme que possible. Une non-uniformité des vitesses affecte le fonctionnement de la roue et diminue le rendement de la machine. Cet effet, moins marqué pour les pompes centrifuges peut devenir très important pour les pompes axiales. Son rôle est de conduire le fluide depuis la section d'entrée de la machine jusqu'à l'entrée du rotor.

Roue (rotor):

La fonction du rotor est de communiquer de l'énergie au liquide qui le traverse grâce aux aubages dont il est muni.

Le diffuseur :

Situé entre le rotor et la volute le diffuseur est un organe de révolution offrant au fluide des sections croissantes. Il existe des diffuseurs : -lisses (c'est à dire non ailettes), - à parois parallèles ou divergentes - des diffuseurs ailettes. Souvent pour les pompes monocellulaires, le diffuseur est inexistant, le rotor débouchant directement dans la volute.

La volute :

La volute collecte le fluide à la sortie du diffuseur ou directement à la sortie du rotor si le diffuseur n'existe pas. Sa forme est optimisée afin de transformer l'énergie cinétique résiduelle de sortie du rotor en énergie de pression et d'amener progressivement la section de passage du fluide à la section circulaire de la bride de sortie.

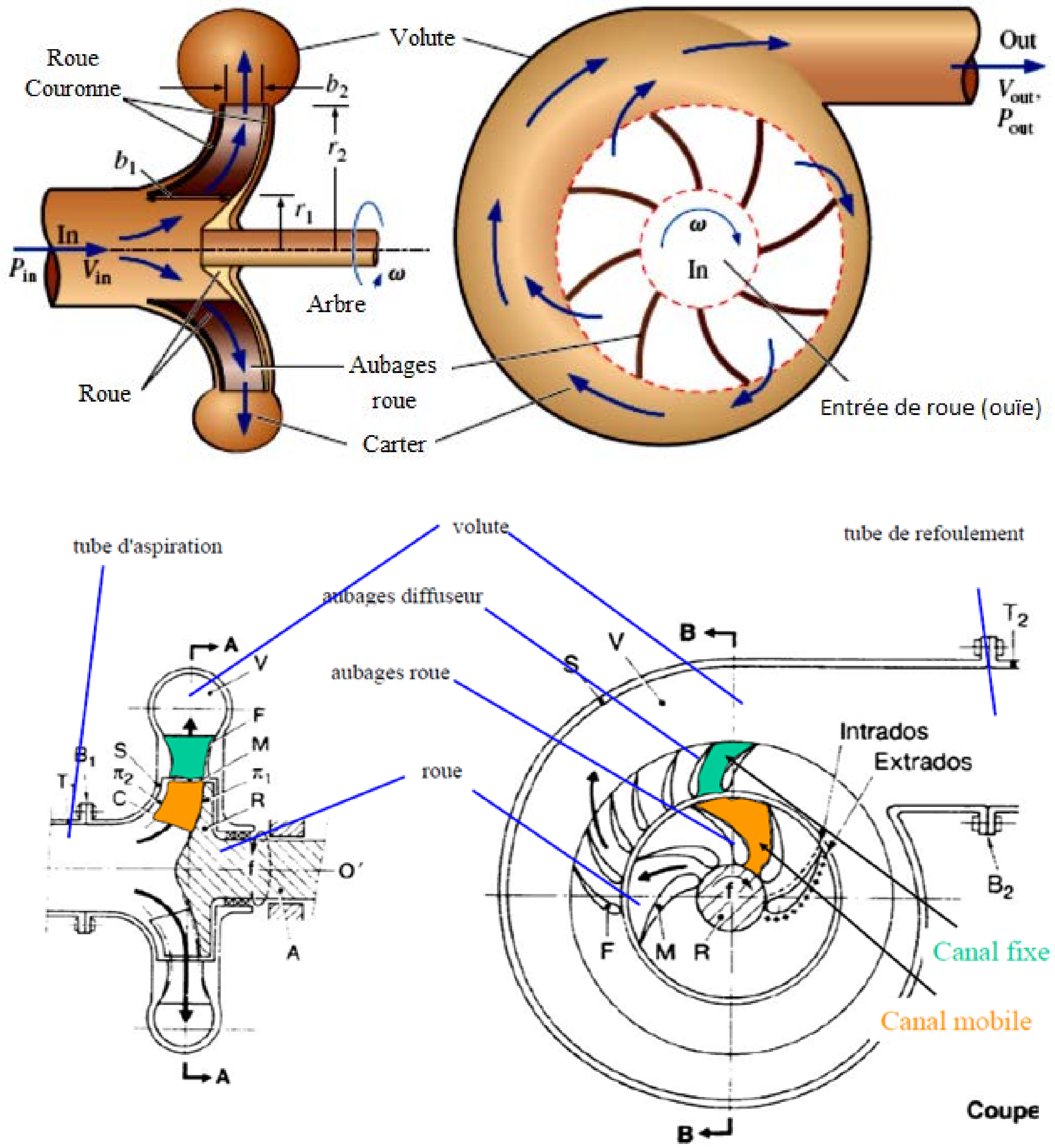


Figure 3-10 : Composantes de la pompe centrifuge.(D Bougeard2012).

Exercice 3.1:

Une pompe centrifuge à entée radiale est constituée d'une roue avec les caractéristiques suivantes : diamètre d'entrée d_1 = 120 mm, diamètre de sortir d_2 = 280 mm, largeur b = 20 mm, le rendement mécanique η_m =0.94, le rendement volumétrique η_v=0.90 le rendement hydraulique η_h =0.79.

Cette pompe débite 28 *l*/s et tourne à une vitesse constante *N* =1000 tr/mn. L'entrée dans la roue est radiale et β_1 =35,5° et β_2 =30°, et α_2 =30°.

1- Déterminer les tringles de vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue?

2- Calculer le débit volumétrique utile fourni Q_v?

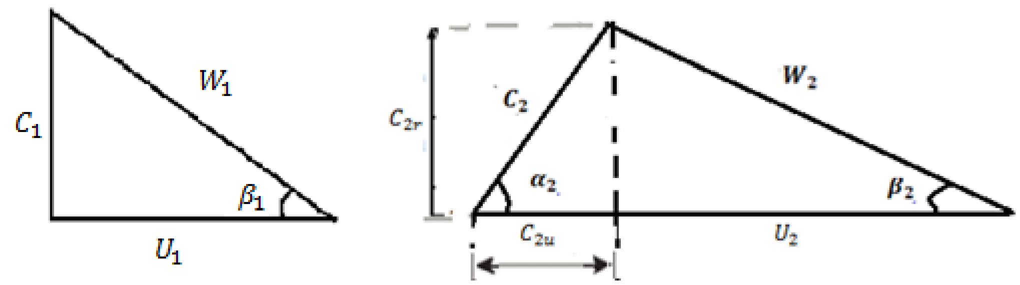
3- Calculer l'hauteur manométrique H_{mt} ?

4- Calculer la puissance sur l'arbre ?

Solution :

1- Triangle de vitesse

Entrée : *Sortie :*



2- le débit volumétrique utile fourni Q_v :

$$Q_v = Q \cdot \eta_v \rightarrow Q_v = 28 \cdot 0.9 = 25.2\ l/s$$

3- l'hauteur manométrique H_{mt} :

$$H_{th} = \frac{U_2 C_2 \cos\alpha - U_1 C_1 \cos\alpha}{g} = \frac{U_2 C_{2u}}{g}$$

$$U_2 = \frac{\pi N d_2}{60} \rightarrow - - - \rightarrow \frac{\pi 0.28 \cdot 1000}{60} = 14.65/s$$

$$C_{2r} = \frac{Q}{\pi d_2 b} \quad ; \quad w_{2u} = \frac{C_{2r}}{\tan\beta_2} \quad and \quad C_{2u} = U_2 - w_{2u} = 11.896 m/s$$

$$H_{th} = \frac{U_2 C_{2u}}{g} = \frac{14.65 \cdot 11896}{9.81} = 17.76 m$$

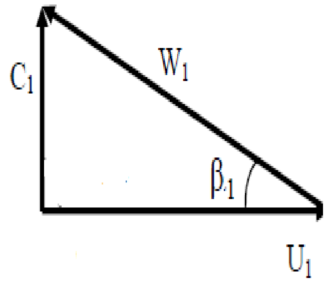
$$H_{mt} = H_{th} \cdot \eta_h = 17.76 \cdot 0.79 = 14.03 m/s$$

4- la puissance sur l'arbre :

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_v \cdot H_{mt}}{\eta_m} = \frac{9810 \cdot 25.2 \cdot 10^{-3} \cdot 14.03}{0.95} = 3721.2Watt$$

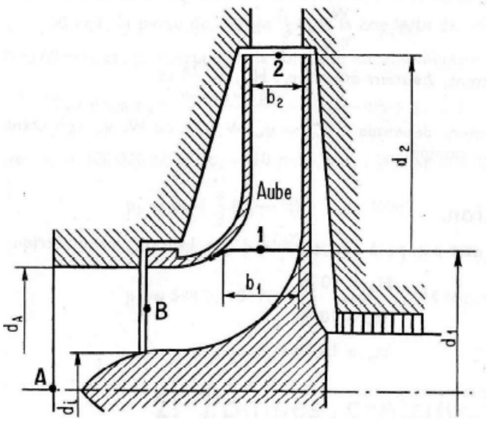
Exercice 3.2:

Une pompe centrifuge possède les caractéristiques suivantes : Hauteur manométrique *H=20* mètre, N =3000 tr/min, $Q_v = 10\ l/s$. On donne :
À l'entrée de la pompe $d_A = 7cm$. À l'entrée de la roue d_i=2,5 *cm*.
À l'entrée de l'aube $d_1 = 7.5\ cm$; C_1 *=3,5 m/s.*
À la sortie de la roue $d_2 = 15cm$ et C_{2r} *=3,5 m/s.*



Les rendements volumétrique et hydraulique sont respectivement η_v=0.94 ; η_h =0,75.

On demande de déterminer :
1- la vitesse C_A à l'entrée de la pompe.
2- la section de passage de l'eau au point *B*, le débit qui traverse cette section et la vitesse C_B.
3- la largeur de l'aube b_1 au point 1, la vitesse d'entraînement U_1, la vitesse relative w_1 et l'angle β_1
4- la vitesse projetée C_{2u} , la vitesse absolu C_2, la vitesse relative w_2, l'angle β_2 et la largeur de l'aube b_2 au point 2. 5- le nombre d'aubes de cette pompe.



Solution:

1- La vitesse C_A de la pompe :

$$C_A = \frac{Q_v}{A} = \frac{Q_v}{\pi \frac{d_A^2}{4}}$$

$$C_A = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0.07^2} = 0.259 m/s$$

2- la section de passage de l'eau au point *B :*

$$S_B = \frac{\pi \cdot (d_A^2 - d_i^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (0.07^2 - 0.025^2)}{4} = 0.003356 m^2$$

3- le débit qui traverse cette section et la vitesse C_B:

$$Q_B = \frac{Q_v}{\eta_v} = \frac{10}{0.94} = 10.64\frac{l}{s} = 0.01064m^3$$

$$C_B = \frac{Q_B}{S_B} = \frac{0.01064}{0.003356} = 3.17m^2$$

4- la largeur de l'aube b_1 au point 1 :

$$Q_B = \pi \cdot d_1 \cdot b_1 \cdot C_{1r}$$

$C_{1r} = C_1$

$$b_1 = \frac{Q_B}{\pi \cdot d_1 \cdot C_1} = 0.129m$$

La vitesse d'entraînement U_1 :

$$U_1 = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot N}{60} = \frac{\pi \cdot 0.075 \cdot 3000}{60} = 11.775m/s.$$

La vitesse relative W_1: $W_1 = \sqrt{C_1^2 + U_1^2}$

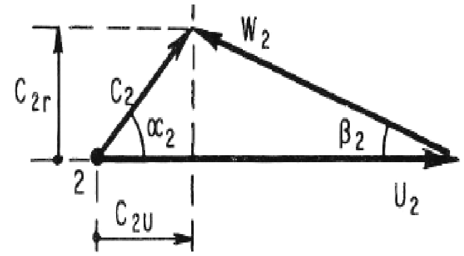
$$W_1 = \sqrt{3.5^2 + 11.775^5} = 12.284m/s$$

L'angle β_1 :

$$\tan\beta_1 = \frac{C_1}{U_1} = \frac{3.5}{11.775} = 0.297$$

$$\beta_1 = 16.54°$$

5- la vitesse projetée C_{2u} , la vitesse absolue C_2, la vitesse relative w_2, l'angle β_2 e au point 2.



D'après Euler : $W = U_2C_{2u} - U_1C_{1u}$

$$U_1C_{1u} = 0$$

Donc : $W = U_2C_{2u}$

$$U_2 = \frac{\pi d_2 N}{60} = \frac{\pi \times 0.15 \times 30000}{60}$$

$U_2 = 23.56m/s.$

$$W = \frac{g \cdot H_{mt}}{\eta_h} = \frac{9.81 \cdot 20}{0.75} = 261.61J/kg$$

$$C_{2u} = \frac{W}{U_2} = \frac{216.6}{23.56} = 11.1m/s$$

La vitesse absolue à la sortie :

$$C_2 = \sqrt{C_{2r}^2 + C_{2u}^2}$$

$$C_2 = \sqrt{3.5^2 + 11.1^2} = 11.63m/s$$

$$W_2 = \sqrt{C_{2r}^2 + (U_2 - C_{2u})^2}$$

$$C_{2u} = C_2 \times \cos\alpha_2$$

$$\sin\beta_2 = \frac{C_{2r}}{W_2}$$

Le nombre d'aubes de la pompe :

$Z \approx 10 \times \pi \times d = 10 \times 3.14 \times 0.15 = 5$

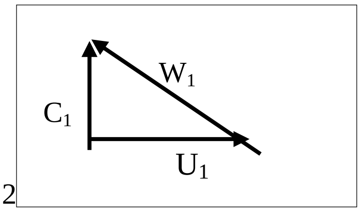
<u>Exercice 3.3 :</u>

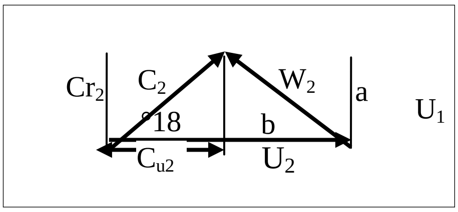
Dans une pompe centrifuge, la vitesse absolue à la sortie est C_2=12m/s avec l'angle α_2=18° la vitesse tangentielle à la sortie U_2=25m/s, la vitesse de rotation du rotor est *N*=1400 tr/min, le débit volumique est Q=0.016m^3/s, considérez que la vitesse absolue à l'entrée des aubes du rotor est sans rotation ($C_{1u} = 0$). $\rho = 1000 \mathrm{Kg/m^3}$

1. Compléter le traçage des triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie.
2. Calculer la vitesse C_{2u}
3. Trouver la vitesse W_2
4. Déduire l'angle β_2
5. Trouver la puissance générer par cette pompe si le rendement est 1
6. Trouver la vitesse tangentielle U_1 à l'entrée si $D_1=0.6\,D_2$

<u>Solution:</u>

- le traçage des triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie :





2

Calcul de C_{2u} :$\cos 18 = \frac{C_{2u}}{C_2} \Rightarrow C_{2u} = C_2.\cos 18 = 14x0.951 = 13.31 \mathrm{m/s}$

$C_{2u} = 13.31 \mathrm{m/s}$

3-La vitesse W_2:

Le calcul de b :

$b = U_2 - C_{2u} = 25 - 13.31 = 11.69m/s$

Le calcul de a :

Il est claire que $a = C_{2r}$,

$$\sin 18 = \frac{C_{2r}}{C_2} \Rightarrow C_{2r} = C_2.\sin 18$$

Donc : $a = C_{2r} = C_2.\sin 18 = 14 * 0.309 = 4.32 m/s$
$W_2^2 = a^2 + b^2$, $\Rightarrow W_2 = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4.32^2 + 11.69^2} = 12.46 m/s$, $W_2 = 12.46 m/s$

4-Déduire l'angle β2
Pour calculer β2 on utilise par exemple la formule :

$$\sin\beta_2 = \frac{a}{W_2} \Rightarrow \beta_2 = \arcsin\left(\frac{a}{W_2}\right) = \arcsin\left(\frac{4.32}{12.46}\right) \Rightarrow \beta_2 = 20.28°$$

Ou bien la formule : $\cos\beta 2 = \frac{b}{W_2} \Rightarrow \beta 2 = \arccos\left(\frac{b}{W_2}\right) = \arccos\left(\frac{11.69}{12.46}\right) \Rightarrow \beta_2 = 20.28°$

Ou bien la formule : $\mathrm{tg}\,\beta_2 = \frac{a}{b} \Rightarrow \beta_2 = \mathrm{arctg}\left(\frac{a}{b}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{4.32}{11.69}\right) \Rightarrow \beta_2 = 20.28°$

$$\beta 2 = 20.28°$$

5- la puissance générer par cette pompe si le rendement est 1 :

$$P = \dot{m}.E = \rho.Q.E = \rho.Q.(C_{2u}U_2 - C_{1u}U_1)$$

$P = \rho.Q.(C_{2u}U_2) = 1000x0.018x13.31x25 = 5989.5W = 5.99KW$, $P = 5.99KW$

$$P = 5.99KW$$

6- la vitesse tangentielle U_1 à l'entrée si D_1=0.6D_2 :
Il faut trouver D_2,
$U_2 = \frac{\pi.r2.N}{30} \Rightarrow r_2 = \frac{30.U2}{\pi.N} = \frac{30.25}{3.14x1450}$=0.1647m

$$D_2 = 2.r_2 = 2x0.1647 = 0.329m$$

$D_1 = 0.6xD_2 = 0.6x0.329 = 0.1976m$ donc $r_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{0.1976}{2} = 0.0988m$

$$U_1 = \frac{\pi.r1.N}{30} = \frac{3.14x0.0988.1450}{30} = 15m/s$$

$U_1 = 15m/s$

Exercice 3.4 :

Une pompe centrifuge ayant un diamètre extérieur égal à deux fois le diamètre intérieur et la vitesse de 1200 tr / min, fonctionne contre une hauteur totale de 75 m. La vitesse d'écoulement à travers la roue est constante et égale à 2.5 m/s. l'angle de la vitesse relative est de 30 ° en sortie. Si le diamètre de sortie de la roue est de 60 cm et la largeur à la sortie est de 5 cm, déterminez :

(a) l'angle des aubes(β_1) à l'entrée.

(b) le travail (per sec) effectué par la roue.

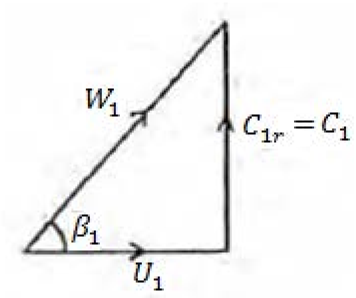
(c) le rendement manométrique.

Solution:

(a) l'angle des aubes(β_1) à l'entrée.

$D_2 = 2D_1 = 0.6m$; N= 1200 Tr/mn ; $C_{1r} = C_{2r} = 2.5\ m/s$. $\beta_2 = 30$ °

$b_2 = 0.05\ m.\ H_m = 75\ m$



D'après la figure on a :

$$\tan\beta_1 = \frac{C_{1r}}{U_1}$$

$$U_1 = \frac{\pi D_1 N}{60}$$

$$= \frac{\pi \times 0.3 \times 1200}{60} = 18.85 m/s$$

$$\tan\beta_1 = \frac{C_{1r}}{U_1} = \frac{2.5}{18.85}$$

$$\beta_1 = 7.554°$$

(b) le travail (per sec) effectué par la roue.

$$W = \dot{m} C_{2U} U_2$$

$$U_2 = \frac{\pi \times D_2 N}{60} = \frac{\pi \times 0.6 \times 1200}{60} = 37.7\ m/s$$

$$\dot{m} = \rho Q = \rho(\pi D_2 b_2 \times C_{2r})$$

$$\dot{m} = 10^3 \times \pi \times 0.6 \times 0.05 \times 2.5 = 235.6\ kg/s$$

De diagramme des vitesses

$$C_{2u} = U_2 - w_{2u} = U_2 - \frac{C_{2r}}{\tan\beta_2}$$

$$= 37.7 - \frac{2.5}{\tan 30°} = 33.37\ m/s$$

$$W = \dot{m} C_{2U} U_2 = 235.6 \times 37.7 \times 33.37 = 296.396 kW$$

(c) le rendement manométrique.

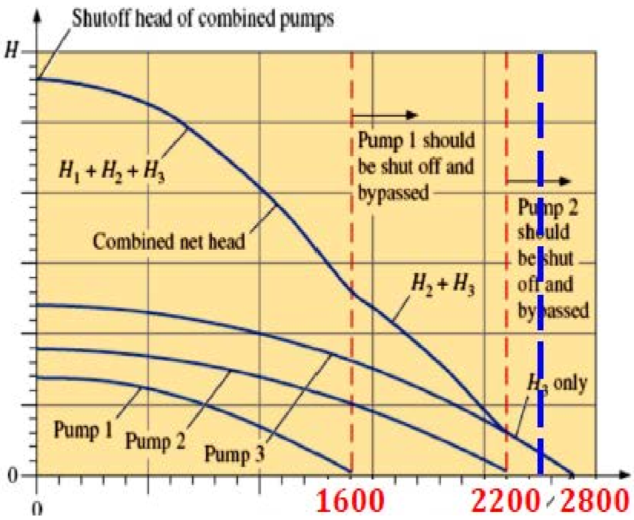
$$\eta_{mt} = \frac{H_{mt}}{U_2 C_{2u}/g}$$

$$\eta_{mt} = \frac{75 \times 9.81}{37.7 \times 33.37}$$

$$\eta_{mt} = 58.5\%$$

Exercice 3.5 :

Trois pompes sont connectées en série. Le débit maximum des pompes 1 et 2 est respectivement de 1600 Lpm, 2 200 Lpm et 2 800 Lpm. Si le débit du groupe de pompes est de 2500 Lpm, quelles pompes sont dans le circuit ? Calculez le débit maximum.

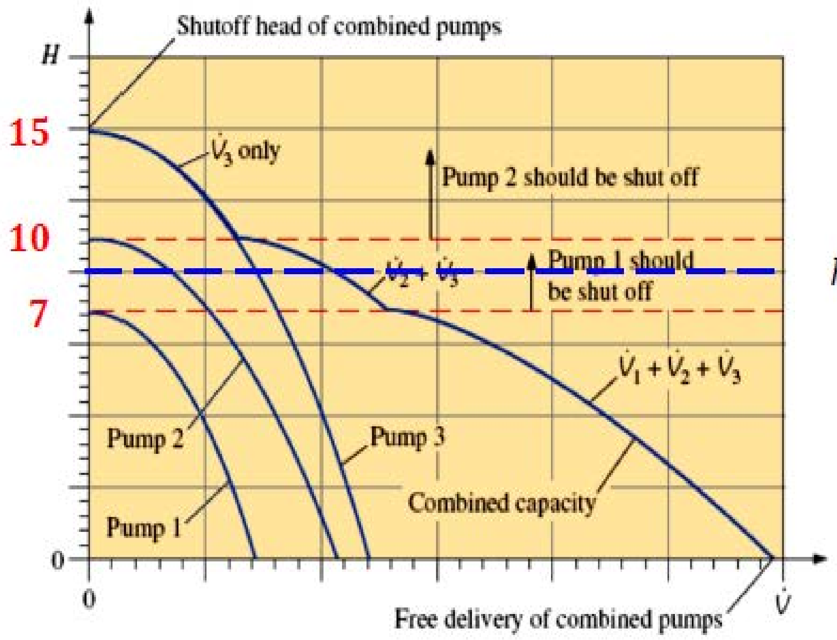


$$Q_{max} = Q_{max,3} = 2800\ Lpm$$

Exercice 3.6 :

Trois pompes sont connectées en parallèle. La hauteur maximale des pompes 1, 2 et 3 est respectivement de 10 m, 7 m et 15 m. Si la hauteur de travail nette de l'ensemble est de 9 m, quelles pompes doivent être retirées du circuit. Calculez la hauteur maximale de l'ensemble.

Solution :



$h_{max} = h_{max,3} = 15m$

Exercice 3.7 :

Une pompe centrifuge à trois étages possède une roue de 40 cm de diamètre et de 2 cm de largeur à la sortie. Les aubes sont recourbées vers l'arrière à un angle de 45° à la sortie, ce qui réduit la surface circonférentielle de 10 %. Le rendement manométrique est de 90 % et le rendement global est de 0,8. Trouvez la hauteur manométrique totale générée par la pompe, lorsqu'elle fonctionne à 1 000 tr/min, délivrant 50 litres/s, et calculez également la puissance nécessaire pour entraîner la pompe.

Solution:

Nbr d'étages=3, $D_2 = 0.4m$, $B_2 = 0.02m, \beta_2 = 45°,\ surface\ fe\ flux = (100-10)\% = 90\%, \eta_o = 0.8, \eta_{man} = 0.9, N = 1000tr/mn,\ Q = \frac{50l}{s}, H_{mt} = ?,\ P = ?$

$$U_2 = \frac{\pi DN}{60} = \frac{\pi \times 0.4 \times 1000}{60}$$

$$U_2 = 20.94m/s$$

On a $Q = 0.9\pi D_2 B_2 C_{2r}$

$$0.05\, m^3/s = 0.9 \times \pi \times 0.4 \times 0.02 C_{2r}$$

$$C_{2r} = 2.21m/s$$

De la vitesse de sortie :

$$\tan\beta_2 = \frac{C_{2r}}{U_2 - C_{2u}}$$

$$\tan 45° = \frac{2.21}{20.94 - C_{2u}}$$

$$C_{2u} = 18.95m/s$$

La hauteur générer par la pompe :

$$\eta_{man} = \frac{H_m}{\frac{U_2 C_{2u}}{g}} = 0.9 = \frac{H_m}{\frac{20.94 \times 18.95}{9.81}}$$

$$H_m = 36.4m$$

La hauteur manométrique totale générée par la pompe est :

$$H_{m,total} = nbr\ d'étages \times H_m$$

$$H_{m,total} = 3 \times 36.4 = 109.2m.$$

La puissance nécessaire pour entraîner la pompe :

$$\eta_o = \frac{\frac{\varpi Q H_{m,totale}}{1000}}{P} = 0.8$$

$$\eta_o = \frac{\frac{9.81 \times 1000 \times 0.05 \times 109.2}{1000}}{P} = 0.8$$

$$P = 66.88kW.$$

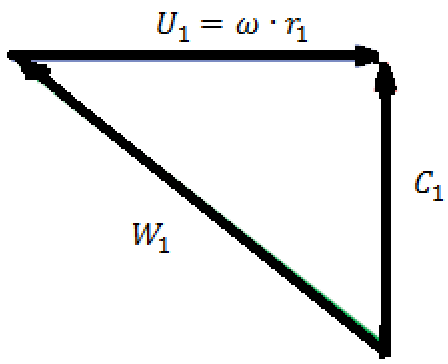
<u>Exercice 3.8 :</u>

Considérons une pompe centrifuge avec des données :
A l'entrée de la roue, le rayon moyen, $r_1 = 0{,}1$ m, hauteur d'aube, b_1 = 0,1 m
A la sortie de la roue,le rayon, $r_2 = 0{,}2$ m, hauteur des pales, b_2 = 0,03 m.
Pales inclinées vers l'arrière avec $\beta_2 = -20°$.
Débit d'eau, $Q = 0.2\, m^3/s$, Vitesse de rotation, N = 1450 tours/min.
Assumer pour les pertes: roue, K_{rotor} = 10%; rendement du diffuseur = 60%

Calculer : Le débit relatif à l'entrée de la roue, le débit absolu à la sortie de la roue, la puissance requise, la hauteur de manométrique produite et le rendement de la pompe.

Solution:

Triangle des vitesses à l'entrée :



Continuité :

$$Q = 2\pi r_1 b_1 C_{1x} \Longrightarrow C_{1x} = \frac{Q}{2\pi r_1 b_1} = \frac{0.2}{2\pi \times 0.1 \times 0.1} = 3.183\, m/s$$

(Écoulement axiale à l'entée)

Vitesse tangentielle :

$$U_1 = \omega r_1 = \frac{2\pi N r_1}{60} = 15.18\, m/s$$

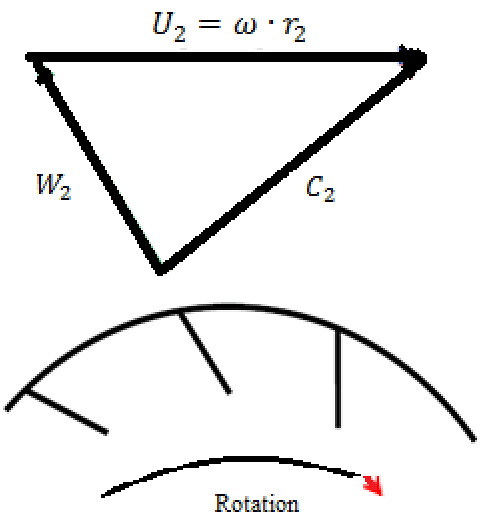
De triangle de vitesses : $(C_1 = C_{1x})$

$$W_1^2 = C_{1x}^2 + U_1^2$$

$$W_1 = \sqrt{3.183^2 + 15.18^2} = 15.51\, m/s$$

$$\beta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{W_{1u}}{C_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{U_1}{C_{1x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{15.18}{3.183}\right) = -78.1°$$

Triangle des vitesses à la sortie :



Calcule de C_{2r} :

$$Q = 2\pi r_2 b_2 C_{2r} \Longrightarrow C_{2r} = \frac{Q}{2\pi r_1 b_1} = \frac{0.2}{2\pi \times 0.2 \times 0.03} = 5.31\, m/s$$

(Écoulement radial à la sortie)

Vitesse tangentielleU_2 :

$$U_2 = \omega r_2 = \frac{2\pi N r_2}{60} = 30.353\, m/s$$

Pales inclinées vers l'arrière avec $\beta_2 = -20°$.

Pales orientées vers l'arrière avec $\beta_2 = -20°$ et du triangle de vitesse $U_2 + W_{2u} = C_{2u}$

On a $W_{2u} = W_{2r} \tan \beta_2$

Alors $C_{2u} = U_2 + W_{2r} \tan \beta_2$

Comme il n’y a pas de mouvement relatif dans la direction radiale : $W_{2r} = C_{2r}$donc :

$$C_{2u} = 30.353 + 5.31 \tan -20° = 28.42 m/s$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2u}^2 + C_{2r}^2} = \sqrt{28.42^2 + 5.31^2} = 28.91 m/s$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{C_{2u}}{C_{2r}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{28.42}{5.31}\right) = 78.5°$$

Travail spécifique à l’entréeW_e :

$W = U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u}$ (Euler)

Mais $C_{1u} = 0$ alors :

$$W_e = 30.353 \times 28.42 = 862.63 J/kg$$

La puissance d'entrée est obtenue directement à partir de W_e

$$P = \dot{W} = \dot{m} W = \rho Q W = 1000 \times 0.2 \times 862.63 = 172.526 kW$$

Hauteur et rendement de la pompe : La hauteur théorique est obtenue à partir de$W = gH_{th}$, donc :

$$H_{th} = \frac{W}{g} = \frac{862.63}{9.81} = 87.96 m$$

L’hauteur manométrique est donnée par :

$$H_{th} = H_m + pertes$$

$$pertes = \Delta H_{rotor} + \Delta H_{diff}$$

$$\Delta H_{rotor} = K_{rotor} \frac{W_1^2}{2g} = 0.1 \times \frac{15.51^2}{2 \times 9.81} = 1.23m$$

$$K_{diff} = 1 - \eta_{diff} = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$\Delta H_{diff} = K_{diff} \frac{V_2^2}{2g} = 0.4 \times \frac{28.91^2}{2 \times 9.81} = 17.03m$$

Par conséquent, ΔH_{diff} = 17.03 m - notez la perte importante du diffuseur par rapport à la perte de la roue.

La hauteur manométrique totale à travers la pompe est donc :

$$H_m = 87.96 - 1.23 - 17.03 = 69.7m$$

Le rendement de la pompe peut également être calculé comme :

$$\eta_p = \frac{\text{travail réel}}{\text{travail théorique}}$$

$$\eta_p = \frac{gH_m}{gH_{th}} = \frac{69.7}{87.96} = 0.972$$

Chapitre 4 : La Cavitation

4.1. Introduction :

Divers difficultés de fonctionnement lors de l'utilisation des pompes sont posés, parmi eux le problème de cavitation, ce problème est apparait dans le dimensionnement et la durée de vie d'une pompe.

Figure 4.1 : érosion de cavitation sur les aubages de la roue d'une pompe

4.2. Phénomène de cavitation :

La cavitation est définie comme le phénomène de formation de bulles de vapeur d'un liquide en écoulement dans une région où la pression du liquide chute en dessous de sa pression de vapeur et l'effondrement soudain de ces bulles de vapeur dans une région de pression plus élevée. Lorsque les bulles de vapeur s'effondrent, une pression très élevée est créée. La formation et l'effondrement d'un grand nombre de bulles à la surface produisent des contraintes locales intenses qui endommagent la surface par fatigue. Ce phénomène peut se produire à l'entrée des pompes ou à la sortie des turbines hydrauliques, à proximité de la surface des pales en mouvement

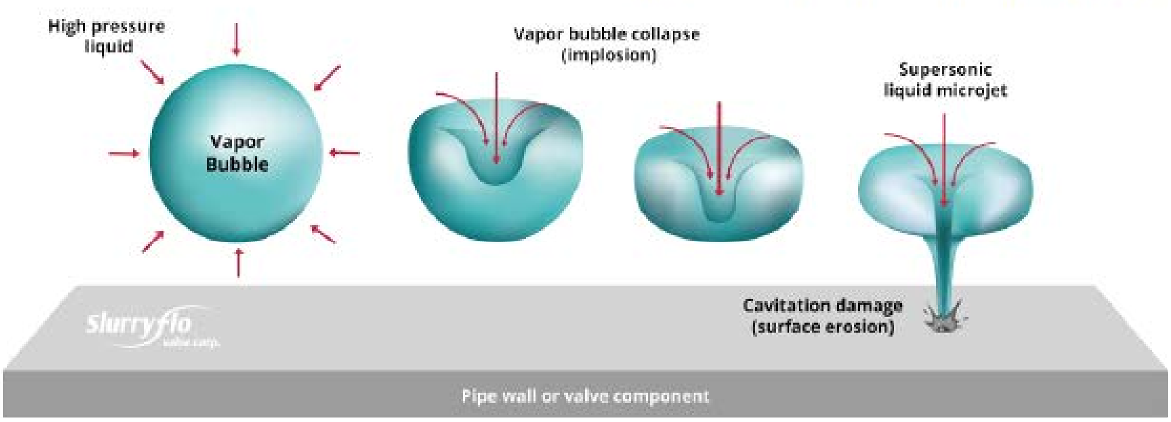


Figure 4.2 : Implosion des bulles

4.2.1 Origine de la cavitation :

La dépression ou la chute de pression dans la zone d'aspiration causée la cavitation peut avoir plusieurs origines différentes, parmi eux :

a. Augmentation de la hauteur géométrique d'aspiration, $\boldsymbol{h_{ga}}$.
b. Augmentation de la température du liquide (liquides chauds, stations thermales).
c. Diminution de la pression atmosphérique par augmentation de l'altitude.
d. Augmentation du débit de pompage.
e. Augmentation de la vitesse de rotation (augmentation de la vitesse du fluide).

4.2.2. Signes de la cavitation:

- Apparition de bruits et vibrations de la pompe et du bâti.
- Chute de la pression de refoulement.
- Désamorçage de la pompe.

4.2.3. Effets de la cavitation :

Comme nous l'avons déjà souligné, la cavitation produit des piqûres sur la surface solide à proximité des bulles lorsqu'elles s'effondrent. En plus des piqûres de cavitation, il peut y avoir de l'érosion et de la corrosion du matériau tout au long du fonctionnement de la machine à fluide, comme indiqué ci-dessous :

Modification de l'écoulement : La cavitation peut modifier la taille effective du passage, ce qui entraîne un changement de la direction de l'écoulement, augmente la turbulence et donc le nombre de bulles, ce qui peut étrangler le passage. L'ensemble du système peut donc tomber en panne en temps voulu.

Production de bruit : Le bruit produit par l'effondrement des bulles de vapeur et la collision du liquide avec la surface solide est parfois si fort qu'il est entendu à des centaines de mètres de distance.

Production de vibrations : En raison de la corrosion et de la perte de matière, le rotor de la turbine ou la roue de la pompe ne reste pas équilibré et des vibrations se produisent.

Pertes d'énergie: Les différents types de cavités formées génèrent des mouvements auxiliaires. Ces mouvements entraînent des pertes d'énergie, ce qui augmente les pertes d'énergie de la pompe.

4.2.4. Description :

Energie d'un fluide :

$$E = \frac{P}{\rho g} + Z + \frac{V^2}{2g} \tag{4.1}$$

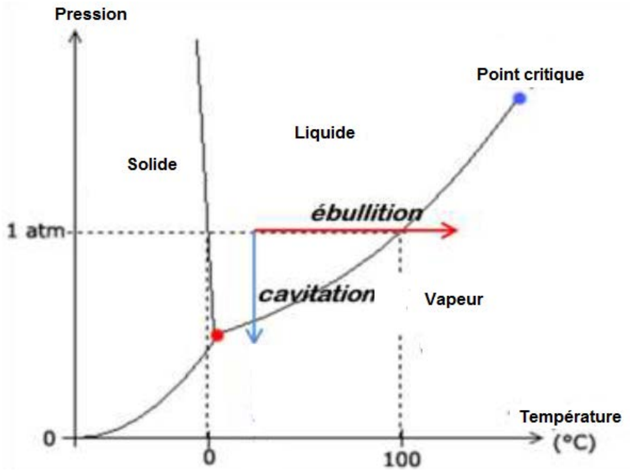


Figure 4.3 : Relation pression – température

Aux pertes de charge près E= constante. La conséquence : $(si\ V \uparrow \rightarrow P \downarrow)$

Si la vitesse d'écoulement augmente la pression P diminue et peut devenir inférieur à la pression de vapeur saturante du liquide pompé : P_v.
Pression de vapeur saturante P_v à $T = 20°$ est $P_v \sim 2337$ Pa.

Dans certaines zones, la pression P descend en dessous de la pression de vapeur du liquide pompé (P_v), ce qui provoque l'ébullition du liquide et sa vaporisation partielle à l'intérieur de la pompe. L'écoulement entraîne alors la vapeur du liquide pompé, qui forme des microbulles et des cavités, et résorbe les bulles. Les parois subissent une pression élevée de plusieurs milliers de bars. Le Phénomène de formation et de l'implosion des bulles de vapeur est très rapide

Basses pressions provoque la formation des bulles de vapeur :

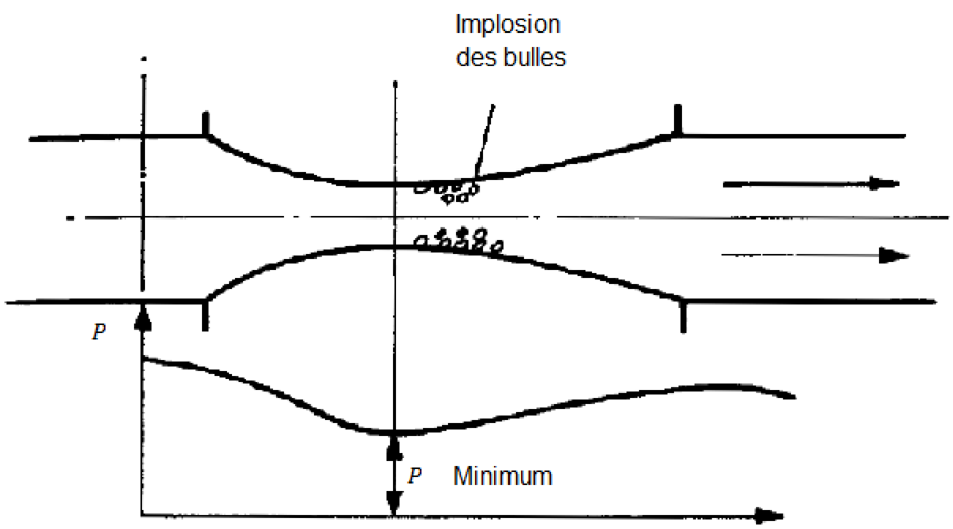


Figure 4.4 : Phénomènes de formation et l'implosion des bulles

4.3. Notion de NPSH

Le N.P.S.H (Net Positive Suction Head) ou l'hauteur d'aspiration positive nette : Il s'agit de la différence entre la pression d'aspiration et la pression de vapeur.

$$NPSH = P_a - P_v.$$

Il indique la pression minimale requise par ce type de pompe afin de fonctionner sans cavitation, c'est-à-dire la surpression nécessaire pour empêcher l'évaporation du fluide et le conserver à l'état de liquide.
Le concept de NPSH implique deux termes :
1. NPSH $_{disponible}$, appelé hauteur d'aspiration positive nette, tel que rendu disponible par le système d'aspiration de la pompe.

2. NPSH $_{requis}$, appelé hauteur d'aspiration positive nette, tel que requis par la pompe afin d'éviter l'apparition de cavitation et pour un fonctionnement sûr et fiable de la pompe.

Le NPSH et sa corrélation avec l'apparition de cavitation ont fait l'objet de nombreuses recherches et de nombreuses théories.

4.3.1 Hauteur d'aspiration positive nette NPSH – disponible (NPSH) $_{disponible}$:

Chaque pompe est dotée d'un système d'admission associé comprenant un récipient, des tuyaux, des vannes, des filtres et d'autres raccords. Le liquide, qui a une certaine pression d'aspiration, subit des pertes lorsqu'il traverse le système d'admission.

Ainsi, la pression d'admission nette (en termes absolus) des pertes des tuyaux et des raccords correspond à ce qui est disponible à l'admission de la pompe et c'est ce qu'on appelle la hauteur d'aspiration positive nette – disponible ou NPSH $_{disponible.}$

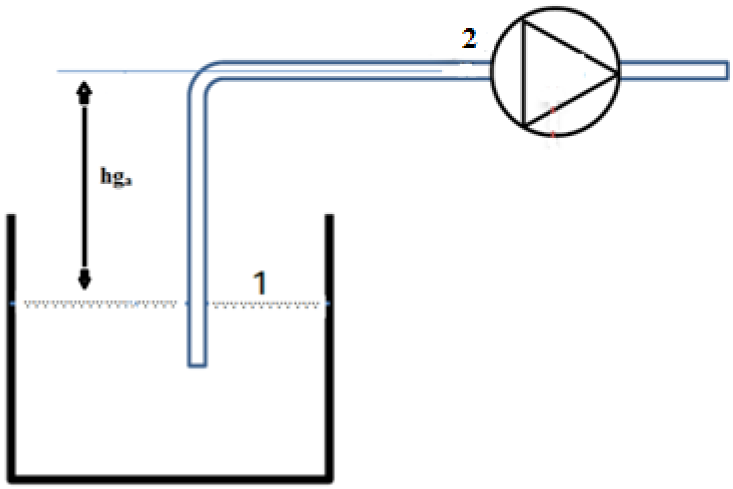


Figure 4.5 : Pompe centrifuge dans un circuit d'aspiration

L'arrivée du liquide jusqu'à la pompe est la due à la différence de pression entre l''aspiration (1) et l'œillard de la pompe (22).

Bernoulli entre les points 1 et E :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + hg_a + (\Delta H)_{asp} \qquad (4.2)$$

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + hg_a + (\Delta H)_{asp} \qquad (4.3)$$

Pour un système ouvert (fig.4.5) $P_1 = P_{at}$

$(\Delta H)_{asp}$ Pertes d'hauteur à l'aspiration : linéaires (conduite) Singulières (crépines, coudes….)

Pertes de charge à l'aspiration on les exprime par :

$(\Delta H)_{asp} = J_{asp}/g = (J_s + J_L)/g$

Quand la conduite subit de brusque variation de section ou de direction, il se produit des pertes de charges dites singulières, elles sont généralement mesurable et font partie des caractéristiques de l'installation. On les exprime par :

$$J_s = -K \cdot \frac{V^2}{2}$$

K : Coefficient (sans unité) de pertes de charge. Il dépend de la nature et de la géométrie de l'accident de forme.

Les pertes de charges linéaires, sont des pertes de charge réparties régulièrement le long des conduites. On les exprime par :

$$J_L = -f\frac{V^2}{2}\left(\frac{L}{d}\right)$$

L : longueur de la conduite (m) ; d : diamètre de la conduite et f: coef de perte de charge linéaire.

On introduit la pression de vapeur saturante Pv à l'équation 4.3 on trouve:

$$\frac{P_2 - P_v}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} = \frac{P_{at} - P_v}{\rho g} - (hg_a + (\Delta H)_{asp}) \qquad (4.4)$$

Le NPSH disponible, est la hauteur manométrique requise à l'entrée de la pompe pour maintenir la pression locale partout à l'intérieur de la pompe au-dessus de la pression de vapeur.

La hauteur manométrique nette d'aspiration positive est définie comme la différence entre la hauteur manométrique de stagnation d'aspiration de la pompe et la hauteur manométrique de pression de vapeur.

$$NPSH_{disp} = \left[\frac{P}{\rho g} + \frac{V_a^2}{2g}\right] - \frac{P_v}{\rho g} = \frac{P - P_v}{\rho g} - H_{pertes} \qquad (4.5)$$

Sens : Energie disponible à l'entrée de la pompe (mise à la disposition de la pompe).

Où V_a est la vitesse de l'eau du côté aspiration, P et P_v sont respectivement la pression statique à l'aspiration et la pression de vapeur.

Dans l'aspiration, le fluide est à température atmosphérique, donc la pression de vapeur reste constante. Pour augmenter la hauteur statique, il faut augmenter la hauteur d'aspiration positive nette. Par conséquent, le NPSH doit être plus élevé. Pour que la pompe centrifuge fonctionne sans cavitation. $(\boldsymbol{\Delta H})_{\boldsymbol{asp}}$ Croit avec le débit d'ou NPSH$_{disp}$ diminue avec le débit.

Remarque :
Pour une température de 18°C $\frac{P_v}{\rho g}$ = 0.2 m est négligeable devant $\frac{P_{at}}{\rho g}$ = 10.33 m d'eau de densité 1.
($\frac{P_{at}}{\rho g}$ = 0.76 m de mercure de densité 13.6 ; $\frac{P_{at}}{\rho g}$ = 14.75 m en essence densité 0.7).
NPSH_{disp} : dépend uniquement du circuit d'aspiration et du liquide, et ne dépend pas de la pompe.

4.3.2. Hauteur d'aspiration positive nette (NPSH) – requise $(\mathbf{NPSH})_{\mathbf{requis}}$:

L'application de Bernoulli entre le niveau d'aspiration et l''entrée e de la pompe donnait par :

$$P_1 + \frac{V_1^2}{2g} + 0 = P_2 + \frac{V_2^2}{2g} + hg_a + (\Delta H)_{asp} \tag{4.6}$$

Pression disponible à l'entrée de la pompe (Oeillard) point E donnait par :

$$P_2 = P_1 - H_{pertes} - \frac{V_2^2}{2g}$$

$(\boldsymbol{NPSH})_{\boldsymbol{requis}}$ dépend uniquement de la pompe, ne dépend pas du circuit d''aspiration. Pour une vitesse de rotation donnée n le NPSH requis augmente avec le avec débit Q. En pratique, on ne calcule pas le NPSH requis, le constructeur, fournit la courbe $(\text{NPSH})_{\text{requis}}$ = f(Q) pour une vitesse de rotation **n.**

4.3.3. Condition de non cavitation :

Sachant maintenant ce que sont NPSH-disp et NPSH-requis, il devient clair que leur différence doit être supérieure à la pression de vapeur du liquide à cette température pour éviter la vaporisation du liquide.
Par convention, une simplification mathématique est effectuée. La pression de vapeur du liquide est soustraite du NPSH-disp. Dans la terminologie des pompes, le NPSH-disp inclut la correction de la pression de vapeur.
Pour éviter la cavitation il faut respecter la condition suivante pour tous les débits de fonctionnement possibles :

$$(NPSH)_{disp} > (NPSH)_{requis}$$

En pratique on exige :

$$(NPSH)_{disp} = (NPSH)_{requis} + 0{,}5\ m$$

C'est le cas lorsque le $(\text{NPSH})_{\text{disp}}$ (m) est supérieur d'environ 0,5 m au$(\text{NPSH})_{\text{requis}}$.

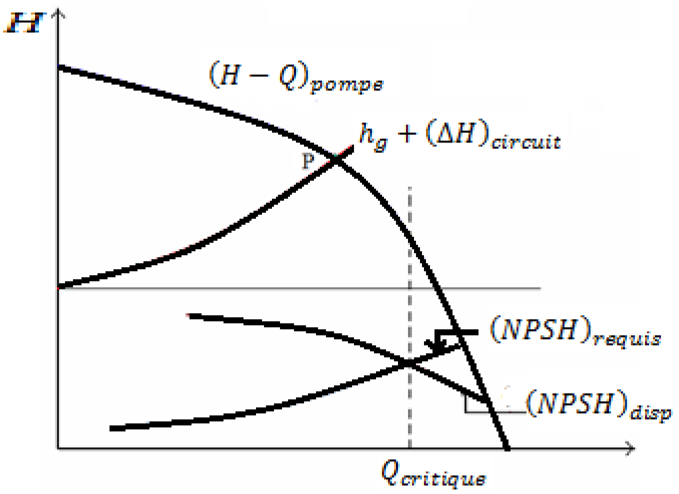


Figure 4.6 : diagramme *Q-H*: Marche sans cavitation $\boldsymbol{Q < Q_{critique}}$

4.3.4 Facteur de cavitation ou facteur de cavitation de Thoma (σ) :

Le facteur de cavitation (σ) est défini comme le rapport entre la hauteur manométrique totale à l'entrée au-dessus de la pression de vapeur du côté aspiration de la pompe et la hauteur manométrique développée par la pompe et on définit σ comme constante de Thoma.

σ = H_m au-dessus de la pression de vapeur à l'entrée de la pompe / Hauteur développée par la pompe

$$\sigma = \frac{NPSH}{H}$$

Une version de l'équation reliant le coefficient critique de Thoma à la vitesse spécifique $\boldsymbol{n_s}$ pour les pompes à une seule entrée qui montre la dépendance du coefficient de cavitation sur le rendement volumétrique, η_v:

$$\sigma = [(8.8 \times 10^{-4})/\eta_v^2]n_s^{4/3}$$

Dans les pompes à une seule entrée, à double entrée et à flux axial, la valeur critique du coefficient de Thoma peut être donnée sans rendement par les expressions [V. Kadambi] :

$\sigma = 12.2 \cdot 10^{-4}\, n_s^{4/3}$ (Pompe à une seule entrée)

$\sigma = 7.6847 \cdot 10^{-4}\, n_s^{4/3}$ **(**Pompe à deux entrée)

Pour assurer une marche sans cavitation :

$$\boldsymbol{\sigma \cdot H < (NPSH)_{disp}}$$

La vitesse spécifique limite pour un circuit d'aspiration donné est:

$$n_s = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

Vitesse limite de rotation **n**

4.4. Influence de la cavitation sur la performance de la pompe :

Pour une pompe qui cavite, on observe une altération des caractéristiques : $\boldsymbol{H-Q, \eta - Q, P-Q}$

La chute des caractéristiques dépend de la vitesse spéécifique n_s

1- Chute brusque : $n_s < 30$
2- Chute graduelle : $30 < n_s < 120$
3- Dégradation progressif : $n_s > 120$

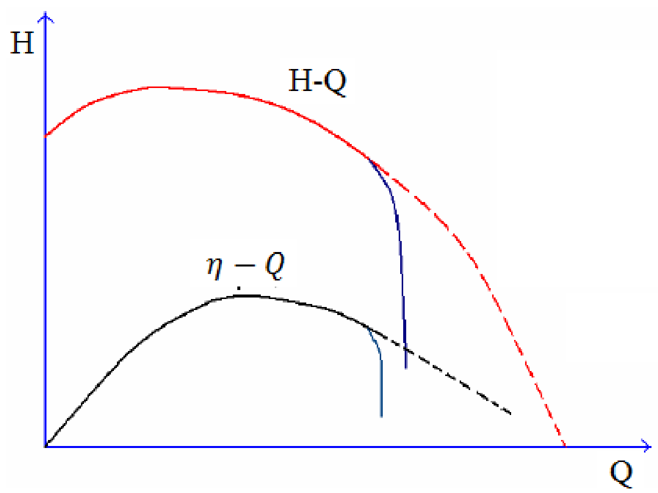


Figure 4.7 : diagramme *Q-H* : chute de rendement

La chute du rendement est un signe de l'apparition de la cavitation

Précautions à prendre contre la cavitation:

Les mesures suivantes doivent être prises pour éviter la cavitation :

1. Faites fonctionner le dispositif d'écoulement de liquide à une pression suffisamment élevée et ne laissez pas tomber en dessous de sa pression de vapeur. Si le liquide qui s'écoule est de l'eau, la hauteur de pression absolue ne doit pas être inférieure à 2,5 m d'eau.
2. Les pertes d'aspiration doivent être minimisées par l'utilisation de tubes d'aspiration de grand diamètre avec moins de coudes, crépines... que dans le tuyau de refoulement.
3. Des matériaux ou revêtements spéciaux tels que l'aluminium-bronze et l'acier inoxydable, qui sont des matériaux résistants à la cavitation, doivent être utilisés.
4. Choisir une pompe de (NPSH) requis inférieur.
5. Les contours de surface peuvent être conçus pour retarder l'apparition de la cavitation, mais cela ne peut pas être empêché.
6. Dans un système ouvert, la pompe doit être installée au point le plus bas possible.

7. Dans un système en boucle (fermé), la pression d'aspiration doit être aussi élevée que possible (c'est-à-dire un grand diamètre de conduite d'aspiration, un grand diamètre d'œil et un grand débit à l'entrée).
8. Réduire l'effet de blocage (phénomène de jet et de sillage) des pales de la turbine (optimiser le nombre de pales).

4.5. Application de la similitude :

$$\frac{(NPSH)'}{(NPSH)} = \frac{H'}{H} = \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2 = \left(\frac{n'}{n}\right)^2$$

<u>Exercice 4.1 :</u>

L'eau entre dans la pompe avec une pression de 20 kPa, une température de 50 et un débit volumétrique de 15 m/s. Si le diamètre du tuyau d'entrée de la pompe est de 0,25 m. Calculons le NPSH à l'entrée de la pompe, en considérant la pression de vapeur d'eau comme 12.35kPa

Solution :

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0.15}{\pi (0.025)^2} = 3.06 m/s$$

$$NPSH_{disp} = \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{P_v}{\rho g}$$

$$= \frac{20000}{9.81 \times 1000} + \frac{3.06^2}{2 \times 9.81} - \frac{12.35 \times 10^3}{1000 \times 9.81} = \mathbf{1.257m}$$

<u>Exercice 4.2 :</u>

Considérons un réservoir qui a une surface libre à 2,3 m au-dessus de l'axe de la pompe, contenant du n-butane maintenu à son point d'ébullition de 37,8°C. Les pertes par frottement sont calculées à 5 J/ kg dans les conditions d'écoulement étudiées - estimez le NPSHd, si la pression de vapeur du n-butane à 37,8°C est de 3,59 bar et la densité relative est de 0,56.

Solution :

Étant donné que le liquide est en ébullition, la surface libre est à 3,59 bar.

$$NPSH_{disp} = \frac{3.59 \cdot 10^5}{0.56 \cdot 10^3} + 2.5 \cdot g - 5 - \frac{3.59 \cdot 10^5}{0.56 \cdot 10^3} = 19.525 J/kg$$

$$NPSH_{disp} = 1.99 m \ de \ butane$$

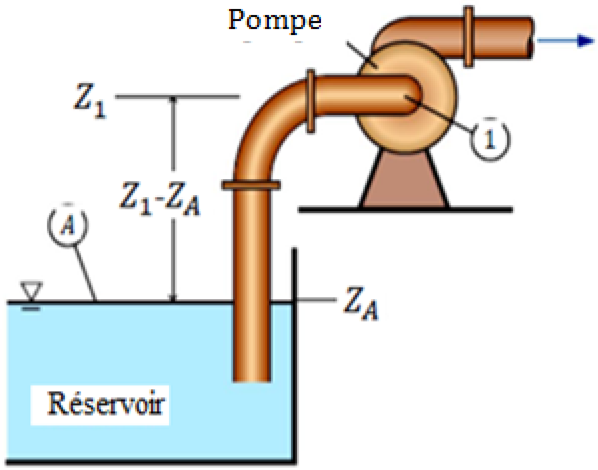
Exercice 4.3 :

Une pompe centrifuge est utilisée pour pomper de l'eau à une température de 25 °C à partir d'un réservoir qui, selon la figure ci-dessous, le niveau de l'eau de source est à 2,2 m en dessous de la ligne centrale de l'entrée de la pompe, le diamètre du tuyau d'entrée est de 24 mm , et la longueur du tuyau du réservoir à l'entrée de la pompe est de 2.8 m. Si, en plus de la perte de charge dans le tuyau, il y a deux sous-pertes, l'une est la chute d'entrée avec un facteur de perte de 0,85 et l'autre est une chute de coude à 90 degrés avec un facteur de perte de 0.3, calculez le NPSH de la pompe. Débit de la pompe est de 40 *l/m* et coefficient de frottement des canalisations considérez l'entrée comme 0,022.

$P_{atm} = 101.3kPa$

$L'eau$ à $T = 25°C.$ $\rho = 997\,kg/m^3$

$P_v = 3.169kPa$



Solution :

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + (\Delta H)_{asp}$$

$$Z_1 - Z_A = \frac{P_A}{\rho g} - \frac{P_1}{\rho g} - \frac{V_1^2}{2g} - (\Delta H)_{asp}$$

$$NPSH_{disp} = \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{P_v}{\rho g} \rightarrow\rightarrow$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = NPSH_{disp} + \frac{P_v}{\rho g}$$

$$\rightarrow\rightarrow Z_1 - Z_A = \frac{P_A}{\rho g} - NPSH_{disp} - \frac{P_v}{\rho g} - (\Delta H)_{asp}$$

$$\rightarrow\rightarrow NPSH_{disp} = \frac{P_A}{\rho g} - \frac{P_v}{\rho g} - (Z_1 - Z_A\,) - (\Delta H)_{asp}$$

$$(\Delta H)_{asp} == \frac{V^2}{2g}\left(f\left(\frac{L}{d}\right) + K_1 + K_2\right)$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times \frac{40}{1000 \times 60}}{\pi (0.024)^2} = 1.474 m/s$$

$$(\Delta H)_{asp} == \frac{1.174^2}{2g}\left(0.022\left(\frac{2.8}{0.024}\right) + 0.85 + 0.3\right)$$

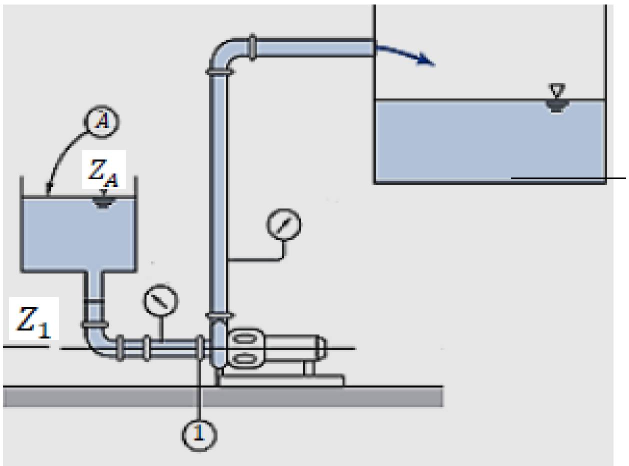
$$(\Delta H)_{asp} = 0.412\, m\, ; \quad Z_1 - Z_A = 2.2m$$

$$NPSH_{disp} = \frac{P_A}{\rho g} - \frac{P_v}{\rho g} - (Z_1 - Z_A) - (\Delta H)_{asp}$$

$$NPSH_{disp} = \frac{101 \times 10^3 - 3.169 \times 1^3}{9.81 \times 997} - 2.2 - 0.412 = 7.4\text{m}$$

Exercice 4.4 :

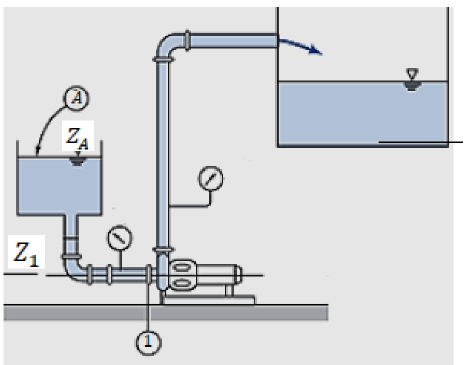
Une pompe centrifuge à 1750 tr/min est située dans un circuit comme le montre la figure ci-dessous. Le niveau d'eau dans la source d'entrée est 3,5 pieds=1.0668m plus haut que la conduite centrale de la pompe, et la conduite d'entrée est un tuyau d'une longueur de 1.829 m et d'un diamètre de 0.127m avec un coefficient de frottement de f = 0,0237, un coude à 90 degrés , avec un coefficient de perte de K= 0,71 et une entrée avec un facteur de chute de K = 0,5 et une vanne complètement ouverte avec un facteur de chute de K = 19,0 sont formées. Calculez le NPSH de la pompe à un débit de 0.0631 m^3/s considérez la pression de vapeur d'eau comme 0,507 P_{sia} = 0.03495 bar et la pression atmosphérique comme 14,7 Psia=1.0135 bar. Si la valeur de $NPSH_R$ = 4.572 m, les performances de la pompe sont-elles optimales ?



Solution :

$$NPSH_{disp} = \left[\frac{P}{\rho g} + \frac{V_a^2}{2g}\right] - \frac{P_v}{\rho g} = \frac{P - P_v}{\rho g} - H_{pertes}$$

$$NPSH_{disp} = \left[\frac{P}{\rho g} + \frac{V_a^2}{2g}\right] - \frac{P_v}{\rho g} = \frac{P_A}{\rho g} - \frac{P_v}{\rho g} - (hg_a + (\Delta H)_{asp})$$



$NPSH_{disp} = \frac{P_A}{\rho g} - \frac{P_v}{\rho g} - (Z_1 - Z_A) - (\Delta H)_{asp}$

$(\Delta H)_{asp} = f\frac{V^2}{2g}\left(\frac{L}{d}\right) + K_1\frac{V^2}{2g} + K_2\frac{V^2}{2g} + K_3\frac{V^2}{2g}$

$(\Delta H)_{asp} = \frac{V^2}{2g}\left(f\left(\frac{L}{d}\right) + K_1 + K_2 + K_3\right)$

$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0.0631}{\pi(0.127)^2} = 4.8768 m/s$

$(\Delta H)_{asp} = \frac{4.8768^2}{2g}\left(0.0237\frac{1.829}{0.127} + 0.5 + 0.71 + 0.19\right) = 2.1092\ m$

$Z_1 - Z_A = 1.0668m$

$NPSH_{disp} = \frac{P_A}{\rho g} - \frac{P_v}{\rho g} + 1.0668 - 2.1092 = 8.9916$ m

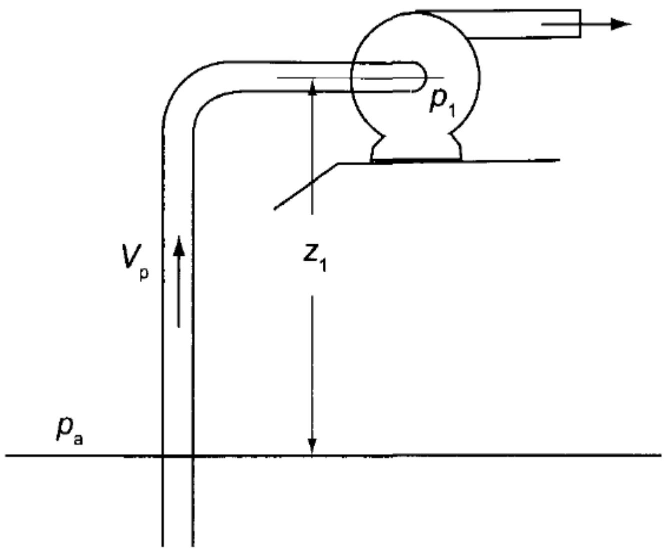
$NPSH_R = 4.572$m

$NPSH_{disp} > NPSH_{requis}$ Il n'y a donc aucune possibilité de cavitation dans la pompe

Exercice 4.5 :

Une pompe aspire de l'eau à un débit de 20 L/s à partir d'un large réservoir ouvert à l'atmosphère avec une pression de 101,325 kPa, la pompe est située à une hauteur z = 4 m au-dessus de la surface du réservoir. Le diamètre du tuyau est de 7,6 cm et le tuyau d'aspiration mesure 10 m de longueur. Le coefficient de perte à l'entrée est K_e = 0,8, le coefficient de perte du coude est K_c = 0,6 et la rugosité du tuyau est de $45\mu m$, sa valeur est f = 0,0187 Trouvez le NPSH et la vitesse spécifique d'aspiration sachant que la vitesse de l'arbre est de 1800 tr/min, et $P_v = 3782 Pa$.

Solution : Un volume de contrôle contenant l'eau dans le réservoir et dans le tuyau d'aspiration est :



$$\frac{P_a}{\rho g}=\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_p^2}{2g}+hg_a+(\Delta H)_{asp}$$

De sorte que la hauteur d'aspiration positive est :

$$NPSH=\frac{P_a}{\rho g}-z-\left(f\frac{L}{D}+K_e+K_c\right)\frac{1}{2}V_p^2-\frac{P_v}{\rho g}$$

La vitesse dans le tuyau est calculée comme :

$$V_p=\frac{Q}{A_p}=\frac{4Q}{\pi D_p^2}=\frac{4\cdot 20}{1000\cdot\pi\cdot 0.076^2}=4.41\,m/s$$

Le facteur de frottement pour un tuyau en acier commercial d'une rugosité de 0,045 mm, sa valeur est f = 0,0187 et la hauteur d'aspiration positive nette est donc :

$$NPSH=\frac{101325}{998\cdot 9.81}-4-\left(0.0187\frac{10}{0.076}+0.8+0.6\right)\frac{4.41^2}{2\cdot 9.81}-\frac{3782}{998\cdot 9.81}=2.14m$$

La valeur de la vitesse spécifique d'aspiration devient

$$\mathrm{n}_s=\frac{\mathrm{n}\sqrt{Q}}{gNPSH^{3/4}}=\frac{1800\cdot\pi\cdot\sqrt{0.020}}{30\cdot(9.81\cdot 2.14)^{3/4}}=2.72$$

Pour une pompe à simple flux, une règle approximative est de maintenir la vitesse spécifique d'aspiration en dessous de n_s= 0,3 et pour un double flux, en dessous de n_s = 0,4.

Étant donné que la vitesse spécifique d'aspiration est inférieure au critère n_s = 3,0, la pompe sur cette base ne subira pas de cavitation. Cependant, si la pompe de la figure ci-dessous est utilisée, ce débit montre que la valeur de $NPSH_{req}$ est proche de celle calculée ici, de sorte que le début de la cavitation est proche.

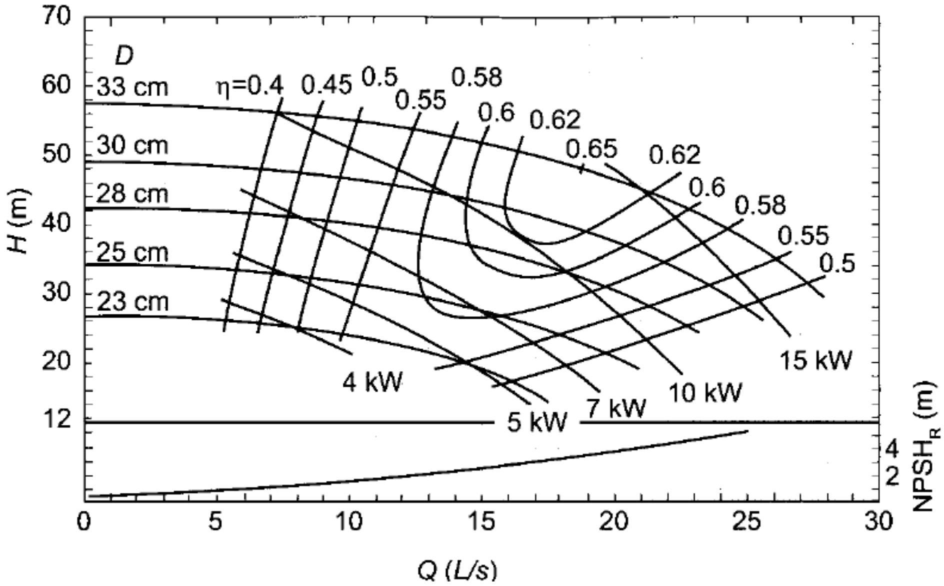


Figure : Un ensemble typique de courbes de performance pour une pompe centrifuge à 1750 tr/min.

<u>Exercice 4.6 :</u>

Soit à transférer de l'octane liquide à 20°C contenu dans un réservoir à pression atmosphérique. La hauteur géodésique d'aspiration est de 5 m et la pression atmosphérique (P_0) s'exerçant sur la surface du liquide est de 1 bar. A 20°C, la masse volumique de l'octane est de $700\, kg/m^3$ et sa tension de vapeur P_s est de 0,013 bar. La perte de charge ha' dans la tuyauterie est estimée à 1 m.

1) Calculer le$NPSH_{disp}$

2) Déduire le $NPSH_{req}$ maximal pour éviter le phénomène de cavitation.

Chapitre 5 : Turbines hydrauliques

5.1. Introduction :

Les turbines hydrauliques sont des machines qui transforment l'énergie de l'eau (énergie hydraulique) en énergie mécanique. L'énergie de l'eau peut être stockée sous forme d'énergie potentielle, par exemple dans les barrages et les réservoirs, ou sous forme d'énergie cinétique dans les cours d'eau. L'arbre de la turbine est relié directement au générateur électrique qui transforme l'énergie mécanique en énergie électrique. On appelle ça "l'énergie hydroélectrique".

5.2.1. Classification des turbines hydrauliques :

Les turbines hydrauliques sont classées en plusieurs catégories en fonction de :

1. l'action de l'eau sur les pales :
Ou de l'énergie disponible à l'entrée de la turbine, dans ces catégories on a deux types : les turbines à impulsion et turbines à réaction

Turbine à impulsion : Dans ce type de turbine, l'énergie du fluide entrant dans le rotor est sous forme d'énergie cinétique de jets. Exemple : turbine Pelton. Dans une turbine à impulsion, la pression du fluide qui s'écoule sur le canal est constante. Dans la pratique, cette pression est la pression atmosphérique. Toute l'énergie potentielle disponible à l'entrée sera entièrement utilisée pour produire de l'énergie cinétique, qui à son tour sera utilisée par un effet purement impulsionnel pour produire du travail. Dans l'ensemble, dans une turbine à impulsion, l'énergie disponible à l'entrée de la turbine est uniquement l'énergie cinétique.
Turbine à réaction : Dans cette turbine, l'énergie du fluide entrant dans le rotor est sous forme d'énergie cinétique des jets et d'énergie de pression de la turbine. Exemple : turbine Francis et turbine Kaplan. Dans une turbine à réaction, le corps de la turbine est rempli d'eau et la pression de l'eau varie au cours de l'écoulement à travers le rotor, en plus de l'énergie cinétique provenant de la tuyère (pales fixes). Dans l'ensemble, l'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont disponibles à l'entrée des turbines à réaction pour produire de l'énergie.

2. la direction de l'écoulement du fluide dans le canal :

Les turbines sont classées comme suit : turbine à flux tangentiel, turbine à flux radial, turbine à flux axial et turbine à flux mixte.

Turbine à flux tangentiel: Dans ce type de turbine, l'eau frappe la roue dans la direction tangentielle, ces turbines sont également appelées turbines à flux périphérique. Exemple : turbine Pelton.
Turbine à flux radial : Dans ce type de turbine, l'eau s'écoule à travers le canal dans la direction radiale. Exemple : turbine Francis.

Turbine à flux axial : Dans ce type de turbine, l'eau s'écoule à travers le canal dans le sens axial. Exemple : turbine Kaplan.
Turbine à flux mixte : dans ce type de turbine, l'eau entre dans la roue radialement et sort de la roue axialement. Exemple : turbine Francis.

3. La hauteur de pression sous laquelle la turbine fonctionne :
Turbine à impulsion à haute pression : roue Pelton
Turbine à réaction à moyenne pression Ex : Francis
Turbine à réaction à faible pression Ex : Kaplan, hélice

4. la vitesse spécifique de la machine :

Les turbines sont classées en trois catégories : les turbines à faible vitesse spécifique, les turbines à vitesse spécifique moyenne et les turbines à vitesse spécifique élevée. vitesse spécifique et turbines à haute vitesse spécifique.


(a)


(b)

(c)

Figure 5.1:Typical runners (a) Pelton turbine, (b) Francis turbine, and (c) Kaplan turbine. (Courtesy of Voith Hydro, Inc.)

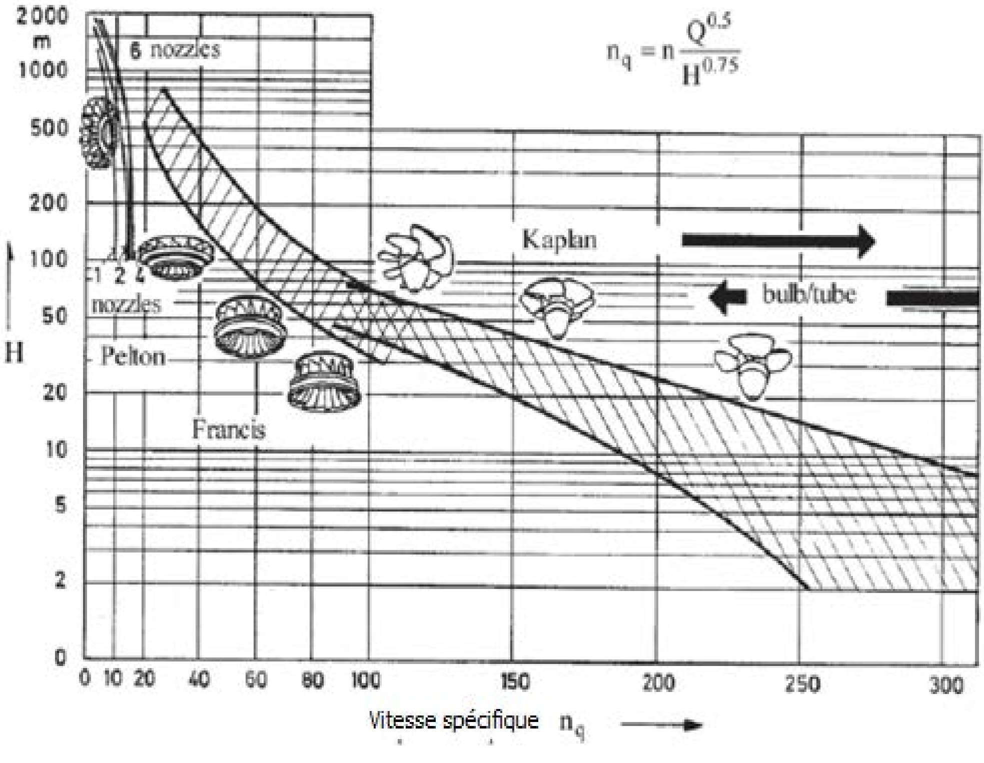


Figure 5.2 Range of application for various types of hydraulic turbines. (From fundamentals of turbomachinery);

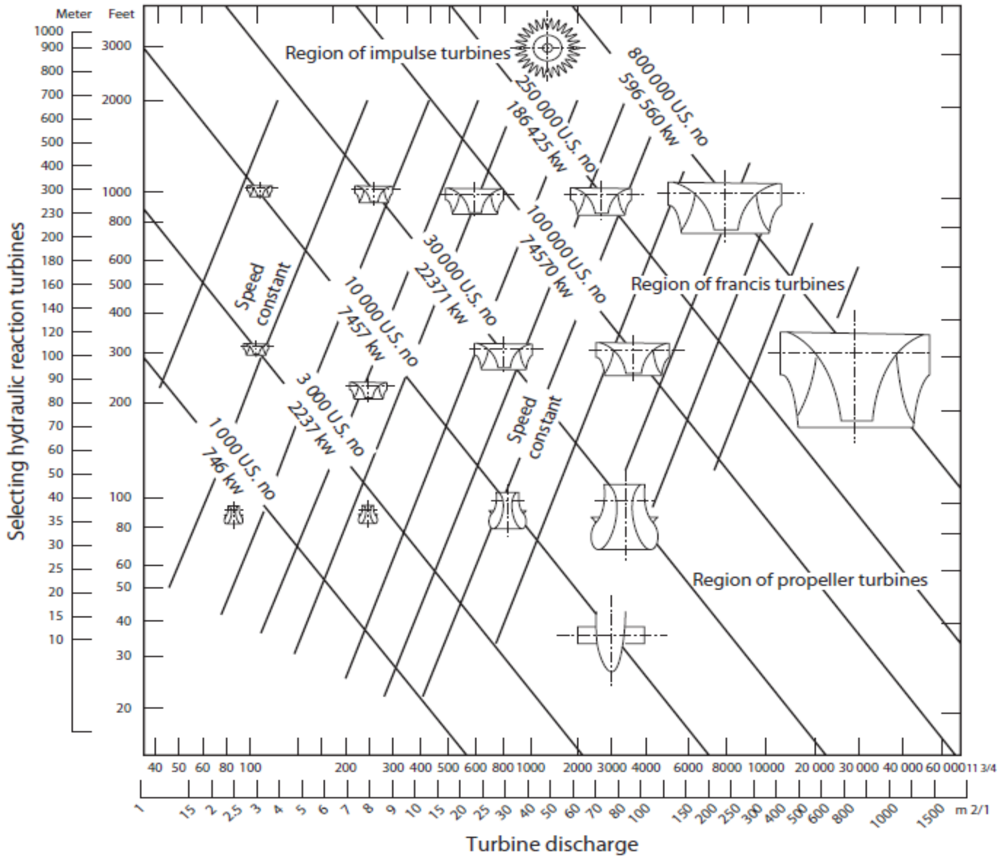


Figure 5.3 : Guide de sélection des turbines hydrauliques. (From Walters, R. N. and Bates, C. G., (1976)

5.2.2. Sélection de turbines hydrauliques

La figure 5.3 présente un guide de sélection des turbines en fonction de la hauteur de chute et de la puissance requises.

La turbine Pelton est une turbine à impulsion. Ces turbines ont généralement une hauteur de chute de 200 m à plus de 1000 m et ces machines nécessitent un faible débit, ce qui explique que la vitesse spécifique soit faible, de l'ordre de 10 à 30 %. Dans ce type de turbine, l'eau frappe la roue le long de la direction tangentielle, Ces turbines sont également connues sous le nom de turbines à flux périphérique (tangentiel).

La turbine Francis est une turbine à réaction. Ces turbines ont généralement une hauteur de chute moyenne comprise entre 50 m à 200 m et ces machines nécessitent un débit moyen, la vitesse spécifique est donc moyenne, de l'ordre de 60 à 400. Dans ce type de turbine, l'eau entre radialement et sort axialement ou vice versa, Ces turbines sont également connues sous le nom de turbines à flux mixte.

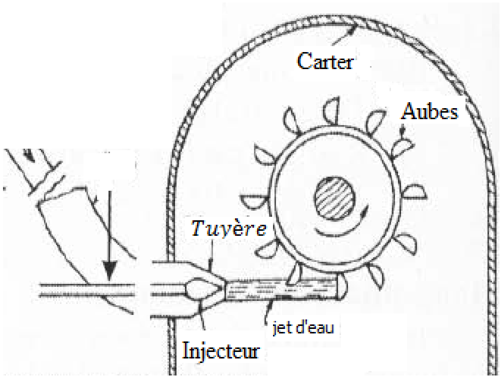
La turbine Kaplan est également une turbine à réaction. Ces turbines ont généralement une hauteur de chute très faible, de l'ordre de 2,5 à 50 mètres et ces machines nécessitent un débit élevé, d'où une vitesse spécifique élevée, de l'ordre de 300 à 1000. Dans ce type de turbine, l'eau s'écoule à travers le canal dans le sens axial.Ces turbines sont également connues sous le nom de turbines à flux axial.

La sélection et la conception d'un type particulier de turbine doivent être effectuées avec une certaine discrétion, afin d'obtenir le meilleur rendement possible de la turbine.
La hauteur de chute, H (m d'eau), et le débit, Q (m3/s), sont pris comme données. On peut supposer un rendement global de l'ordre de 0,85 ou 0,88. La puissance P est alors donnée par :$\boldsymbol{P = \varpi Q H \eta}\ [\boldsymbol{W}]$

La vitesse spécifique peut être calculée par : $\boldsymbol{N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}}$

5.3. La turbine Pelton :

La turbine Pelton est une turbine à impulsion (à action) fonctionnant à haute hauteur de chute et à faible débit. Dans cette turbine, l'eau provenant de la conduite forcée pénètre dans la tuyère et en ressort sous la forme d'un jet d'eau à grande vitesse. L'énergie potentielle de l'eau dans la conduite est convertie en énergie cinétique par la tuyère, qui est utilisée pour faire tourner le rotor de la turbine.



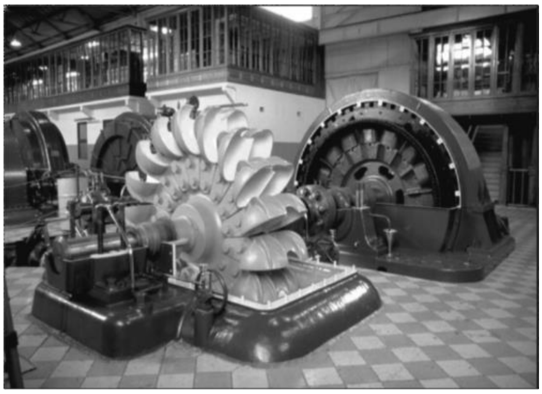


Figure 5.4 : Turbine Pelton *(YUNUS A. CENGELS, 2010)*

L'eau provenant d'une source ou d'un réservoir à hauteur de chute élevée, comme un barrage, pénètre dans le rotor de la turbine par des conduites de grand diamètre appelées conduites forcées. Chaque conduite forcée est ramifiée de manière à pouvoir accueillir par une tuyère à son extrémité. L'eau s'écoule à travers ces tuyères sous la forme d'un jet à grande vitesse qui frappe les aubes ou les godets fixés à la périphérie de la roue. La Le rotor tourne et fournit un travail mécanique à l'arbre. L'eau est évacuée à l'extrémité de la course après avoir travaillé sur le patin.

5.3.1. Caractéristiques de performance

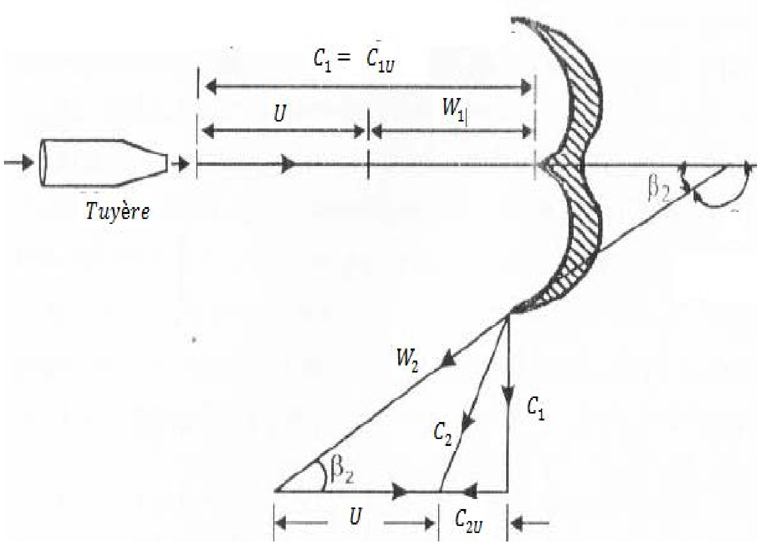


Figure triangle de vitesse pour une turbine Pelton

La vitesse du jet d'eau à la sortie de la tuyère (ou à l'entrée des godets du rotor) est la suivante :

$$C_1 = C_v\sqrt{2gH}\ m/s \tag{5.1}$$

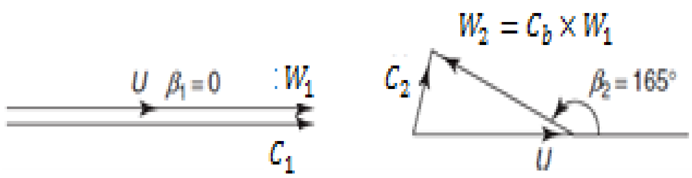
Où C_v est le coefficient de vitesse de la buse, avec une valeur de l'ordre de 0,96-0,98. La vitesse des godets Pelton est :

$$U = \frac{\pi DN}{60}\ m/s$$

Dans laquelle D est le diamètre du pas (m) et N est la vitesse de rotation (tr/min) de l'arbre du rotor.

Lorsque le facteur de frottement de la pale est c_b, nous avons :

$$W_2 = c_b \times W_1$$



Triangles de vitesse pour la coupelle Pelton à l'entrée et à la sortie

La vitesse d'entrée C_1 a la même direction que la vitesse de la pale U est :

$$W_1 = C_1 - U$$
$$C_{1U} = C_1$$

En outre, en ce qui concerne le triangle des vitesses de sortie, nous avons :

$$C_{2U} = U - W_2 \cos \beta_2 \tag{5.2}$$

En utilisant les équations précédentes, on obtient :

$$C_{2U} = U - C_b \times W_1 \cos \beta_2$$
$$C_{2U} = U - C_b \times (C_1 - U) \cos \beta_2$$

Le travail spécifique *W* est donné par :

$$W = U(C_{1U} - C_{2U}) \qquad \textit{(Euler)}$$
$$W = U[C_1 - U + c_b(C_1 - U) \cos \beta_2]$$

$$W = U(C_1 - U)(1 + c_b \cos \beta_2)$$

$$= \frac{U}{C_1}\left(1 - \frac{U}{C_1}\right)(1 + c_b \cos \beta_2) C_1^2$$
$$W = \phi(1 - \phi)(1 + c_b \cos \beta_2) C_1^2 \tag{5.3}$$

Où $\phi = U/C_1$ est le rapport de vitesse. Pour une installation donnée, c_b, β_2 et C_1 sont des constantes. Le travail spécifique *W* est maximisé lorsque $dW/d\phi$ est égal à zéro, ce qui se traduit par ϕ =0,5. D'où :

$$W_{max} = 0.25(1 + c_b \cos \beta_2) C_1^2 \tag{5.4}$$

5.3.2. Rendement de la turbine Pelton

L'efficacité hydraulique $\eta_h = \frac{W}{C_1^2/2}$ atteint une valeur maximale de

$$\eta_h = \frac{W_{max}}{C_1^2/2}$$

Le rendement hydraulique est obtenu sous la forme suivante :

$$\eta_h = \frac{1 + c_b \cos \beta_2}{2} \tag{5.5}$$

Cette expression est valable pour l'équation de définition :

$$\eta_h = \frac{P_r}{P}$$

Où le rendement hydraulique est définie comme le rapport entre la puissance du rotor et la puissance disponible dans le courant d'eau d'entrée. (η_h), y compris l'effet des pertes à la sortie, le frottement du fluide sur la surface des pales, etc.

On peut rappeler la définition de l'efficacité volumétrique η_v comme suit :

$$\eta_v = \frac{(Q - \Delta Q)}{Q} \tag{5.6}$$

La réduction du débit volumétrique dans une turbine (ΔQ) était auparavant attribuée aux fuites. Dans le cas de la turbine Pelton, cette perte peut également être attribuée au débit volumétrique "inefficace" qui se trouve dans les couches extérieures de l'eau dans le jet, qui ne peut pas être aussi efficace que le cœur du jet pour exercer la force sur les godets.

Le rendement mécanique (η_m) a également été défini comme suit :

$$\eta_m = \frac{P_s}{P_r}$$

$$\eta_m = \frac{P_r - Perte\ mécanique}{P_r}$$

Le rendement global est alors donné par :

$$\eta_g = \eta_h \times \eta_v \times \eta_m \tag{5.7}$$

Paramètres de conception d'une turbine Pelton :

ϕ est d'environ 0,45 ou 0,46, de sorte que :

$$U = (0.45 \text{ à } 0.46) C_1 \ {}^{m}/_{s} \tag{5.8}$$

Le débit volumétrique total disponible est réparti de manière égale entre les jets. Le débit par gicleur est de : $Q_i = \frac{Q}{n}$, $n = 1,2,3 \ldots$

Ensuite, le débit volumétrique dans un jet = surface du jet ×la vitesse du jet :

$Q_i = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) C_1$ et donc : $d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C_1}}$

Les caractéristiques géométriques de la double coupe Pelton sont la longueur (L), la largeur (B) et la profondeur (T) de la double coupelle. Ces paramètres sont optimisés en fonction du diamètre du jet d, et sont spécifiés par les équations suivantes :

$L = (2.3 \sim 2.8) \cdot d$
$B = (2.8 \sim 3.2) \cdot d$
$T = (0.6 \sim 0.9) \cdot d$

Le nombre de godets est également optimisé et se présente comme suit :

$$Z = \frac{0.5D}{d} + 15 \tag{5.9}$$

Exercice 5.1:

Concevez une turbine Pelton pour un projet où la hauteur de chute disponible est de 510 m et le débit uniforme est de 0,03 m^3/s. Supposez un rendement global de 0,867, un coefficient de vitesse de la buse de 0,985, un rapport de vitesse de 0,46 et une vitesse de 1500 tr/min.

Donnée :

$$H = 510\, m, \qquad Q = 0.03\, m^3/s,\ \eta_g = 0.867,\ \ \phi = 0.46, \qquad c_v = 0.985, \qquad N = 1500$$

$$P = \varpi Q H \eta = \frac{9810 \times 0.03 \times 510 \times 0.867}{1000} = 130.13 kW$$

La vitesse spécifique est $N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}}$

$$N_s = \frac{1500 \times \sqrt{130.13}}{510^{5/4}} = 7.06$$

Vitesse de jet : $C_1 = c_v \sqrt{2gH}$

$$C_1 = 0.985\sqrt{2 \times 9.81 \times 510} = 98.53\, m/s$$

Diamètre de jet : $d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C_1}} = \sqrt{\frac{4 \times 0.03}{\pi \times 98.53}}$

$$d = 0.0197 m \approx 2\ cm$$

Diametre du rotor : $D = 0.46 C_1 \times \frac{60}{\pi N}$

$D = 0.46 \times 98.53 \times \frac{60}{\pi \times 1500} = 0.577 m$ =57.7cm

Le rapport de jet : $\frac{D}{d} = \frac{57.7}{2} = 28.85$

Nombre de godets $= 0.5 \times 28.85 + 15 = 29.42 \sim 30$

Z=30

Longueur du seau = 2.3d = 2.3 × 2 = 4.6 cm ; Largeur du godet = 2.8d = 2.8 × 2 = 5.6 cm

Profondeur du godet =0,6d = 0,6 × 2 = 1,2 cm ; Angle d'entrée = 5°

Angle de sortie = 180-165=15°

Exercice 5.2:

Une turbine Pelton tournant à 600 tr/min a une hauteur de chute nette de 260 m au niveau de ses tuyères. Elle est alimentée en eau à un débit de 2 m^3/s. Le rapport de vitesse de la machine est de 0,46 et le coefficient de vitesse de la tuyère est de 0,98. Calculez le diamètre du jet, le diamètre de la roue et les dimensions principales des godets Pelton, avec un angle de sortie de β_2 = 20°. On estime que 0,015 m3/s d'eau est inefficace dans le système. Les pertes dues au vent et aux roulements sont de 60 kW. Prenez une première approximation du rendement global de 91%. Calculez ensuite le rendement hydraulique, le rendement volumétrique et le rendement mécanique réels et le rendement global.

Solution : donnée *N=600tr/mn, H=260m, Q=2m*^{3}*/s,* ϕ*=0.46,* $c_v = 0.98$, $\beta_2 = 20°, \Delta Q = 0.015 m^3/s$

$\eta_g = 0.91$, *Perte mécanique=60Kw.*

$$P = \varpi Q H \eta$$

$$P = \frac{9810 \times 2 \times 260 \times 0.91}{1000} = 4642 kW$$

La vitesse spécifique est

$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}}$$

$$N_s = \frac{600 \times \sqrt{4642}}{260^{5/4}} = 39.15$$

Vitesse de jet : $C_1 = c_v\sqrt{2gH}$

$$C_1 = 0.98\sqrt{2 \times 9.81 \times 260} = 70\ m/s$$

On a :

$$Q_i = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) C_1$$

À cette vitesse spécifique, deux jets doivent être choisis et le débit de chaque jet doit être égal à la moitié du débit total. Le débit par jet est donc de 1 m3/s.

Diamètre de jet : $d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C_1}} = \sqrt{\frac{4 \times 1}{\pi \times 70}} = 0.1349 m = 13.5\ cm$

Le rapport de vitesse : $\phi = \frac{U}{C_1} = 0.46$

D'où : $U = 0.46 C_1$

$$U = 0.46 \times 70 = 32.2\ m/s$$

De plus : $U = \frac{\pi DN}{60}$ $D = \frac{60U}{\pi N} = \frac{60\times 32.2}{\pi\times 600} = 1.025m = 102.5cm$

Le rendement hydraulique :

$$\eta_h = \frac{1+\cos\beta_2}{2}$$

$$\eta_h = \frac{1+\cos 20}{2} = 0.9698$$

$$\eta_h = 97\%$$

Le rendement volumetrique :

$$\eta_v = \frac{(Q-\Delta Q)}{Q}$$

$$\eta_v = \frac{2-0.015}{2} = 0.9925$$

$$\eta_v = 99.25\%$$

La puissance au rotor :

$$P_r = \varpi QH \times \eta_v \times \eta_h$$

$$= 9810\delta \times 2 \times 260 \times 0.9925 \times 0.97/1000$$

$$P_r = 4911kW$$

Le rendement mecanique :

$$\eta_m = \frac{P_r - Perte}{P_r}$$

$$\eta_m = \frac{4911-60}{4911} = 0.9878$$

$$\eta_m = 98.78\%$$

$$\eta_g = \eta_v \times \eta_h \times \eta_m = 95.1\%$$

<u>Exercice 5.3:</u>

Un jet d'eau de 137 mm de diamètre sortant d'une tuyère frappe les godets d'une roue Pelton et le jet est dévié d'un angle de 165° par les godets. La hauteur disponible à la buse est de 400 m. En supposant un coefficient de vitesse de 0,97, un rapport de vitesse de 0,46 et une réduction de la vitesse relative lors du passage à travers les godets de 15 %. Trouvez (i) la force exercée par le jet dans la direction tangentielle, (ii) Puissance développée

Données. d =137mm=0,137m, H=400m, C = 0,97, β_2 = 180-165 15°, ϕ=0,46

Solution :

La surface de tuyère :

$a = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \times 0.137^2 = 0.1474 m^2$

Vitesse de jet :

$C_1 = c_v \sqrt{2gH} = 0.97\sqrt{2 \times 9.81 \times 400} = 85.93\, m/s$

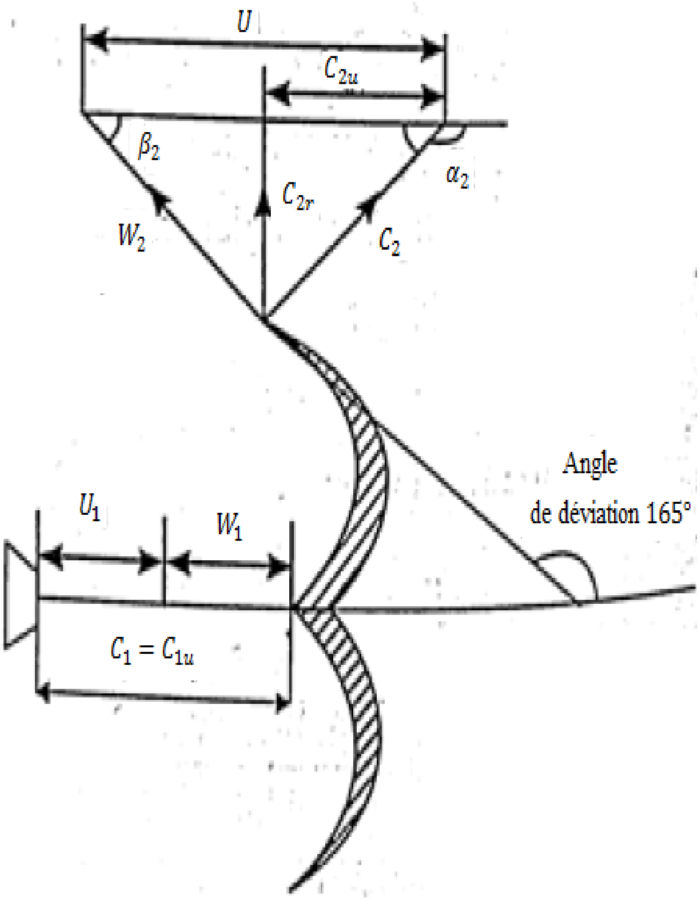
Vitesse du godet :

$U = \phi\sqrt{2gH} = 0.46\sqrt{2 \times 9.81 \times 400} = 40.75\, m/s$

$C_{1r} = C_1 - U = 85.93 - 40.75 = 45.18\, m/s$

$C_{2r} = 0.85 C_{1r} = 0.85 \times 45.18 = 38.4\, m/s$

$C_{2r} \cos\beta_2 = 38.4 \times \cos 15 = 37.092\, m/s$



Depuis $C_{2r} \cos\beta_2 < U$ on prend $\alpha_2 > 90°$

Par conséquent, les triangles de vitesse sont construits comme le montre la figure.
À partir du triangle de vitesse de sortie :

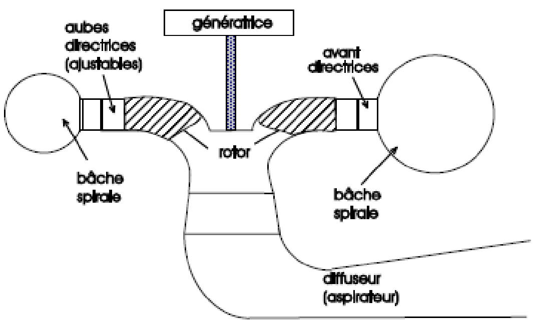
$$\cos\beta_2 = \frac{U - C_{2u}}{C_{2r}} \rightarrow\rightarrow \cos 15 = \frac{40.75 - C_{2u}}{38.4} \rightarrow\rightarrow\rightarrow C_{2u} = 3.658\, m/s$$

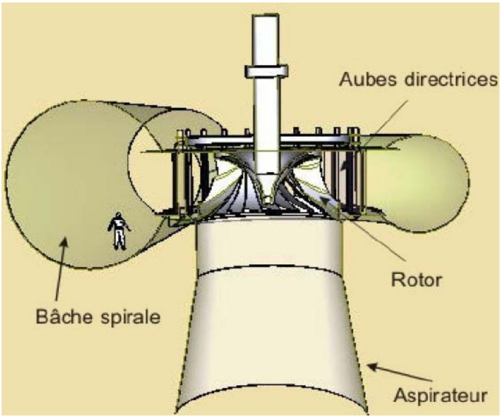
La force exercée par le jet :
$F_t = \rho a C_1 (C_{1u} - C_{2u})$
$F_t = 1000 \times 0.01474 \times 85.93(85.93 - 3.658)$
$F_t = 104206 N$
La puissance développée :

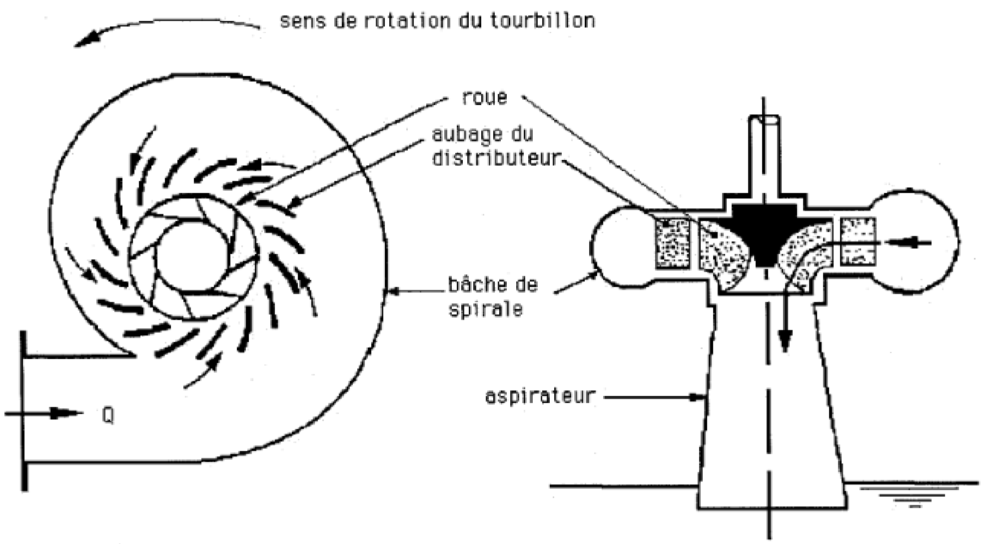
$$P = \frac{F_t \times U}{1000} = \frac{104206 \times 40.75}{1000} = 4246.4 kW.$$

5.4. Turbines à réaction : roue Francis

La turbine Francis est une turbine à réaction. Les premières turbines Francis étaient à écoulement purement radial, mais les turbines Francis modernes sont à écoulement mixte dans lesquelles l'eau entre radialement dans le canal et en sort axialement au centre. (La figure 5.4 présente les principaux composants des turbines Francis). Avant la roue, une partie de l'énergie potentielle (de pression) est traduite en énergie cinétique dans les composantes statiques (avant directrices). Dans la roue, l'écoulement subit des changements de direction et de pression. Ces variations sont transmises aux aubes de la machine, dont l'origine du nom de réaction. Le fonctionnement d'une telle machine ressemble fortement au fonctionnement « inverse » d'une pompe centrifuge. Bien que la vitesse absolue et la pression diminuent lors du Passage dans le rotor, à la sortie demeure une quantité d'énergie cinétique résiduelle. Le diffuseur, situé en aval de la roue, permet de traduire cette énergie cinétique en pression et produit un effet“ d'aspiration ”à la sortie du rotor. Ceci, est bénéfique pour l'accroissement de la puissance transmise à la roue.







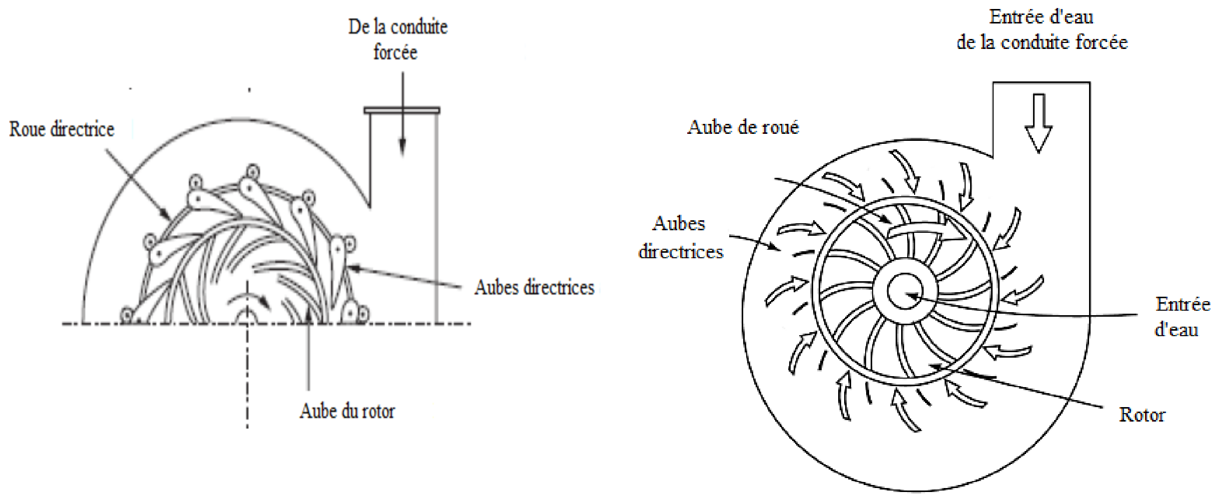


Figure 5.4. Composantes d'une turbine Francis

5.4.1. Les principaux composants des turbines Francis

Bâche spirale: enveloppe sous pression permettant la mise en rotation du fluide. la bâche spirale reçoit l'eau sous pression de la conduite forcée et la distribue vers l'intérieur de l'anneau. La fonction principale est d'assurer une distribution uniforme de l'eau autour de la roue. Sa tenue mécanique est assurée par un cercle d'entretoises profilées.

Aubes directrices (Distributeur) : Après la spirale, l'eau passe dans la série d'aubes directrices ou d'aubes fixes qui entourent complètement la roue de turbine. Les aubes directrices régulent la quantité d'eau entrant dans la roue et dirigent l'eau vers la roue et définissant le débit à la turbine et l'intensité du tourbillon.

Rotor : Le rotor d'une turbine est constitué d'une série d'aubes incurvées disposées uniformément sur la circonférence. Les pales sont conçues de telle sorte que l'eau pénètre dans le rotor radialement à la périphérie extérieure et le quitte axialement au centre. Le rotor récupère l'énergie du tourbillon pour la transformer en énergie mécanique.

Tube d'aspiration : Un aspirateur diffuseur reçoit l'eau à la sortie de la roue et le conduit à la sortie de la turbine, il permet d'abaisser la pression en sortie de roue, sous l'effet du dénoyage éventuel de la machine et grâce à une augmentation progressive de sa section de passage.

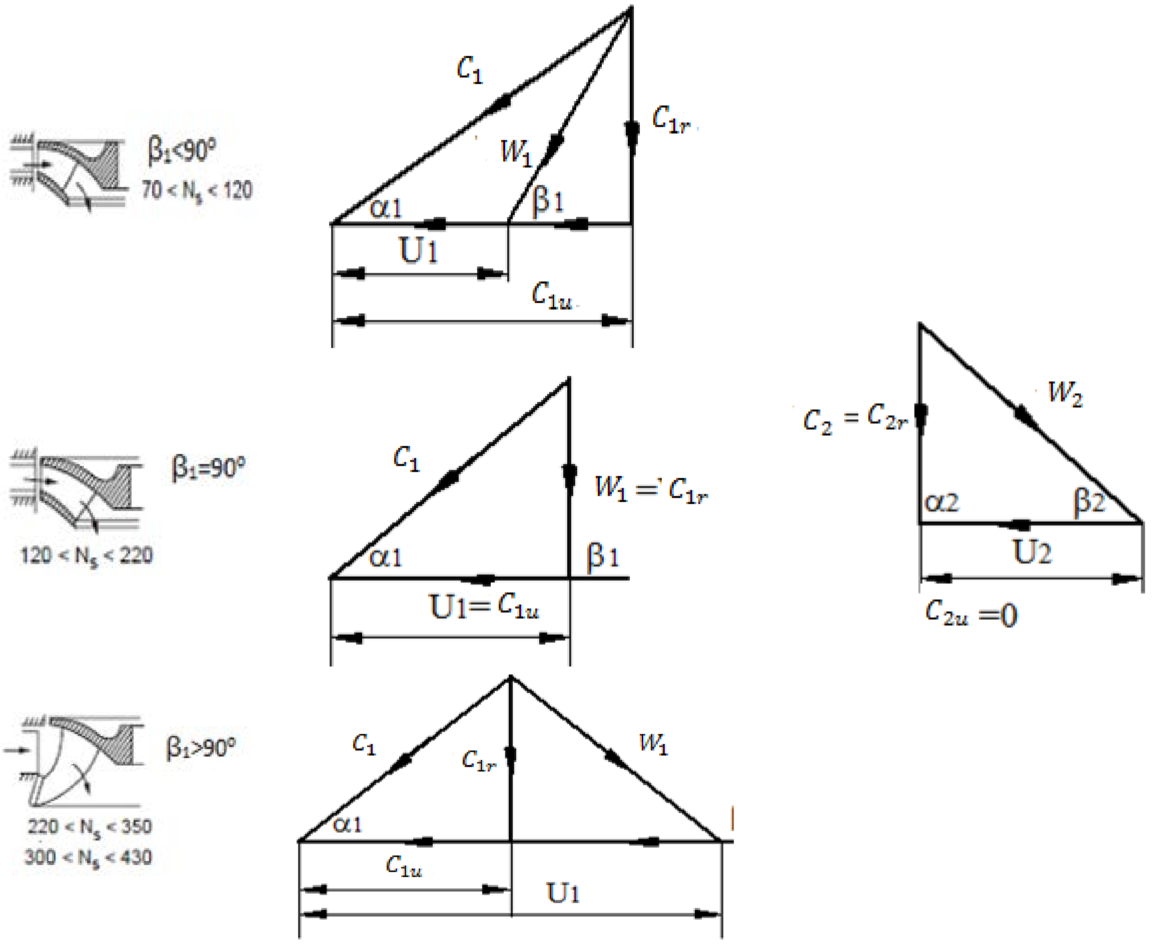
5.4.2 Caractéristiques de performance

L'efficacité hydraulique de la turbine Francis est obtenue sous la forme suivante :

$$\eta_h = \frac{U_1 C_{1u}}{gH} \tag{5.10}$$

Triangle de vitesse pour la turbine Francis : Dans les turbines lentes, moyennes et rapides d'une turbine Francis, l'angle de la pale d'entrée (β_1) est respectivement inférieur, égal et supérieur à 90°. La composante de la vitesse absolue à la sortie est nulle (c'est-à-dire C_{2u}=0).

L'angle β Triangle de vitesses à l'entrée Triangle de vitesses à la sortie



1. La vitesse d'écoulement ou vitesse radiale à l'entrée de la turbine est donnée par,

$$C_{1r} = \psi\sqrt{2gH}$$

   Où ψ est le rapport de débit compris entre 0,15 et 0,30
2. La vitesse tangentielle du canal ou de la roue à l'entrée est donnée par $U_1 = \varphi\sqrt{2gH}$
   Où φ est le rapport de vitesse compris entre 0,6 et 0,9

3. Diamètre de la canalisation :
   Diamètre d'entrée (D_1) de la canalisation, $U_1 = \pi D_1 N$
   Diamètre de sortie (D_2) de la glissière, $U_2 = \pi D_2 N$
   Où U_1 et U_2 sont respectivement les vitesses d'entrée et de sortie du canal.

4. La hauteur de chute à l'entrée de la turbine, en supposant qu'il n'y a pas de perte d'énergie, est donnée par, $gH = (U_1C_{1u} \pm U_2C_{2u}) + \frac{C_2^2}{2}$ donc : $H = \frac{1}{g}\left[(U_1C_{1u} \pm U_2C_{2u}) + \frac{C_2^2}{2}\right]$

5. La décharge à la sortie est radiale, alors l'angle de l'aube de guidage à la sortie est de 90°.
   c.-à-d, $\alpha_2 = 90°\ \ et\ \ C_{2u} = 0$.

6. Le débit à travers la turbine est donné par, $Q = AV = \pi D_1 B_1 C_{1r} = \pi D_2 B_2 C_{2r}$
   Où A est la surface d'écoulement à travers le canal, D est le diamètre du canal, B est la largeur du canal et C_r est la vitesse d'écoulement.
   Si "n" est le nombre d'aubes dans le canal et "t" l'épaisseur de l'aube, alors :

$$Q = (\pi D_1 - nt_1)B_1 C_{1r} = (\pi D_2 - nt_2)B_2 C_{2r}$$

Normalement, on suppose que :

$$D_1 = 2D_2\ ,\ \ C_{1r} = C_{2r}\ \ ,B_2 = 2B_1$$

7. Le rapport entre la largeur et le diamètre est donné par : $r = \frac{B_1}{D_1}$, allant de 0,10 à 0,38.

Exercice 5.4:

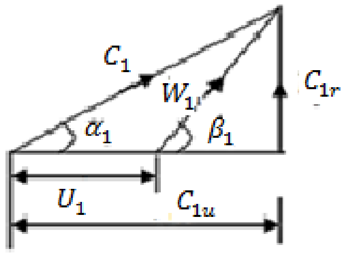
Une turbine à réaction à flux entrant avec un débit de 0,6m^3/s sous une hauteur de chute de 15m développe 75kw à 400 tr/mn. Les diamètres intérieur et extérieur du rotor sont respectivement de 40 cm et 65 cm. L'eau quitte la sortie de la turbine à 3m/s. Calculez l'efficacité hydraulique et les angles des pales d'entrée. Supposez que le débit radial et la largeur sont constants.

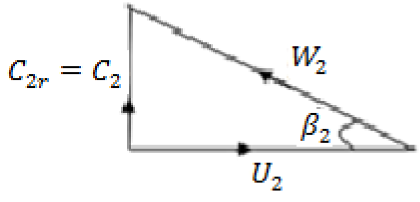
η_h =? β_1 =?

$$U_1 = \frac{\pi D_1 N}{60} \ \rightarrow\rightarrow U_1 = \frac{\pi \times 0.4 \times 400}{60} = 8.31 m/s$$
$$U_2 = \frac{\pi D_2 N}{60} \ \rightarrow\rightarrow U_1 = \frac{\pi \times 0.65 \times 400}{60} = 13.61 m/s$$

D' après Euler :

$$\dot{W} = C_{1u}U_1 - C_{2u}U_2 = C_{1u}U_1 = 75kW$$
$$\rightarrow\rightarrow C_{1u} = \frac{\dot{W}}{U_1} = 9.02\ m/s.$$





$C_{1r} = \psi\sqrt{2gH}$ où ψ est le rapport de débit compris entre 0,15 et 0,30.

$C_{1r} = 0.25\sqrt{2g15}$=4.3 m/s.

$$\tan\beta_1 = \frac{C_{1r}}{(C_{1u} - U_1)} \rightarrow\rightarrow \beta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{C_{1r}}{(C_{1u} - U_1)}\right) = 80.5°$$

$$\eta_h = \frac{C_{1u}U_1}{gH} = 51\%$$

<u>Exercice 5.5:</u>

Dans une turbine à flux radial entrant, le diamètre extérieur de la roue est de 1,05 m et le diamètre intérieur est de 0,5 m. La vitesse de la roue est de 400 tr/min. L'eau liquide entre dans la roue à une vitesse de 25 m/s sous un angle de 15° par rapport à la tangente de la roue à l'entrée. Le refoulement à la sortie est radial et la vitesse absolue est de 5 m/s. Trouvez les angles des pales de la roue à l'entrée. Dessinez les triangles de vitesse. Quelle est la puissance de sortie par unité de masse de flux d'eau à travers la pale ? Trouvez également le degré de réaction, le facteur d'utilisation et β_2 et la pression statique à l'entrée de la turbine, si la pression statique à la sortie est de 1 bar.

Solution :

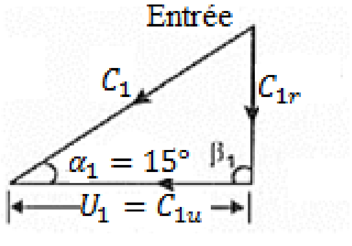
$$D_1 = 0.5m \quad D_2 = 1.05m \quad N = 400rpm \quad C_1 = 25\, m/s \quad \alpha_1 = 15° \quad C_2 = 5\, m/s,\ \alpha_2 = 90° \quad C_{2u} = 0$$

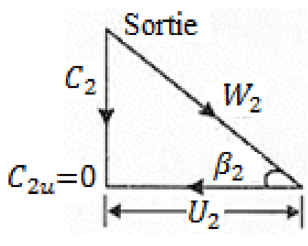
Flux radial entrant $\beta_1 = 90°$ débit à la sortie= radial

Les vitesses tangentielles :

$$U_1 = \frac{\pi D_1 N}{60} = \frac{\pi \times 0.5 \times 400}{60} = 10.47\, m/s$$

$$U_1 = \frac{\pi D_2 N}{60} = \frac{\pi \times 1.05 \times 400}{60} = 21.99\, m/s$$





$$\cos\alpha_1 = \frac{C_{1u}}{C_1} \rightarrow\rightarrow C_1 = \frac{25}{\cos 15} = 10.83\, m/s$$

La puissance de sortie par unité de masse

$P = m(C_{1u} U_1)$

$P = 1(10.47 \times 10.47) = 109.62kW$

Degré de réaction :

$$R = \frac{P - \frac{1}{2}(C_1^2 - C_2^2)}{P} = \frac{109.62 - \frac{1}{2}(10.83^2 - 5^2)}{109.62}$$

$R = 0.57$

Facteur d'utilisation :

$$\epsilon = \frac{P}{P + \frac{1}{2}C_2^2} = \frac{109.62}{109.62 + \frac{1}{2}5^2}$$

$\epsilon = 0.25$

$$\beta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{C_2}{U_2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{21.99}\right)$$

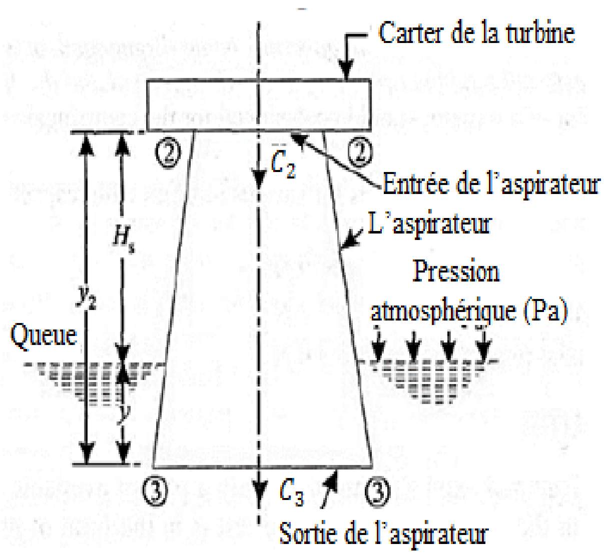
$\beta_2 = 12.80°$

Exercice 5.6:

Dans une turbine à réaction à arbre vertical et à flux entrant, la somme de la pression et de la hauteur cinétique à l'entrée du carter en spirale est de 120 m et la distance verticale entre cette section et le niveau du canal de fuite est de 3 m. La vitesse périphérique de la roue à l'entrée est de 30 m/s, la vitesse radiale d'écoulement de l'eau est constante à 9 m/s et le refoulement de la roue est sans tourbillon. Les pertes hydrauliques estimées sont (a) entre l'entrée et la sortie de la turbine des aubes directrices 4,8 m (b) dans la roue 8,8 m (c) dans le tube d'aspiration 0,79 m

(d) hauteur cinétique rejetée dans le canal de fuite 0,46 m. Calculer l'angle des aubes directrices et l'angle des pales de la roue à l'entrée et les hauteurs de pression à l'entrée et à la sortie de la roue.

Solution :



$U_1 = 30\,m/s,\ Z_2 = 3\,m,\ Zd = 0.79m,$

$C_{1r} = 9m,\ \frac{Cd^2}{2g} = 0.46m$

L'hauteur totale à l'entréeH_T :

$H_T = 120 + 3 = 123m$

L'hauteur totale de pertesH_L :

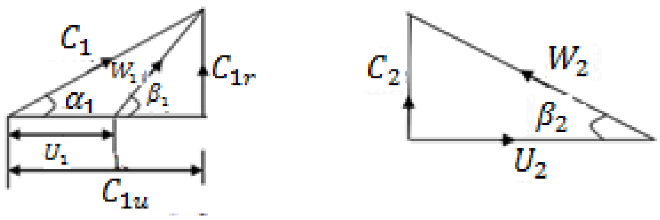
$$H_L = 4.8 + 8.8 + 0.79 + 0.46$$

$H_L = 14.85m$

L'hauteur du travail équivalent H :

$H = H_T - H_L$

$H = 108.15m$



Travail effectué

$$W = \frac{C_{1u}U_1}{g} = 108.15m$$

$$C_{1u} = \frac{108.15 \times g}{U_1} = 35.36\, m/s$$

$$\tan\alpha_1 = \frac{C_{1r}}{C_{1u}} = \frac{9}{35.36}$$

$$\alpha_1 = 14.27°$$

$$\tan\beta_1 = \frac{w_1}{C_{1u} - U_1} = \frac{9}{35.36 - 30}$$

$$\beta_1 = 59.22°$$

Hauteur de pression à l'entrée = hauteur cinétique à l'entrée - énergie cinétique à l'entrée - pertes hydrauliques

Hauteur de pression à l'entrée = 120-120 $- \frac{1}{2g}C_1^2 - 4.8 = 47.34\, m/s$

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{C_2^2}{2g} + (H_s + y) = \frac{P_3}{\rho g} + \frac{C_3^2}{2g} + 0 + h_f$$

D'où :

h_f : Perte d'energie entre 2-2 et 3-3

$\frac{P_3}{\rho g}$: L'hauteur de pression atmosphérique +y

$$\frac{P_3}{\rho g} = \frac{P_a}{\rho g} + y$$

Donc,

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{C_2^2}{2g} + (H_s + y) = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{C_3^2}{2g} + y + h_f$$

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{C_2^2}{2g} + H_s = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{C_3^2}{2g} + h_f$$

à partir de triangle de vitesses on a :
$C_2 = C_{2r} = C_{1r} = 9\,m/s$ (la vitesse d'écoulement est constante)
Appliquant l'equation d'energie entre l'entrée et la sortie de l'aspirateur on trouve :

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{C_2^2}{2g} + 3 = Pd + \frac{Cd^2}{2g} + Zd$$

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{9^2}{2 \times 9.81} + 3 = 0 + 0.46 + 0.79$$

$$\frac{P_2}{\rho g} = -5.88m.$$

Exercice 5.7:

Une turbine à réaction à flux entrant avec décharge radiale avec un rendement global de 80% est nécessaire pour développer 147 kW. La hauteur de chute est de 8 m. La vitesse périphérique de la roue est de 0,96$\sqrt{2gH}$, la vitesse radiale de l'écoulement est de 0,36$\sqrt{2gH}$. La roue doit faire 150RPM et les pertes hydrauliques dans la turbine sont de 22% de l'énergie disponible. Déterminez : (i) l'angle de l'aube directrice à l'entrée, (ii) l'angle de l'aube de la roue à l'entrée, (iii) le diamètre de la roue et (iv) la largeur de la roue à l'entrée.

5.5. Turbine Kaplan

La turbine Kaplan est une machine à réaction. Les éléments principaux d'une turbine Kaplan sont semblables à ceux d'un turbine Francis, soit, une bâche spirale, un distributeur avec des aubes directrices, un rotor et un diffuseur. Celui-ci est essentiellement une conduite conique qui permet de récupérer la composante axiale de la vitesse sous la forme de pression.
L'innovation de Kaplan sur les turbines existantes, a été celle de corriger le pas en fonction de la puissance demandée. Pour ce faire, la roue comporte des pales réglables qui changent leur angle pour s'adapter ainsi à un débit variable.
La vitesse spécifique est élevée, puisqu'étant une machine axiale, le débit est grand et la charge relativement faible. Notamment, les turbines Kaplan sont utilisées pour les basses chutes de moins de 50 m.
La turbine Kaplan fonctionne selon le principe de la réaction à flux axial. le fluide est déplacé par la roue dans une direction parallèle à l'axe de rotation de la roue.
Une turbine Kaplan fonctionne de la manière suivante :
Dans un premier temps, on introduit l'eau dans la volute , le corps du rouleau à partir de la conduite forcée. Quand l'eau s'écoule à l'intérieur de la volute, les aubes directrices dirigent l'eau de la volute vers les pales de la roue. Ces pales sont flexibles et peuvent changer de position en fonction des exigences du débit. Au moment où l'eau entre dans la zone de la roue, elle effectue un virage de 90^o afin de pouvoir frapper les pales de la roue dans une direction axiale. Lorsque l'eau frappe les pales de la roue, celles-ci commencent à tourner sous l'effet de la force de réaction de l'eau.

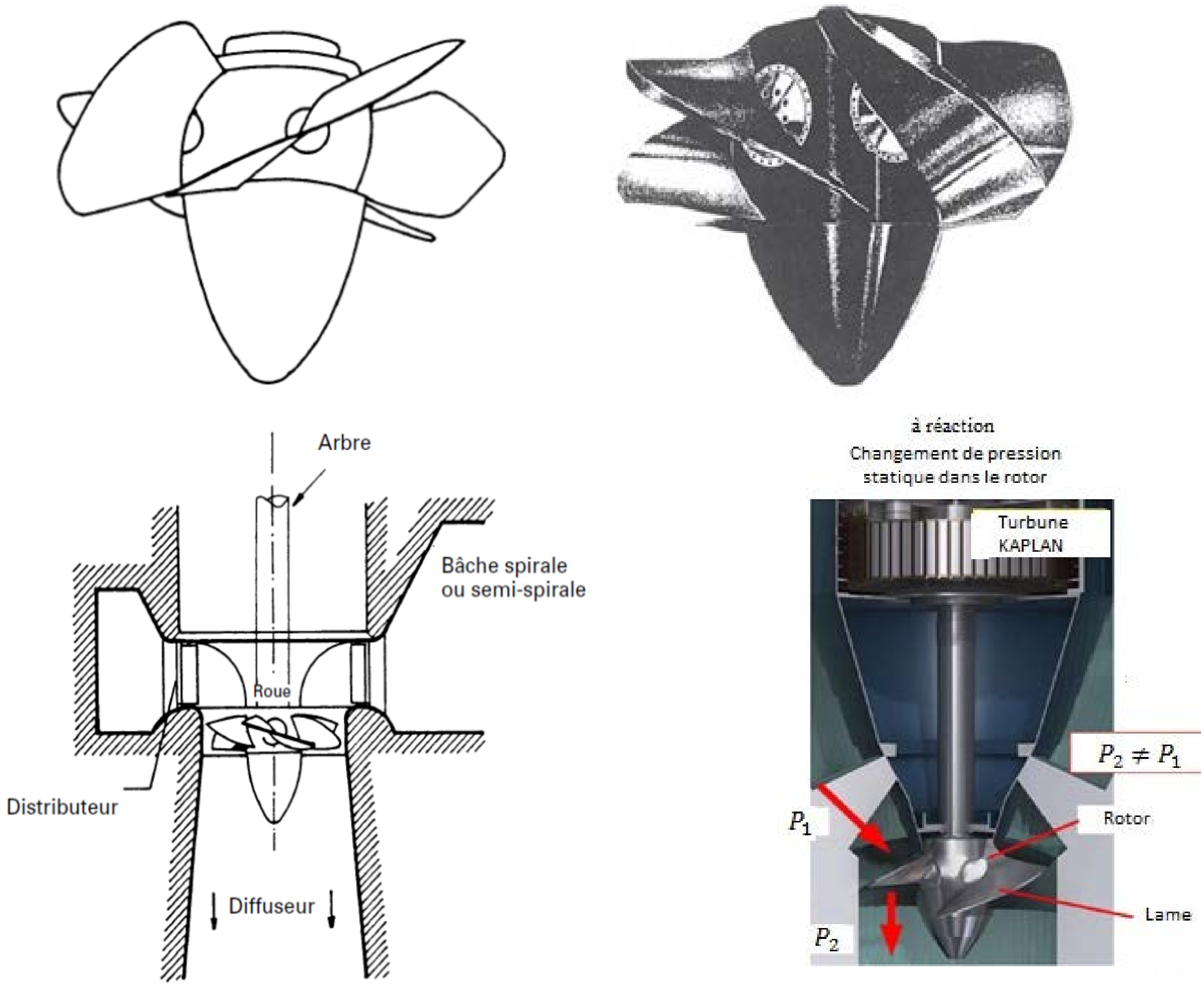
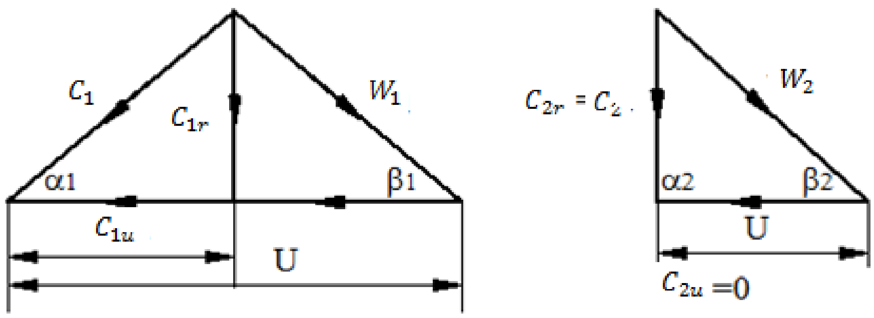


Figure 5.3. La turbine Kaplan

5.4.1. Caractéristiques de performance

Triangles de vitesse pour une turbine Kaplan :

A la sortie, l'écoulement est toujours axial, sans composante de vitesse tourbillonnaire (c'est-à-dire $C_{2u} = 0$). Les triangles de vitesse d'entrée et de sortie de la turbine Kaplan sont les suivants :



5.4.2 Paramètres de conception de la turbine Kaplan :

1. La vitesse d'écoulement ou vitesse radiale à l'entrée de la turbine est donnée par $C_{1r} = \psi\sqrt{2gH}$

   Où ψ est le rapport de débit compris entre 0,35 et 0,75.

2. La vitesse d'écoulement reste constante tout au long du canal, $C_{1r} = C_{2r} = C_r$.
3. Le débit à travers le canal est donné par :

$$Q = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)C_r$$

Où D est le diamètre de la pointe ou le diamètre extérieur du patin et d est le diamètre du moyeu

4. Si le flux à la sortie est axiale, l'angle de la pale de guidage à la sortie est de 90°.

C'est-à-dire, $\alpha_2 = 90°$ et $C_{2u} = 0$.

5. La hauteur de chute à l'entrée de la turbine, en supposant qu'il n'y a pas de perte d'énergie, est donnée par,

$$H = \frac{1}{g}\left[U(C_{1u} \pm C_{2u}) + \frac{C_2^2}{2}\right]$$

$$\eta_h = \frac{C_{1u}U}{H}, \qquad \eta_m = \frac{\dot{W}}{\rho g Q \Delta \mathrm{C_u} \mathrm{U}}, \qquad \eta_o = \frac{\dot{W}}{\rho g Q H}$$

<u>Exercice 5.8:</u>

Une turbine Kaplan produit 80 000 CV sous une hauteur de chute de 25 m, avec un rendement global de 90 En prenant la valeur du rapport de vitesse = 1,6, du rapport de débit = 0,5 et du diamètre du moyeu = 0,35 fois le diamètre extérieur. Trouvez le diamètre et la vitesse de la turbine.

$$D = ? \quad N = ?$$

$kilwatts = hp \times 0.7457$

$\dot{W} = 80000 \times 0.7457 = 59.656 kW$

$\eta_o = \dfrac{\dot{W}}{\rho g Q H} \rightarrow\rightarrow Q = \dfrac{\dot{W}}{\rho g Q \eta_o H} = 270.27\, m^3/s$

$C_r = \psi\sqrt{2gH} = 0.5\sqrt{2 \times 9.81 \times 25} = 11.1 m/s$

$Q = \dfrac{\pi}{4}(D^2 - d^2)C_r \rightarrow\rightarrow \dfrac{4 \times Q}{\pi \times C_r} = D^2 - d^2 = D^2\left(1 - \left(\dfrac{d}{D}\right)^2\right) = D^2(1 - (0.35)^2) = 31.1$

$D = 5.95 m.$

$$U = \varphi\sqrt{2gH}$$

$U_1 = \varphi\sqrt{2gH} = 1.6 \times \sqrt{2 \times 9.81 \times 25} = 35.4m/s.$

$U = \frac{\pi DN}{60} \to\to N = \frac{60 \times U}{\pi \times D} = 113.7tr/mn.$

Exercice 5.9:

Déterminer le rendement d'une turbine Kaplan développant 2940 kW sous une hauteur de chute de 5 m. Elle est équipée d'un aspirateur dont l'entrée est de 3 m de diamètre et placé à 1,6 m au-dessus du niveau du canal de fuite. Un manomètre à vide relié à l'entrée de l'aspirateur indique une profondeur d'eau de 5 m. Supposons que le rendement de l'aspirateur soit de 78 %.

Solution :

P = 2940 kW, H= 5m, Hs = 1.6m, P2/ ρ g= -5m, η_{asp} = 0.78, η_0= ?

D'après l'équation de Bernoulli on a:

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{C_2^2}{2g} + H_s = \frac{P_3}{\rho g} + \frac{C_3^2}{2g} + h_f$$

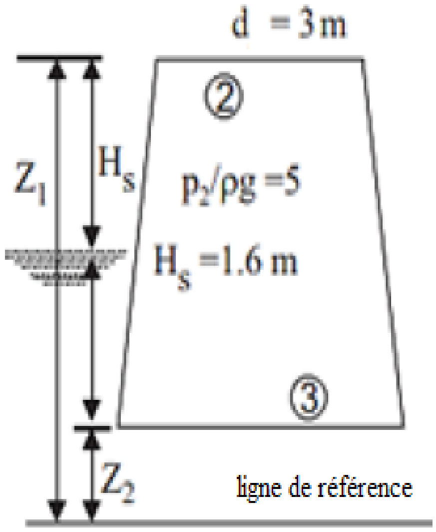
(**3**) represente la sortie de l'aspirateur.

$$\frac{P_2}{\rho g} + \frac{C_2^2}{2g} + H_s = 0 + \frac{C_3^2}{2g} + 0$$

$$\frac{P_2}{\rho g} + H_s = \frac{C_3^2}{2g} - \frac{C_2^2}{2g} = -\frac{(C_2^2 - C_3^2)}{2g}$$

$$-5 + 1.6 = -\frac{(C_2^2 - C_3^2)}{2g} = 3.4m$$

$$\to\to\to (C_2^2 - C_3^2) = 66.708$$



$$\eta_{asp} = \frac{\text{Gain de pression réel dans l'aspiration}}{\text{pression à l'entrée du tube}} = \frac{\frac{(C_2^2 - C_3^2)}{2g}}{\frac{(C_2^2)}{2g}} = \frac{(C_2^2 - C_3^2)}{(C_2^2)} = 0.78$$

$$\frac{(C_2^2 - C_3^2)}{(C_2^2)} = 0.78 \rightarrow\rightarrow\rightarrow 1 - \frac{C_3^2}{C_2^2} = 0.78 \therefore \frac{C_3^2}{C_2^2} = 0.22 \rightarrow\rightarrow\rightarrow C_3^2 = 0.22C_2^2$$

On a : $(C_2^2 - C_3^2) = 66.708$ on trouve $C_2 = 9.25\,m/s = C_{2r}$.

$$Q = AC_{2r} = \frac{\pi}{4}(3^2)9.25$$
$$Q = 65.38\,m^3/s$$

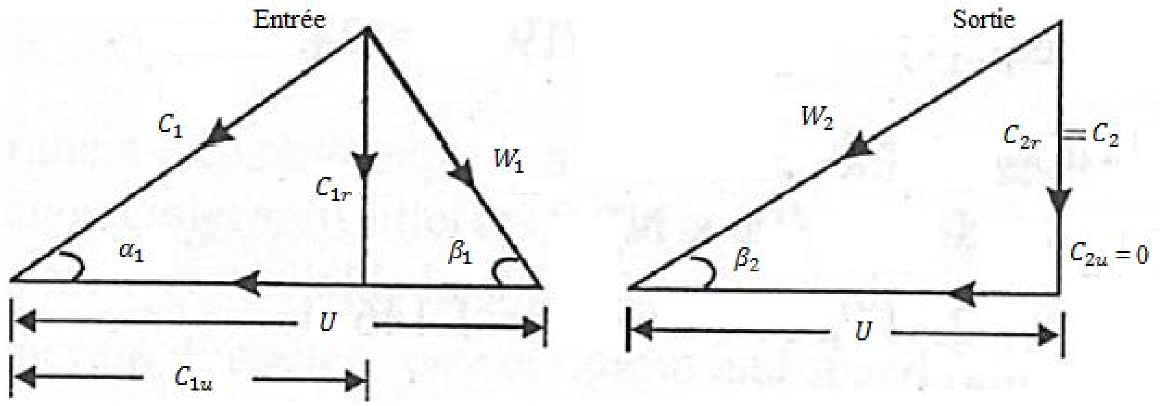
$$\eta_0 = \frac{P(1000)}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H} = \frac{29440(1000)}{1000 \times 9.81 \times 65.38 \times 5} = 0.9167$$
$$\eta_0 = 91.68\%$$

Exercice 5.10:

Une turbine Kaplan produit 30000 KW sous une hauteur de chute de 9,6 m, tout en fonctionnant à 65,2 tr/min. Le débit de la turbine est de 350 m^3/s. Le diamètre de l'extrémité (ceinture) de la roue est de 7,4 m. Le diamètre du moyeu est 0,432 fois le diamètre de l'extrémité. Calculer : i) le rendement de la turbine ii) la vitesse spécifique de la turbine iii) le rapport de vitesse (basé sur le diamètre d'extrémité) iv) le rapport de débit.

Solution :

P == 30000kW, H=9.6m, N=65.2tr/mn, Q=350 m^3/s , D=7.4m, d = 7.4 × 0.432 = 3.1968 m, η_0 = ? , N_s = ?, φ = ?, $\boldsymbol{\psi}$ = ?



$$U = \frac{\pi DN}{60} = \frac{\pi \times 7.4 \times 65.2}{60} = 25.26\,m/s$$
$$Q = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)C_r \rightarrow\rightarrow C_r = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{350}{\frac{\pi}{4}(7.4^2 - 3.19^2)}$$
$$C_r = 9.9953\,m/s.$$
$$\eta_0 = \frac{P(1000)}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H} = \frac{30000(1000)}{1000 \times 9.81 \times 350 \times 9.8} = 0.91$$

$\eta_0 = 91\%.$

$$\varphi = \frac{U}{\sqrt{2gH}} = 1.84$$

$$\psi = \frac{C_r}{\sqrt{2gH}} = 0.72$$

$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}} = \frac{65.2 \times \sqrt{3 \times 10^4}}{9.6^{\frac{5}{4}}} = 668.3$$

Référence :

Arasu, A. V. (2008). *Turbo Machines*. Vikas Publishing House.

Dakshina Murty, V. (2018). Turbomachinery-Concepts, Applications, and Design

Dick, E., & Dick. (2015). *Fundamentals of turbomachines* (Vol. 109). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

Dixon, S. L., & Hall, C. (2013). Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery. Butterworth-Heinemann.

Gorla, R. S., & Khan, A. A. (2003). Turbomachinery: design and theory. Crc Press.

Ingram, G. (2009). Basic concepts in turbomachinery. Bookboon.

Korpela, S. A. (2019). *Principles of turbomachinery*. John Wiley & Sons.

Lewis, R. I. (1996). *Turbomachinery performance analysis*. Butterworth-Heinemann.

Lobanoff, V. S., & Ross, R. R. (2013). *Centrifugal pumps: design and application*. Elsevier.

Logan Jr, E. (2003). *Handbook of turbomachinery*. CRC Press.

Logan Jr, E. (2013). *Turbomachinery: Basic theory and applications*. CRC press.

Nourbakhsh, A., Jaumotte, A., Hirsch, C., & Parizi, H. B. (2007). *Turbopumps and pumping systems*. Springer Science & Business Media.

Venkanna, B. K. (2009). *Fundamentals of Turbomachinery*. PHI Learning Pvt. Ltd.

Peng, W. W. (2007). Fundamentals of turbomachinery. John Wiley & Sons.

Round, G. F. (2004). Incompressible flow turbomachines: design, selection, applications, and theory. Elsevier.

Schobeiri, M. (2005). Turbomachinery flow physics and dynamic performance (p. 153). Berlin: Springer.

Shepherd, D.G., Principles of Turbomachinery, Macmillan, 1956.

V. Kadambi, & M.Prasad (2015). Turbomachinery. New Academic Science Ltd.

Marcelo Reggio., TURBOMACHINES MEC8250 (ancien MEC4270)., Polytechnique Montréal. https://cours.polymtl.ca/MReggio/mec4270/pdflip/index.html