

Chapitre 1

Des Définitions générale

1.1. Optimisation

Donnons d'abord les définitions de fonction convexe et de fonction semi-continue inférieurement. Soit U un espace de Hilbert sur R , U_{ad} est un sous ensemble convexe fermé dans U . On considère une fonction f définie sur U à valeur dans R , que l'on cherche à minimiser sur U_{ad} [10][13].

1.1.1. Définitions

Définition 1.1 On dit que la fonction $f : U \rightarrow R$ est convexe si pour tout x_1 et x_2 dans I . Et t dans $[0, 1]$ on a :

$$f(t x_1 + (1 - t) x_2) \leq t f(x_1) + (1 - t) f(x_2).$$

On dit que f est strictement convexe si :

$$\forall x_1 \text{ et } x_2 \text{ et } x_1 \neq x_2, \forall t \in]0, 1[\text{ on a:}$$

$$f(t x_1 + (1 - t) x_2) < t f(x_1) + (1 - t) f(x_2).$$

Définition 1.2 Une fonction $f : U \rightarrow R$ est dite semi continue inférieurement (s. c. i) si et seulement si les ensembles

$$\{ x \in U, \quad f(x) \leq \lambda \}$$

sont fermés pour tout $\lambda \in R$.

Proposition 1.1 f est (s. c. i) si et seulement si pour toute suite $(u_n)_{n \in N}$ de U telle que $u_n \rightarrow u \in U$, on a : $\liminf_{n \rightarrow \infty} f(u_n) \geq f(u)$.