



DOCTORAL THESIS

3rd Cycle Doctoral (D-LMD)

Presented by

Souad ZERGOT

With a view to obtaining the doctoral diploma in 3rd Cycle Doctoral (D-LMD)

Branch: Mechanical Engineering

Specialty : Mechanical construction

Topic

Study and modeling of the behavior of notched specimens in fatigue

Supported, on 12 /02 / 2023, before the jury composed of:

Last and first name	Grade	Institution of affiliation	Designation
Mr Antar TAHIRI	MCA	Université de Djelfa	President
Mr Mustafa MOUSSAOUI	MCA	Université de Djelfa	Supervisor
Mr Brahim Elkhalil HACHI	Professeur	Université de Djelfa	Co-Supervisor
Mrs Kheira Camellia NEHAR	MCA	Université de Djelfa	Examiner
Mr Said ZERGANE	MCA	Université de M'Sila	Examiner
Mr Salah AMROUN	Professeur	Université de M'Sila	Examiner



THÈSE DE DOCTORAT

Doctorat de 3e cycle (D-LMD)

Présenté par

Souad ZERGOT

En vue de l'obtention du diplôme de doctorat de 3ème cycle (D-LMD)

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Construction Mécanique

Thème

Etude et modélisation du comportement des éprouvettes entaillées en fatigue

Soutenue le 12 /02 / 2023, devant le jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Établissement d'affiliation	Rôle
Mr Antar TAHIRI	MCA	Université de Djelfa	Président
Mr Mustafa MOUSSAOUI	MCA	Université de Djelfa	Directeur de Thèse
Mr Brahim Elkhalil HACHI	Professeur	Université de Djelfa	Co-encadreur
Mme Kheira Camellia NEHAR	MCA	Université de Djelfa	Examineur
Mr Said ZERGANE	MCA	Université de M'Sila	Examineur
Mr Salah AMROUN	Professeur	Université de M'Sila	Examineur

ملخص

عملنا مكون من جزئين رئيسيين. يهدف الأول إلى الدراسة العددية لسرعة انتشار التشققات في العينات المحززة المعرضة لأحمال الانحناء بطريقة العناصر المحدودة الموسعة X-FEM، والتحقق من صحتها باستخدام القانون النظري باستخدام مفهوم المعامل المكافئ لشدة تركيز الإجهاد من نظرية الهشاشة لميكانيكا الكسر. الغرض من هذه الدراسة هو توفير معلومات مفيدة حول دور معالم هندسة الشق في معدل انتشار الشقوق ومعامل شدة إجهاد الدرجة المكافئة لمواد متعددة الميثاكريلات.

في الجزء الثاني من الدراسة، ركزنا على الجانب التجريبي، والذي يهدف إلى دراسة تجريبية لسلوك التعب لعينات الاختبار المحززة لأربع حزوز مختلفة، (الحزوز المختارة هي من النوع V الحاد، و من النوع U غير الحاد). استناداً إلى طريقة كثافة طاقة الإجهاد (SED) لتقييم حدود حجم التحكم والطاقة المحلية السائدة في المنطقة التي يحدها نصف قطر الحجم.

الكلمات المفتاحية: تعب, حزوز, معامل شدة الإجهاد المكافئ, متعدد الميثاكريلات, طريقة العناصر المحدودة الموسعة

Résumé

Notre travail porte sur deux volets principaux. Le premier vise à l'étude numérique de la vitesse de propagation des fissures dans des éprouvettes entaillées soumises à des charges de flexion par la méthode des éléments finis étendue X-FEM, validée à l'aide de la loi théorique utilisant le concept de facteur d'intensité de contrainte équivalent issu de la théorie de la mécanique de la rupture fragile. Le but de cette étude est de fournir des informations utiles sur le rôle des paramètres de la géométrie de l'entaille sur la vitesse de propagation des fissures et le facteur d'intensité de contrainte d'entaille équivalent pour les matériaux en polyméthacrylate de méthyle.

Dans le deuxième volet de l'étude, nous nous sommes concentrés sur la partie expérimentale, qui vise à étudier expérimentalement le comportement à la fatigue des éprouvettes entaillées pour quatre différentes entailles, (Les entailles choisies sont l'entaille en V aiguë, et l'entaille en U émoussée) en se basant sur la méthode de densité d'énergie de déformation (SED) pour évaluer la limite du volume de contrôle et l'énergie locale qui règne au niveau de l'aire limitée par le rayon du volume.

Mots-clés : Fatigue, Entailles, FIC, Polyméthacrylate de méthyle, X-FEM.

Abstract

Our work focuses on two main aspects. The first one aims at the numerical study of the crack propagation rate in notched specimens subjected to bending loads by the extended finite element method X FEM, validated with the help of the theoretical law using the concept of equivalent stress intensity factor from the theory of brittle fracture mechanics. The purpose of this study is to provide useful information on the role of notch geometry parameters on crack propagation rate and equivalent notch stress intensity factor for polymethyl methacrylate materials.

In the second part of the study, we focused on the experimental part, which aims at investigating experimentally the fatigue behavior of the notched specimens for four different notches, (The chosen notches are the sharp V-notch, and the blunt U-notch) based on the strain energy density (SED) method to evaluate the limit of the control volume and the local energy that prevails at the area bounded by the radius of the volume.

Keywords: Fatigue, Notches, SIF, Polymethylmethacrylate, X-FEM.

Remerciements

- Tout d'abord, je voudrais remercier (***ALLAH***) Tout-Puissant de m'avoir donné la force et la patience pour terminer ma thèse de doctorat, et pour toutes les bonnes choses de ma vie.
- Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Dr. **MOUSSAOUI Mostafa** pour ses conseils et ses orientations, Et mon co-encadrant Pr. **HACHI Brahim ElKhalil** qui m'a toujours aidé en me donnant des conseils avisés.
- J'adresse aussi mes sincères remerciements au Président du Jury Dr. TAHIRI Antar, et au Dr. NEHAR Kheira Camellia de l'université de DJELFA. Je tiens également à remercier les membres de jury Pr. AMROUN Salah et Dr. ZERGANE Said de l'université de M'SILA pour avoir accepté d'examiner mon travail.
- Je n'oublie pas de remercier Pr. **HAFIFA Ahmed** et Dr. **ROUIBAH Abdelkader** de m'avoir aidé à réaliser les essais en laboratoire au laboratoire de génie mécanique de l'université ZIANE ACHOUR-DJELFA.
- Mes profonds remerciements aux membres du laboratoire de développement en mécanique et matériaux LDMM.
- Je remercie l'Entreprise de Construction Mécanique CHAHID MARIR HASSEIN/ KHENCHELA affiliée à la DIRECTION DE LA FABRICATION MILITAIRE, Pour fournir le matériel utilisé et la fabrication des éprouvettes entaillées sur tour numérique.

Dédicaces

Je dédie ma thèse à:

- A mon cher père ***ABDELKADER***, mon soutien dans la vie.
- Ma chère mère et mon idole ***FATNA***.
- A mon cher mari ***Abdelhak BELAGHMASSE***
- A ma grand-mère ***MIRA***
- A ma soeur ***CHERIFA*** et mes frères ***AHMED, ALI, OMAR, YASSER***
- A mon adorable bébé ***TADJ***
- A ma deuxième famille: ***Moussa BELAGHMASS, Lwazna, Nawal et Samah. Mahieddine. Radwan et Alima.***

Souad ZERGOT

NOMENCLATURES

A_1	Constantes matérielles
B	Constantes caractéristiques du matériau
b	Exposant de la loi de BASQUIN
D	Diamètre des spécimens
d	Petit diamètre du spécimen.
d'	Profondeur de l'entaille.
E	Module de Young
f	Fréquence de rotation
H	Paramètre pour évaluer le SED en mode I (entaille émoussées).
I_I	Paramètre pour évaluer le SED (entaille pointues, $R = 0$).
K_f	Facteur de réduction en fatigue
K_{IC}	Ténacité à la rupture.
$K_{threshold}$	Valeur de K au seuil de propagation
$K_{R,I}^V$	Facteurs d'intensité de contrainte pour les entailles en V.
$K_{R,I}^U$	Facteurs d'intensité de contrainte pour les entailles en U.
ΔK_{eq}	Facteur d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille
ΔK_I	Facteur d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille En mode I
ΔK_{II}	Facteur d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille En mode II
L	Longueur des spécimens.
l	Longueur entre le centre du spécimen et le point d'application de la force.
m	Coefficients qui dépendent du matériau
M_f	Moment fléchissant
m_1	Constantes matérielles
n	Constantes caractéristiques du matériau
N_r	Nombre de cycles à rupture
P	Charge appliquée.
q	Facteur de la sensibilité à l'effet d'entaille
R	Rayon d'entaille.
R_C	Rayon du volume de contrôle (entailles pointues), ou la profondeur du volume en forme de croissant (entailles émoussées).
R_m	Résistance à la traction du matériau
R_S	Rapport de déformation
r_0	Distance entre la pointe de l'entaille et l'origine du système de coordonnées polaires.
W_C	Valeur critique de la densité d'énergie de déformation à la rupture.

\bar{W}	Densité d'énergie de déformation moyenne
X	Distances en fond d'entaille
X_{eff}	Distance effective
α	Angle d'ouverture de l'entaille.
β	Coefficient géométrique
ϵ_{moy}	Déformation moyenne
λ_I	Valeur propre de Williams (chargement en mode I).
ν	Coefficient de Poisson
σ_a	Amplitude de contrainte appliquée en fatigue
σ_{DL}	Limite d'endurance d'une éprouvette lisse
σ_{Dlmin}	Limite endurance
σ_{eff}	Contrainte effective
σ_f	Résistance en fatigue.
σ_m	Contrainte appliquée
σ_{max}	Contrainte maximale
σ_{min}	Contrainte minimale
σ_{moy}	Contrainte moyenne
σ_{nom}	Contrainte nominale
σ_N	Résistance en fatigue d'une éprouvette entaillée
σ_S	Résistance en fatigue d'une éprouvette lisse
σ_t	Résistance à la traction ultime.
σ_{tip}	Contrainte maximale à la pointe de l'entaille
Γ	Zone du volume de contrôle.

LISTE DES FIGURES

Chapitre I : Etude bibliographie

Fig.I.1 : Rupture ductile modérée.	11
Fig.I.2 : Modes de rupture.	12
Fig.I.3 : Deux types d'essais de fatigue par flexion rotative.	13
Fig.I.4 : Machine de flexion rotative et courbe contrainte-temps.	13
Fig.I.5 : Définition des contraintes (maximale, globale et nominale).	14
Fig.I.6 : Cycle de contrainte en fatigue.	14
Fig.I.7 : Courbe de Wöhler ($\sigma - N_R$).	15
Fig.I.8 : Champ de contrainte dans une éprouvette entaillée sollicitée en traction.	17
Fig.I.9 : Effet d'entaille en fatigue (Acier E360, Barres cylindriques lisses et entaillées soumises à un moment fléchissant).	18
Fig.I.10 : Digramme de distribution de la contrainte élastoplastique et du gradient des contraintes en fond d'entaille.	22
Fig.I.11 : Algorithme de la procédure de la méthode volumétrique.	23
Fig.I.12 : Volume critique (surface) pour une entaille en V aiguë (a), une fissure (b) et une entaille en V émoussée (c) sous une charge de mode I. l'entaille en V émoussée (c) sous une charge de mode I.	24

Chapitre II : Contexte Théorique

Fig.II.01 : Loi de Paris et modelé simple d'avancée de fissure par émoussement du a la plasticité.	30
Fig.II.02 : Entaille avec fissure à son extrémité	32
Fig.II.03 : Abaque de K_t (Flexion)	34
Fig.II.04 : Zone de contrôle Γ pour a) une fissure, b) une entaille en V et c) une entaille en V émoussée.	36
Fig.II.05 : Zone critique pour l'entaille U en mode I.	37

Chapitre III : Dispositif Expérimental et Procédures D'essais

Fig.III.01 : Barres rondes acrylique, \varnothing 15 mm longueur 1000 mm transparente (plexiglass).	42
Fig.III.02 : Polymérisation radicalaire du MAM	43
Fig.III.03 : L'outil utilisé dans la fabrication des échantillons de PMMA.	45
Fig.III.04 : Le tour numérique utilisé (SOMAB TRANSMAB 350 Machines).	45
Fig.III.05 : Photo d'éprouvettes de PMMA pendant le processus de tournage.	45

Fig.III.06 : Géométrie et dimension de l'éprouvette V140R0.1	46
Fig.III.07 : Géométrie et dimension de l'éprouvette V20R0.1	46
Fig.III.08 : Géométrie et dimension de l'éprouvette U2	47
Fig.III.09 : Géométrie et dimension de l'éprouvette U0.2.	47
Fig.III.10 : Eprouvettes V140R0.1 and V20R0.1	48
Fig.III.11 : Eprouvettes U2 and U0.2	48
Fig.III.12 : Poutre en porte-à-faux à flexion rotative.	49
Fig.III.13 : Illustration schématique d'un chargement cyclique comprenant la tension et la compression.	49
Fig.III.14 : la machine de fatigue rotative SM1090.	50
Fig.III.15 : Les éléments de la machine de fatigue en flexion rotative SM1090.	52
Fig.III.16 : Distance à charger dans un spécimen standard	53

Chapitre IV : Résultats et Discussions

Fig.IV.01 : Échantillon en double U (dimensions en mm).	59
Fig.IV.02 : Échantillon en double V (dimensions en mm).	59
Fig.IV.03 : Modèle d'éléments finis avec entaille en forme V	59
Fig.IV.04 : Taux de propagation des fissures de fatigue en fonction des données ΔK_{eq} du PMMA pour les entailles en V.	64
Fig.IV.05 : Taux de propagation des fissures de fatigue en fonction des données ΔK_{eq} du PMMA pour les entailles en U.	67
Fig.IV.06 : Comparaison des facteurs d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille (ΔK_{eq}), entre la méthode analytique et la méthode XFEM pour l'entaille en V.	68
Fig.IV.07 : Comparaison des facteurs d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille (ΔK_{eq}), entre la méthode analytique et la méthode XFEM pour l'entaille en U.	69
Fig.IV.08 : Image en coupe de la zone de rupture.	75
Fig.IV.09 : Une section du spécimen U2 montrant la position de la fracture.	76
Fig.IV.10 : Les éprouvettes après la rupture et la courbe des résultats expérimentaux des éprouvettes entaillées.	77
Fig.IV.11 : Dispersion des valeurs de densité d'énergie de déformation à la rupture pour les éprouvettes entaillées en U.	78
Fig.IV.12 : Dispersion des valeurs de densité d'énergie de déformation à la rupture pour les éprouvettes entaillées en V.	79
Fig.IV.13 : Facteur d'intensité des contraintes en fonction du rayon d'entaille.	80
Fig.IV.14 : Facteur d'intensité des contraintes en fonction de l'ouverture d'entaille.	80

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre II : Contexte Théorique

Tableau.II.1 : Paramètre I_1 et λ_1 pour le déformation plane	38
Tableau.II.2 : Paramètre H pour le déformation plane	38

Chapitre III : Dispositif Expérimental et Procédures D'essais

Tableau III.1 : Propriétés mécaniques du PMMA.	44
---	-----------

Chapitre IV : Résultats et Discussions

Tableau IV.01 : Constantes de matériau	61
Tableau IV.02 : Les valeurs du facteur de concentration de contrainte k_t	70
Tableau IV.03 : Résultat expérimentale de la contraint et nombre de cycle du l'éprouvettes V140R0.1.	71
Tableau IV.04 : Résultat expérimentale de la contraint et nombre de cycle du l'éprouvettes V20R0.1.	72
Tableau IV.05 : Résultat expérimentale de la contraint et nombre de cycle du l'éprouvettes U2.	73
Tableau IV.06 : Résultat expérimentale de la contraint et nombre de cycle du l'éprouvettes U0.2.	74
Tableau IV.07 : Résultats des courbes analytiques.	75
Tableau IV.08 : Paramètres des valeurs de densité d'énergie de déformation des entailles.	78

ANNEXES

Tableau 01 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette V140R0.1.	98
Tableau 02 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette V20R0.1.	99
Tableau 03 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette U2.	99
Tableau 04 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette U0.2.	100

SOMMAIRE

Introduction générale	01
<i>Chapitre I : Etude bibliographique</i>	
I.A. Aperçu sur le phénomène de fatigue en présence d'entailles	08
I.A.1 Introduction	08
I.A.2 Fatigue des matériaux	08
I.A.2.1 Définition	08
I.A.2.2 Types de sollicitations en fatigue	09
I.A.2.3 Mécanismes d'endommagement par fatigue	09
I.A.2.3.1 L'amorçage	10
I.A.2.3.2 La propagation.	10
I.A.2.3.3 Rupture brutale	11
I.A.2.4 Rupture selon le type de matériau	11
I.A.3.4 Essai de fatigue en flexion rotative	12
I.A.4 Contraintes Appliquées en fatigue	14
I.A.4.1 Cycle de contrainte en fatigue	14
I.A.5 Courbe de Wöhler (σ -N)	15
I.A.5.1 Effet d'entaille	16
I.A.5.2 Facteur de concentration de contrainte K_t	17
I.A.5.3 Effet d'entaille en Fatigue	18
I.A.5.4 Facteurs influençant les courbes σ -N	19
I.B. Prédiction de défaillances des composants mécaniques entaillés	19
I.B.1 Introduction	19
I.B.2 La théorie des distances critiques (TCD)	20
I.A.2.1 Définition	20
I.A.2.2 Concept de cette théorie	20
I.B.3 La méthode volumétrique	21
I.B.3.1 Définition	21
I.B.3.2 Procédure de prévision de la durée de vie en fatigue par méthode volumétrique	22
I.B.3.3 Bibliographie de cette théorie	23
I.B.4 L'approche de densité d'énergie de déformation locale (SED)	24
I.B.4.1 Définition	24
I.B.4.2 Relations fondamentales du concept SED	24
I.B.4.3 Bibliographie de cette théorie	25
Conclusion	26

Chapitre II : Contexte Théorique

II.A	Théories de la vitesse de propagation des fissures et du facteur d'intensité de contrainte équivalente.	29
II.A.1	Introduction	29
II.A.2	Fatigue d'une structure fissurée : loi de Paris	29
II.A.3	Lois classiques de propagation des fissures en fatigue	30
II.A.4	Expression du facteur d'intensité de contraintes de la fissure émanant d'une entaille	31
II.A.5	Modélisation de la propagation des fissures de fatigue	33
II.B	Les théories de courbe de fatigue et de la densité d'énergie de déformation SED	34
II.B.1	Courbe de fatigue S-N	34
II.B.1.1	Facteurs de concentration de contrainte	34
II.B.2	Approche de densité d'énergie de déformation SED	35
	Conclusion	39

Chapitre III : Dispositif Expérimental et Procédures D'essais

III.A	Présentation de PMMA	42
III.A.1	Composition chimique et microstructure	42
III. A.2	Propriétés physiques	43
III.A.3	Propriétés mécaniques	44
III.B	Géométrie et préparation des éprouvettes de fatigue par flexion rotative	44
III.B.1	Usinage	44
III.B.2	Géométries	46
III.C	Machines d'essai de fatigue rotative SM1090	48
III.C.1	Description de l'essai	48
III.C.2	Machine SM1090	50
III.C.3	Description générale et données techniques	51
III.C.4	Les étapes des essais de fatigue par flexion rotative	54
	Conclusion	55

Chapitre IV : Résultats et Discussions

IV.A	SIMULATION NUMÉRIQUE	58
IV.A.1	Présentation de langage et démarches de la simulation	58
IV.A.1.1	Propriétés mécaniques et géométrie des spécimens	58
IV.A.1.2	Géométrie de l'éprouvette	59
IV.A.1.3	Les étapes des simulations	60
IV.A.2	Analyse numérique et résultats	60

IV.A.3	Comparaison des résultats de simulation numérique et les résultats analytiques	62
IV.A.3.1	Effet de l'entaille en V sur la propagation des fissures de fatigue	62
IV.A.3.2	Effet de l'entaille en U sur la propagation des fissures de fatigue	65
IV.A.3.3	Effet du facteur d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille sur la propagation des fissures de fatigue	67
IV.B	Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques	70
IV.B.1	Facteur de concentration de contrainte	70
IV.B.2	Les contraintes appliqués	70
IV.B.3	Résultat de courbe de Wöhler σ -N	75
IV.B.4	Résultat de courbe de la densité d'énergie de déformation	77
	Conclusion	82
Conclusion générale		83
Références bibliographiques		86
Annexe 01		94
Annexe 02		98

INTRODUCTION

GÉNÉRALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les discontinuités géométriques sont considérées comme les endroits où l'amplification des contraintes peut se produire accidentellement pendant le fonctionnement des mécanismes ou par nécessité de services, par exemple, le perçage, les rainures de clavette et les épaulements. Les fissures et diverses formes géométriques d'entailles sont également considérées comme des discontinuités géométriques et jouent le même rôle en créant des concentrations de contraintes élevées à leur niveau.

L'application de charges statiques ou cycliques conduit dans la plupart des cas à des problèmes de rupture brutale ou progressive lorsque le matériau est fragile et de rupture après plastification généralisée au voisinage du fond des défauts pour le matériau ductile. Dans la plupart, la rupture fragile se produit des cas sous l'effet de contraintes de fatigue. Les pièces mécaniques contenant les entailles sont plus exposées à ce type de rupture rapide par fatigue que les pièces sans entailles.

Pour cela, nous pouvons définir l'entaille par ses paramètres dimensionnels : rayon, angle et longueur. A partir de ces paramètres, le contrôle du champ de contraintes près de l'extrémité de l'entaille sera bien maîtrisé. Depuis plusieurs années jusqu'à aujourd'hui, des études sont menées et entreprises pour apporter de nouvelles connaissances et développer la compréhension de la rupture par fatigue.

La fatigue est l'endommagement local d'une pièce sous l'effet d'efforts variables. Alors que la pièce est conçue pour résister à des efforts donnés, la variation de l'effort, même à des niveaux bien plus faibles que ceux pouvant provoquer sa rupture, peut à la longue provoquer sa rupture. Les essais de fatigue permettent de déterminer la résistance des matériaux à de telles faibles charges répétées.

La fatigue est un processus (succession de mécanismes) qui sous l'action de contraintes ou déformations variables dans le temps modifie les propriétés locales d'un matériau. Ces dernières peuvent entraîner la formation de fissures et éventuellement la rupture de la structure. La fatigue est notamment caractérisée par une étendue de variation de contrainte qui peut être bien inférieure à la limite d'élasticité du matériau. Les principales étapes de la ruine par fatigue sont l'amorçage de fissures (si des défauts ne sont pas déjà présents dans le matériau), la propagation de fissures et la rupture finale.

Lors de la conception d'une pièce, on doit la prémunir de risque de rupture ou de déformations catastrophiques, pour cela on doit examiner les causes pouvant se produire et surtout lorsque les pièces subissent des contraintes répétées.

- La rupture en fatigue oligocyclique, pour des chargements conduisant à la ruine en moins de 50 000 cycles ;
- La fatigue conventionnelle au-delà de 50 000 cycles.

L'endommagement en fatigue se produit en priorité dans les zones dont les contraintes alternées sont les plus fortes, c'est-à-dire dans les zones à concentration de contraintes (trous, entailles...). L'étude qu'on vient de se présenter, s'intéresse à la détermination de l'effet de la présence d'entailles sur les éprouvettes sur le comportement de rupture en fatigue. Les entailles choisies sont l'entaille en V aiguë, l'entaille en U et l'entaille en V émoussée. Plusieurs essais ont été réalisés sur une machine rotative de fatigue par flexion afin d'analyser les facteurs qui participent au phénomène de la fatigue.

Plusieurs théories sont disponibles qui traitent le comportement de la rupture en fatigue parmi ces théories, l'approche de la densité d'énergie de déformation moyenne (averaged strain density energy-ASED) qui est utilisée dans cette étude basée sur le contrôle volume, caractérisée par sa distance (rayon de son secteur) dans l'examen du comportement de la rupture fragile des échantillons de polyméthacrylate de méthyle (PMMA) entaillés. Une procédure expérimentale est menée sur des différentes géométries des spécimens après leurs fabrications. Ensuite, l'application de l'approche SED aux essais expérimentaux obtenus pour des échantillons de PMMA entaillés en U et en V soumis à une flexion rotative. Une synthèse est présentée en termes de SED moyennée sur un volume de contrôle.

L'ensemble des travaux réalisés sont présentés sous la forme de quatre chapitres. **En chapitre 01** un large aperçu de l'état de l'art est présenté avec une collecte des recherches scientifiques modernes actuellement atteintes sur le sujet.

Nous avons divisé la bibliographie en deux parties. Dans la première partie, une étude théorique est présentée sur les applications des composants entaillés des éprouvettes sous chargement de fatigue. Dans la deuxième partie, nous avons donné un aperçu des théories modernes les plus importantes qui permettraient de prédire la durée de vie des échantillons et d'évaluer la résistance des composants structuraux lors de l'exposition à des charges de fatigue.

Le deuxième chapitre, contient un modèle développé qui permet de prédire la croissance des fissures de fatigue en utilisant une forme modifiée de la loi de Paris avec le facteur d'intensité de contrainte équivalent (ΔK_{eq}) en s'appuyant sur la méthode des éléments finis étendus (XFEM) afin de suivre l'interaction entre l'entaille et la fissure d'un côté et d'étudier l'évolution du taux de croissance des fissures de l'autre côté.

Ensuite, nous avons présenté une étude analytique sur la loi de Pasquin et l'obtention des équations des courbes S-N en les comparant aux courbes obtenues expérimentalement pour des éprouvettes avec différentes entailles. Une étude analytique a également été présentée sur les lois de propagation des fissures. Dans la dernière partie, une étude théorique et analytique sur l'approche SED est présentée avec des applications sur des composants entaillés sous chargement de fatigue.

Dans le chapitre 03, nous présenterons le matériau étudié, les géométries des échantillons fabriqués et toutes les procédures des essais de fatigue par flexion rotative réalisés. Quatre lots d'éprouvettes de PMMA ont été fournis, chaque lot était composé de 10 à 20 échantillons qui ont été nommés selon le type d'entaille.

Pour les entailles, nous avons choisi deux types d'entailles en V avec les mêmes rayons de racine égaux à 0.1mm V140R0.1 et V20R0.1, l'un avec un angle d'ouverture égal à 140° et l'autre avec un angle d'ouverture égal à 20°. Deux types d'entailles en U, U2 et U0.2. L'un avec un rayon de 2 mm et l'autre avec un rayon de 0.2 mm.

L'essai de fatigue en flexion rotative a été réalisé sur la machine d'essai de fatigue TQ SM1090, avec une charge constante appliquée perpendiculairement à l'éprouvette cylindrique qui tournait à la fréquence de 50 Hz. Après avoir mené ces expériences sur la machine de fatigue rotative SM1090, nous pouvons évidemment obtenir les courbes S-N de Wöhler.

Dans le chapitre 04, la première section est consacrée à la comparaison de tous les résultats de la simulation avec les résultats analytiques en analysant l'effet des géométrie d'entailles en U et en V ainsi que l'effet du facteur d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille sur la propagation des fissures de fatigue. Dans la deuxième section nous avons analysé et comparé tous les résultats expérimentaux et analytiques des courbes de fatigue par flexion rotative d'éprouvettes affaiblies par entaillage en U ou en V par le concept de la densité d'énergie de déformation locale.

CHAPITRE I :

ETUDE

BIBLIOGRAPHIQUE

En général, la rupture fragile se produit dans la plupart des cas sous des contraintes de fatigue inférieure à la limite élastique. Les pièces mécaniques contenant les entailles sont plus exposées à une rupture rapide par fatigue que les pièces sans entailles.

Une collecte des travaux sont rassemblée dans cette bibliographie qui traite le problème de l'influence des entailles sur le comportement de rupture en fatigue.

SOMMAIRE

I.A.	Aperçu sur le phénomène de fatigue en présence d'entailles	08
I.A.1	Introduction	08
I.A.2	Fatigue des matériaux	08
I.A.2.1	Définition	08
I.A.2.2	Types de sollicitations en fatigue	09
I.A.2.3	Mécanismes d'endommagement par fatigue	09
I.A.2.3.1	L'amorçage	10
I.A.2.3.2	La propagation.	10
I.A.2.3.3	Rupture brutale	11
I.A.2.4	Rupture selon le type de matériau	11
I.A.3.4	Essai de fatigue en flexion rotative	12
I.A.4	Contraintes Appliquées en fatigue	14
I.A.4.1	Cycle de contrainte en fatigue	14
I.A.5	Courbe de Wöhler (σ -N)	15
I.A.5.1	Effet d'entaille	16
I.A.5.2	Facteur de concentration de contrainte K_t	17
I.A.5.3	Effet d'entaille en Fatigue	18
I.A.5.4	Facteurs influençant les courbes σ -N	19
I.B.	Prédiction de défaillances des composants mécaniques entaillées	19
I.B.1	Introduction	19
I.B.2	La théorie des distances critiques (TCD)	20
I.A.2.1	Définition	20
I.A.2.2	Concept de cette théorie	20
I.B.3	La méthode volumétrique	21
I.B.3.1	Définition	21

I.B.3.2	Procédure de prévision de la durée de vie en fatigue par méthode volumétrique	22
I.B.3.3	Bibliographie de cette théorie	23
I.B.4	L'approche de densité d'énergie de déformation locale (SED)	24
I.B.4.1	Définition	24
I.B.4.2	Relations fondamentales du concept SED	24
I.B.4.3	Bibliographie de cette théorie	25
	Conclusion	26

A. APERÇU SUR LE PHÉNOMÈNE DE FATIGUE EN PRÉSENCE D'ENTAILLES.

A.1 Introduction

Lorsqu'un matériau ou une pièce est soumis à une charge cyclique même si elle est inférieure à la charge limite, ses propriétés mécaniques décroissent avec le temps et la structure cède. C'est le Phénomène de Fatigue du matériau au caractère particulièrement insidieux puisque se développant lentement dans le temps, sans modifications macroscopiquement apparentes des pièces et structures et dans des zones souvent inaccessibles mais particulièrement sujettes à cet endommagement de par leur conception.

La première étude en fatigue a été réalisée sur des matériaux métalliques en 1829 par W.A.J. Albert qui était un ingénieur des mines allemand. Cependant, ce domaine a commencé à se développer avec l'augmentation de l'usage des structures en fer particulièrement dans la fabrication des ponts et des chemins fer. Le premier vrai travail de recherche sur métal a commencé en 1842 à cause d'un accident de chemin de fer à coté de Versailles en France. Cet accident a causé 1500 à 1800 morts à l'époque. Les premières études systématiques de ce phénomène, furent effectuées en 1869 par l'ingénieur des chemins de fer bavarois **A. Wöhler** qui analysait les nombreuses ruptures d'axes de wagons de chemin de fer. Il montra grâce à des essais que le nombre de cycles jusqu'à la rupture d'un arbre dépendait de la contrainte maximale dans l'axe et des détails géométriques de l'axe.

Il supposa que, comme dans un organisme vivant, la répétition de contraintes « fatiguait » le matériau en diminuant ses capacités de résistance. Le problème physique de la fatigue est lié à la micro géométrie de la surface du matériau et à sa structure atomique même, et donc à sa composition chimique. Wöhler fut ainsi le premier à établir des courbes de fatigue qui aujourd'hui portent son nom.

A.2 Fatigue des matériaux

A.2.1 Définition

On entend par fatigue ou endommagement par fatigue, la modification des propriétés du métal consécutif à des cycles d'efforts, cycles dont la répétition peut conduire à la rupture de la pièce.[I.1]

Le mot fatigue vient d'un mot latin '*fatigare*' qui signifie '*tiredness*' en anglais. Ce terme est utilisé fréquemment en science de l'ingénierie pour montrer l'endommagement, la fissuration et la rupture des matériaux sous une sollicitation mécanique cyclique. Cette définition a été adoptée en 1964 par une Organisation Internationale de standardisation à Genève.

La fatigue est un mécanisme qui modifie les propriétés locales d'un matériau et peut entraîner la formation de fissures de dimension croissante pouvant conduire à la rupture de la structure, sous l'action de contraintes ou déformations variables (cycliques) dans le temps. La fatigue est notamment caractérisée par une étendue de variation de contrainte bien inférieure à la résistance à la traction du matériau.

A.2.2 Types de sollicitations en fatigue

- Sollicitations axiales (Traction/Compression).
- Flexion
 - Flexion ondulée.
 - Flexion alternée.
 - Flexion rotative.
- Torsion
 - Torsion ondulée.
 - Torsion alternative.
- Sollicitation combinée.
- Fatigue en contact.

A.2.3 Mécanismes d'endommagement par fatigue

Il existe différents stades de l'endommagement par fatigue dans une pièce mécanique où les défauts peuvent se développer dans une partie initialement saine (non endommagée) puis se propager de façon stable jusqu'à la rupture catastrophique. Ces périodes d'importances variables suivant les matériaux et les caractéristiques des sollicitations. On peut décrire le développement de l'endommagement suivant la chronologie suivante :

- a)** Apparition de modifications microstructurales engendrent l'apparition d'un dommage irréversible.
- b)** Amorçage ou apparition de microfissures.
- c)** Coalescence et croissance de défauts microscopiques forment des fissures principales qui peuvent éventuellement mener à la rupture catastrophique.
- d)** Propagation stable d'une fissure principale.
- e)** Rupture finale.

L'examen d'une surface rompue fait ressortir généralement trois zones :

- Un site d'amorçage.

- Une zone de propagation stable.
- Une surface de rupture finale.

A.2.3.1 L'amorçage

Se traduit par l'initiation de microfissures de très grande finesse et difficilement détectable, cette phase d'endommagement peut devenir irréversible. Les sites préférentiels pour l'amorçage sont le plus souvent situés en surface, dans des zones de fortes contraintes comme les entailles, les rayures, les pics de corrosion, sur une inclusion etc. ou éventuellement à une discontinuité proche de la surface (gros précipité, gros oxyde, interface entre deux couches de duretés différentes...), qui conduit localement à une forte concentration des contraintes. Il faut noter que le chargement mécanique ne déclenche pas la ruine immédiate de l'éprouvette mais certains grains vont se déformer de manière intense, soit parce qu'ils sont très bien orientés pour glisser et relativement peu confinés car proches de la surface, soit du fait d'une irrégularité géométrique (rayure), soit d'une manière assistée par la corrosion.

Jusqu'à un certain seuil d'endommagement, il est possible, par de judicieux traitements mécaniques et (ou) thermiques, de faire disparaître l'effet et donc de revenir à un état initial non endommagé.

A.2.3.2 La propagation

Lorsque la pièce a subi un endommagement irréversible et commence d'entrer dans la période de propagation des fissures. Cette période peut être scindée en deux phases distinctes :

- **stade I** : ou stade de propagation interne des microfissures précitées.

Les microfissures suivent les bandes de glissement dans lesquelles elles sont nées en restant approximativement parallèles au plan de la scission maximale. Leur vitesse de propagation est alors très faible (de l'ordre du nm/cycle) sont souvent arrêtées par les joints de grains qu'elles ne peuvent pas franchir facilement si le grain adjacent n'est pas favorablement orienté.

- **stade II** : ou stade de propagation d'une des microfissures

Le champ des contraintes évoluant lorsqu'on pénètre à l'intérieur de la pièce, une des microfissures va quitter le plan de la scission maximale pour suivre le plan orthogonal à la plus grande contrainte principale maximale (positive), et va stopper la propagation de ses congénères (par effet de décharge) et devient alors la fissure de fatigue qui conduira à la ruine de la pièce, La vitesse de propagation, d'abord très faible (quelques Å/ cycle, c'est-à-dire quelques $10^{-1}\mu\text{m}$ /cycle) va s'accélérer progressivement jusqu'à atteindre quelques μm par cycle). C'est durant cette période que des contrôles de la pièce permettent de détecter la fissure qui va conduire à la ruine et d'agir en conséquence (remplacement, réparation, surveillance).

A.2.3.3 Rupture brutale

Lorsque la fissure intéresse une section de la pièce telle que la section résiduelle qui est trop faible pour supporter les sollicitations appliquées, il se produit la rupture brutale catastrophique.

A.2.4 Rupture selon le type de matériau

Les matériaux peuvent être classés en deux catégories : ceux comme les alliages métalliques, les polymères, qui sont malléables, qui se déforment avant de se rompre, et ceux, comme les oxydes, les carbures, les sulfures, les matériaux cimentaires, les verres, qui sont au contraire fragiles.

A.2.4.1 Types de rupture

a) La rupture ductile

La ductilité est au sens macroscopique la capacité d'un matériau à se déformer plastiquement de façon relativement importante avant rupture et au sens microscopique, elle caractérise un matériau qui s'endommage par formation de cavités qui croissent par déformation plastique [I.2]. La rupture ductile, qui correspond à une très forte déformation, est obtenue par le développement, à l'intérieur du matériau, de cavités qui naissent autour des inclusions.

La rupture apparaît au niveau des ligaments entre ces cavités internes, donnant une surface de rupture en cupules, comme indiqué sur la Fig.I.1.

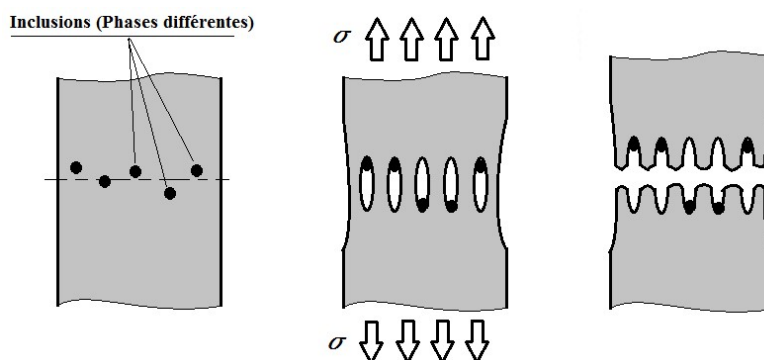


Fig.I.1 : Rupture ductile modérée [I.2].

b) La rupture fragile

La fragilité au sens macroscopique l'incapacité d'un matériau à supporter des déformations plastiques (comportement mécanique tel qu'après relâchement des efforts, il subsiste une déformation résiduelle indépendante du temps) un peu importantes sans se rompre ; au sens microscopique, la fragilité caractérise un matériau qui s'endommage par clivage [I.2].

Les matériaux fragiles comme les verres, les céramiques et les aciers à basse température subissent une rupture brutale par la propagation d'une fissure venant "déchirer" l'éprouvette. La rupture fragile est obtenue par clivage, mode de rupture dont le mécanisme principal est la séparation des plans atomiques pratiquement sans déformation.

Les modes de rupture fragile tels que sont illustrés dans la fig.I.2.

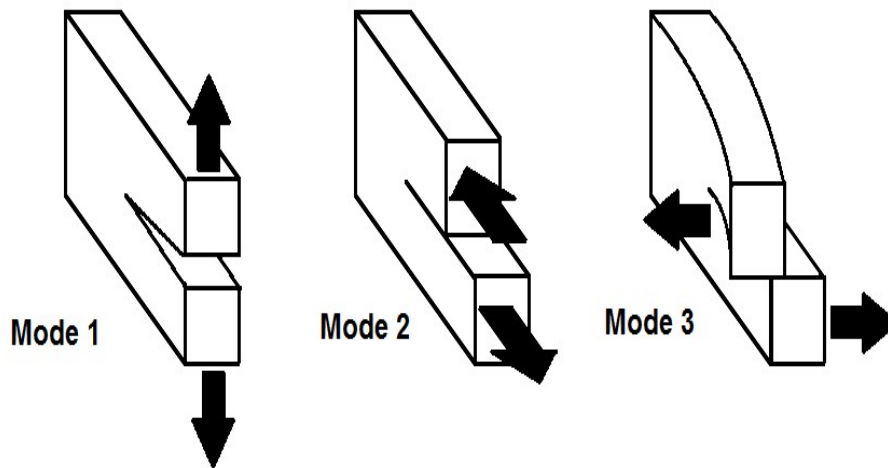


Fig.I.2 : Modes de rupture [I.2].

A.3 Essai de fatigue en flexion rotative

Dans cet essai l'éprouvette est soumise à une flexion rotative mais l'avantage essentiel c'est la simplicité de la machine. L'éprouvette est en rotation continue mais soumise à des poids qu'on peut faire varier.

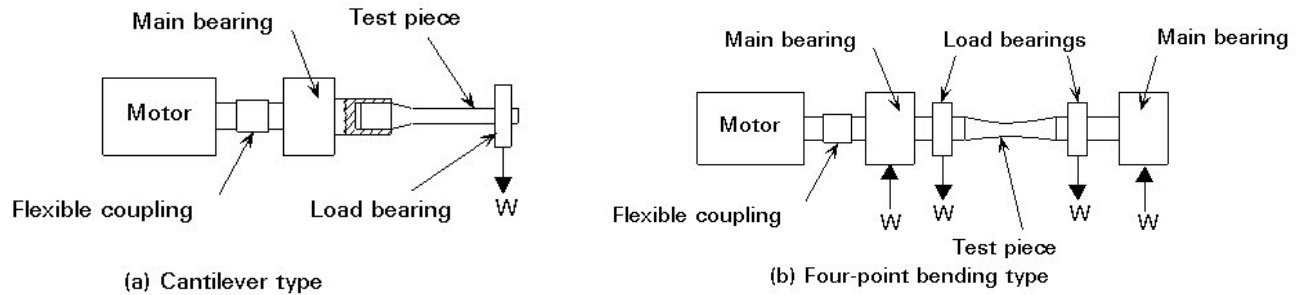


Fig.I.3 : Deux types d'essais de fatigue par flexion rotative [I.2].

A.3.1 Principe de fatigue en flexion rotative

Une illustration du phénomène de fatigue est fournie par l'un des essais les plus simples à mettre en œuvre, à savoir l'essai de flexion rotative. Cet essai consiste à encastrier un arbre à une extrémité, et à le soumettre simultanément à un effort de flexion à l'autre extrémité et à un mouvement de rotation de fréquence f . au temps $t=0$, le moment de flexion engendre pour une section droite une contrainte de traction sur la génératrice supérieure de l'arbre et une contrainte de signe opposé de compression sur la génératrice inférieure (fig I.4). Au cours d'une période de rotation $T=1/f$, un élément de matière est soumis à une contrainte de traction et à une contrainte de compression simultanément. Le point considéré sur cette génératrice subit donc une contrainte alternée sinusoïdale. C'est cette variation de la contrainte au cours du temps qui conduit à la rupture de l'arbre au bout d'un certain nombre de cycle de rotation [I.3].

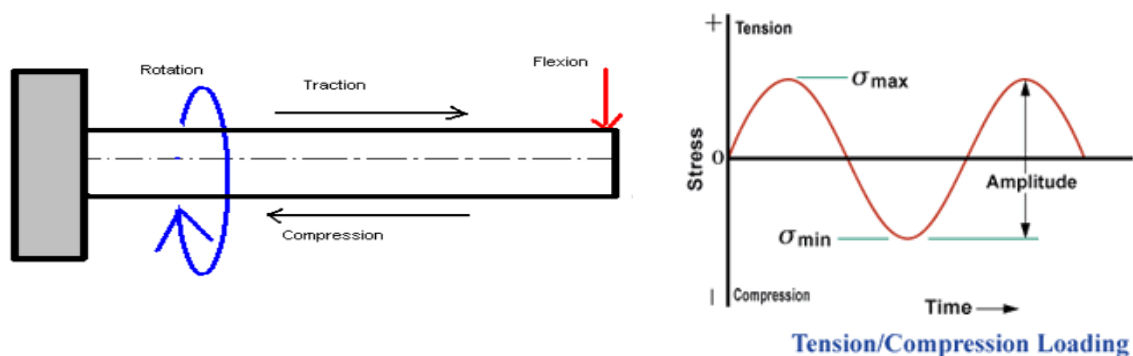


Fig.I.4 : Machine de flexion rotative et courbe contrainte-temps [I.3].

Dans cette étude, nous avons testé la fatigue sur une machine de fatigue à courbure rotative appelée SM1090 en appliquant différents poids contrôlables selon le type d'entailles.

A.4 Contraintes Appliquées en fatigue

Généralement au cours de l'essai de fatigue, la contrainte appliquée, approximativement sinusoïdale, varie en fonction du temps, en raison des seules possibilités de fonctionnement des machines ou pour des raisons de commodité dans le traitement des résultats.

La contrainte, prise en compte lors d'un essai de fatigue, est une contrainte globale (calculée par rapport à la section de la pièce d'après la résistance des matériaux et relativement au domaine élastique). Elle est exprimée en N/mm^2 ou en MPa, Fig.I.5

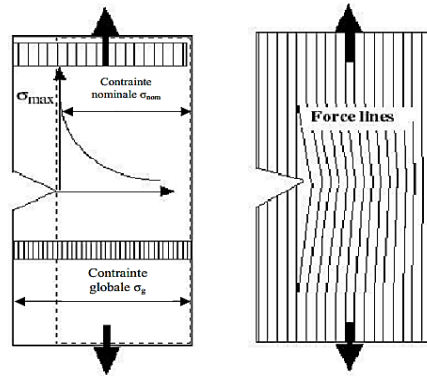


Fig.I.5 : Définition des contraintes (maximale, globale et nominale) [I.3].

A.4.1 Cycle de contrainte en fatigue

Les éprouvettes sont soumises à des sollicitations périodiques. La contrainte passe par un maximum σ_{max} et par un minimum σ_{min} .

Dans Fig.I.6, nous présentons les termes et symboles utilisés pour décrire le cycle de contrainte.

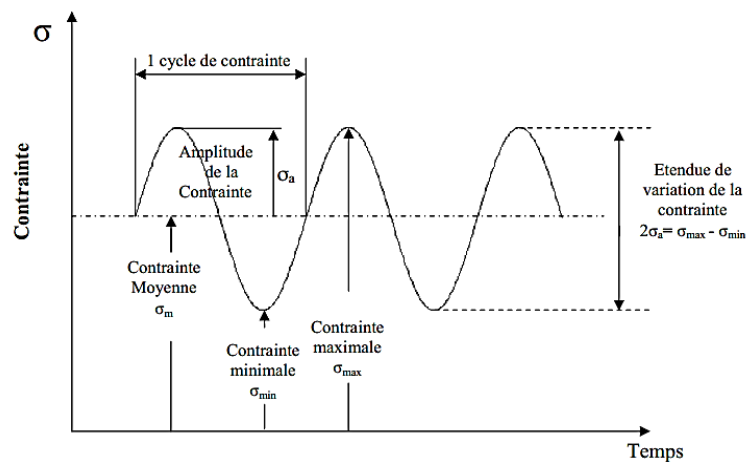


Fig.I.6 : Cycle de contrainte en fatigue [I.4].

A.5 Courbe de Wöhler ($\sigma - N_R$)

Universellement connue, la courbe de Wöhler est la plus ancienne et la seule permettant de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans le domaine de fatigue. Elle définit une relation entre la contrainte appliquée σ_a et le nombre de cycles à rupture N_R .

Pour la tracer, on réalise généralement des essais simples, qui consistent à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts périodiques, d'amplitude de chargement constante fluctuant autour d'une valeur moyenne fixée, et de noter le nombre de cycles à rupture N_R .

Pour plus de commodité, ce nombre N_R est reporté en abscisse sur une échelle logarithmique, et l'amplitude de contrainte σ_a est reportée en ordonnée sur une échelle linéaire. Ainsi, à chaque éprouvette testée, correspond un point du plan (N_R, σ_a). A partir d'un certain nombre d'essais, nous établissons la courbe de Wöhler, Fig.I.7.

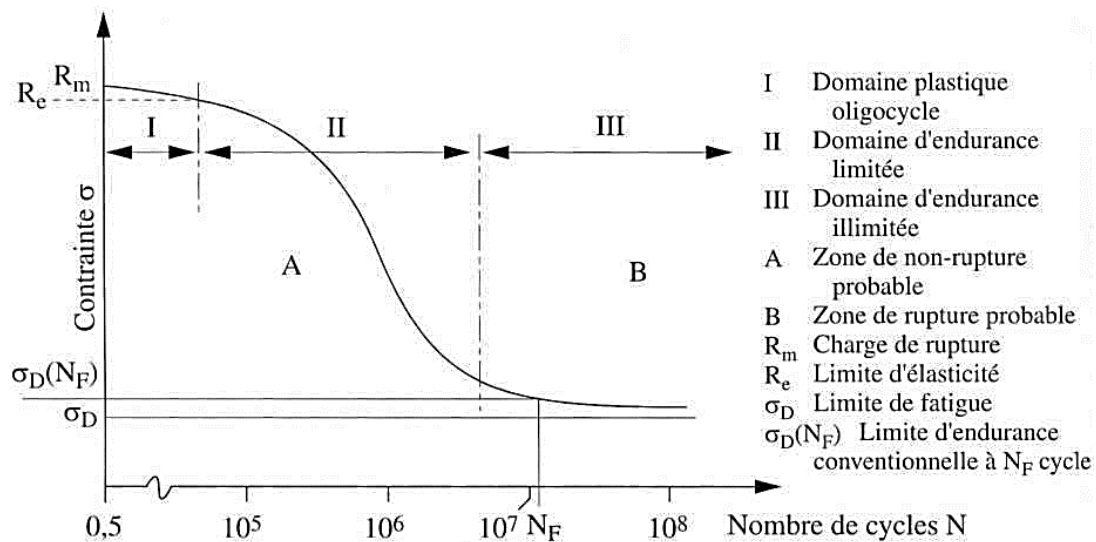


Fig.I.7 : Courbe de Wöhler ($\sigma - N_R$). [I.1]

- Limite de fatigue

C'est la contrainte pour laquelle aucune rupture n'est observée après un nombre de cycle infini, Fig.I.7.

- Limite d'endurance

La limite d'endurance correspond à la valeur limite vers laquelle tend l'amplitude de contrainte lorsque le nombre de cycles devient très grand. Dans le cas des aciers, cette limite d'endurance varie selon le type de matériau.

- **Durée de vie**

C'est le nombre de cycles au bout duquel l'éprouvette rompt.

Les courbes de Wöhler présentent un coude plus ou moins prononcé entre 10^6 et 10^7 cycles.

Plusieurs auteurs [I.2-I.4] ont proposé des expressions analytiques pour les représenter dans le domaine d'endurance limité. Ces équations permettent de calculer le nombre moyen de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de contrainte. L'équation la plus simple et la plus utilisée dans les codes de calcul est :

$$N_R = \frac{C}{\sigma_a^m} \quad (\text{I.1})$$

C et m des coefficients qui dépendent du matériau.

Cette équation peut s'écrire :

$$\log N_R = \log C - m \cdot \log \sigma_a \quad (\text{I.2})$$

A partir du diagramme de Wöhler, nous obtenons d'autres expressions analytiques de courbes.

L'expression de BASQUIN :

$$\sigma_a = \sigma_f' (N_R)^b \quad (\text{I.3})$$

Avec : σ_a Amplitude de contrainte appliquée en fatigue.

σ_f' Résistance en fatigue.

b Exposant de la loi de BASQUIN.

N_R Nombre de cycle à rupture.

A.5.1 Effet d'entaille

D'une manière générale, on appelle "entaille" une discontinuité imposée ou accidentelle de la forme de la pièce ou une inhomogénéité du matériau qui la constitue.

Les entailles peuvent être de quatre types :

- métallurgiques.
- chimique (corrosion).
- mécaniques.
- de service.

Ces discontinuités (qui peuvent être un trou, un clavetage...) conduisent à la modification du champ de contrainte. C'est à dire à la création de zones dans lesquelles les contraintes sont nettement supérieures à la contrainte nominale ou à la contrainte globale résultante des efforts appliqués.

On appelle cette localisation élevée de la contrainte "concentration de contrainte", qui, associées aux discontinuités géométriques, réduisent les résistances statiques et cycliques des structures, Fig.I.8.

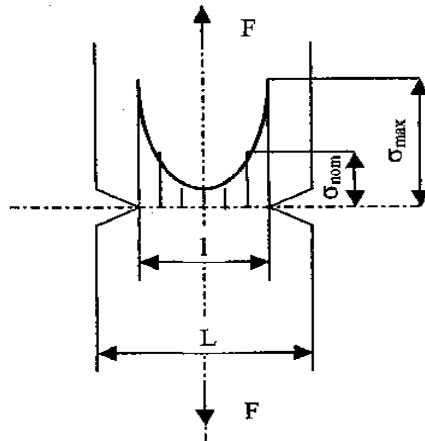


Fig.I.8 : Champ de contrainte dans une éprouvette entaillée sollicitée en traction [I.4].

Dans Cette thèse, nous avons choisi quatre types d'entaille, deux en forme de U et deux en V

A.5.2 Facteur de concentration de contrainte K_t

Dans le domaine élastique, Peterson [I.5] définit le facteur de concentration de contrainte de deux manières différentes :

- Le rapport de la contrainte maximale au fond d'entaille et la contrainte nominale s'écrit :

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{nom}} \quad (\text{I.4})$$

- Le rapport de la contrainte maximale au fond d'entaille et la contrainte globale est :

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_g} \quad (\text{I.5})$$

On constate que ce facteur dépend de la géométrie locale de la pièce et du type de sollicitation.

Dans le domaine élastoplastique, le facteur de concentration de contrainte K_σ est défini par deux manières :

a. par rapport à la contrainte nominale :

$$K_\sigma = \frac{\sigma_L}{\sigma_{nom}} \quad (\text{I.6})$$

b. ou par rapport à la contrainte globale :

$$K_\sigma = \frac{\sigma_L}{\sigma_g}$$

(I.7)

Où σ_L est la contrainte locale.

On constate que ce facteur ne dépend pas seulement de la géométrie locale de la pièce et du type de sollicitation, mais aussi de la nature du matériau.

A.5.3 Effet d'entaille en Fatigue

L'amorçage en fatigue est sensible à l'effet d'entaille, Fig.I.9, où la courbe de Wöhler, obtenue sur éprouvettes lisses, est comparée à celle obtenue sur éprouvettes entaillées [I.6].

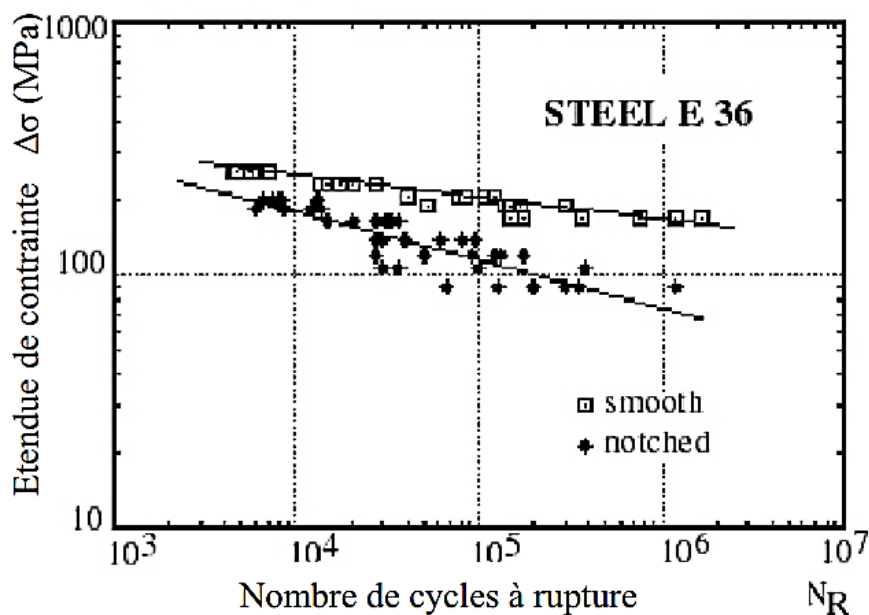


Fig.I.9 : Effet d'entaille en fatigue (Acier E360, Barres cylindriques lisses et entaillées soumises à un moment fléchissant). [I.6]

A.5.4 Facteurs influençant les courbes σ -N

On peut classer les facteurs influant sur la durée de vie en fatigue en quatre catégories :

- Facteurs métallurgiques.
- Facteurs géométriques.
- Conditions de surface.
- Conditions de chargement.
- **Les facteurs géométriques**

L'influence des facteurs géométriques intervient par la taille des pièces (effet d'échelle) et surtout par leurs formes. Les concentrations de contraintes dues à des variations de ces formes sont : présence de trous, d'entailles ou d'autres irrégularités géométriques affectent l'endurance

Peterson [I.7] propose des tables permettant de calculer les contraintes locales dans le domaine élastique. La sensibilité à l'entaille peut ensuite être caractérisée par la relation :

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (\text{I.8})$$

$$\text{ou} \quad K_f = \frac{\sigma_{D_{Lisse}}}{\sigma_{D_{entailé}}} \quad (\text{I.9})$$

Dans cette étude, les paramètres géométriques considéré sont le diamètre des trous de broches, la présence ou non de chanfrein et la largeur du disque.

B. Prédiction de défaillances des composants mécaniques entaillés

B.1 Introduction

Les théories modernes contribuent à prédire la durée de vie des échantillons et à évaluer la résistance des composants structuraux lors de l'exposition à des charges de fatigue. Et la plus importante de ces théories est : La théorie des distances critiques (TCD), la méthode volumétrique et L'approche de densité d'énergie de déformation locale (SED) a été la méthode utilisée dans cette mémoire.

B.2 La théorie des distances critiques (TCD) :

A.2.1 Définition :

La théorie des distances critiques (The theory of critical distances TCD) rassemble plusieurs méthodes adoptées dans la prédiction des défaillances des composants dotés de caractéristiques de concentration de contraintes. L'idée d'évaluer l'effet de la contrainte dans une zone plutôt qu'en un seul point a été proposée il y a des décennies mais, seulement grâce à des travaux relativement récents, les concepts de TCD se sont révélés être une extension réussie de la Mécanique Linéaire de la Rupture Élastique (LEFM), capable d'évaluer la résistance et durée de vie en fatigue. La puissance de calcul croissante a fait

La méthode des éléments finis (FEM) est largement répandue, ce qui permet d'extraire facilement les champs de contrainte et de les utiliser comme données d'entrée pour le post-traitement de la fatigue et les analyses de durabilité. Dans ce scénario, TCD se révèle comme un outil puissant qui, grâce à l'introduction d'un seul paramètre de matériau (distance critique, L), intègre les modèles de rupture classiques en considérant la présence de phénomènes à micro-échelle agissant dans le processus de rupture. En ce sens, TCD se comporte comme un lien entre la mécanique du continuum et LEFM. [I.8]

A.2.2 concept de cette méthode

L'évaluation de la fatigue dans de nombreux composants d'ingénierie est fréquemment liée au comportement des structures entaillées. Lorsque la durée de vie en fatigue résulte d'un post-traitement d'analyse par éléments finis (FEA), deux types d'approches sont possibles :

- Approches locales
- Approches non locales

Les approches locales gèrent différents critères de durée de vie à la fatigue. [I.9] Elles se concentrent sur l'état de contrainte aux points critiques et peuvent être adoptées sur la base des résultats FEA. De cette façon, les distributions de contraintes et les géométries les plus complexes sont calculées. En utilisant des approches locales pour l'évaluation de la durée de vie en fatigue, l'effet des gradients de contrainte est faiblement pris en compte [I.9] puisque la résistance à la fatigue en chaque point est considérée indépendamment.

Les approches non locales apparaissent comme des outils efficaces pour l'évaluation des gradients de contraintes [I.9] ; ce processus effectue une correction des contraintes, qui considère l'ensemble de la distribution des contraintes dans une zone limitée.

Dans le domaine des approches non locales, la théorie des distances critiques (TCD) [I.9, I.10] trouve un large éventail d'applications dans l'estimation de la durée de vie à la rupture et à la fatigue. La théorie des distances critiques est le nom utilisé à l'origine par Taylor et Susmel [I.9, I.10] pour désigner ce groupe de théories adoptées pour l'étude des caractéristiques de concentration de contraintes. Cependant, l'histoire du TCD a commencé lorsque Neuber a compris que les limites de fatigue des éléments entaillés ne pouvaient être prédites qu'en faisant la moyenne de l'état de contrainte, proche de la caractéristique de concentration de contrainte, sur les unités caractéristiques du matériau. D'un point de vue TCD, cette idée aboutit à ce que l'on appelle la méthode linéaire (LM), tandis que la méthode ponctuelle (PM) découle de l'idée de Peterson selon laquelle la contrainte de référence pour l'estimation de la résistance des composants est située à une certaine distance de l'entaille. [I.11, I.12]

B.3 la méthode volumétrique

B.3.1 Définition :

La méthode volumétrique est une approche semi locale qui utilise le concept de l'intensité du champ des contraintes (stress field intensity approach, SFI) pour prévoir la durée de vie de structure entaillée [I.13, I.14]. Dans l'approche de l'intensité du champ des contraintes, la rupture par fatigue est réalisée par l'accumulation de l'endommagement dans la zone plastique. L'endommagement dans la zone plastifiée au voisinage du fond d'entaille dépend de la distribution des contraintes élasto-plastiques et du gradient de contraintes simultanément. Sa valeur critique pour la rupture par fatigue dans la zone plastifiée est donc caractéristique. La contrainte effective du champ des contraintes est calculée par l'intensité du champ des contraintes.

Les volumes d'élaboration des processus de fatigue sont souvent assimilés à des cylindres de révolution dont l'épaisseur est celle de la structure. Les diamètres constituent ce qui est appelée la distance effective : X_{eff}

Cette distance est fortement liée à la microstructure pour des faibles volumes d'élaboration du processus de fatigue associée aux fortes concentrations de contraintes. L'approche volumétrique considère que le volume effectif d'élaboration du processus de fatigue est un cylindre de diamètre X_{eff} calculée en prenant en compte les principes suivants :

- La distance effective est supposée plus grande que la zone plastique,
- La distance effective est la limite de la zone la plus sollicitée.

De nombreux travaux [I.15, I.16] montrent que cette zone correspond à l'endroit où le gradient relatif de contrainte est minimum, Fig.I.10

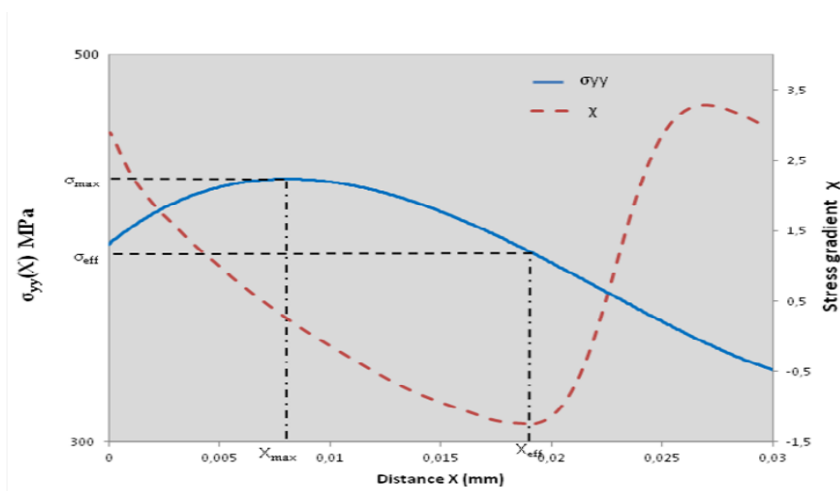


Fig.I.10 : Digramme de distribution de la contrainte élastoplastique et du gradient des contraintes en fond d'entaille [I.15].

B.3.2 Procédure de prévision de la durée de vie en fatigue par la méthode volumétrique

La méthode volumétrique nécessite la connaissance de la contrainte effective et la distance effective pour calculer le facteur de réduction en fatigue [I.17] :

$$k_f \frac{\sigma_{eff}}{\sigma_n} \quad (\text{I.10})$$

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{x_{eff}} \int_0^{x_{eff}} \sigma_{yy}^* \cdot \Phi(x) \cdot dx \quad (\text{I.11})$$

Où σ_{eff} , σ_n , x_{eff} , σ_{yy} , $\Phi(x)$ sont respectivement la contrainte effective, la contrainte nominale, la distance effective (selon cette méthode), la contrainte d'ouverture en fatigue, la fonction de poids.

Dans la Fig.I.11, l'algorithme d'évaluation de la durée de vie en fatigue est présenté [I.18]. La géométrie, le chargement et le comportement cyclique des matériaux sont introduits dans le calcul élasto-plastique par la méthode des Eléments Finis.

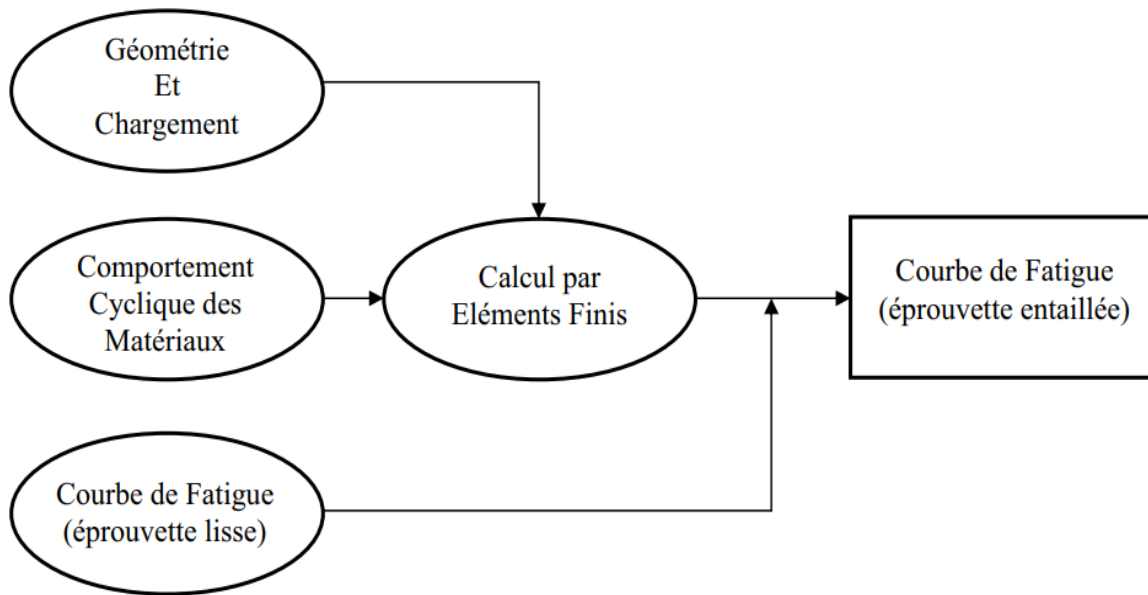


Fig.I.11 : Algorithme de la procédure de la méthode volumétrique [I.18].

Les résultats obtenus par la courbe calculée et les résultats expérimentaux seront comparés pour examiner l'exactitude et la fiabilité de cette approche.

Le facteur de réduction en fatigue, calculé par la méthode volumétrique, s'applique à la courbe de résistance en fatigue d'une éprouvette lisse dans la courbe de Wöhler, et permet de retrouver la courbe de résistance en fatigue d'une éprouvette entaillée.

$$K_f = \frac{\sigma_S}{\sigma_N} \quad (\text{I.12})$$

Où

K_f , σ_S , σ_N sont respectivement le facteur de réduction en fatigue, la résistance en fatigue d'une éprouvette lisse et la résistance en fatigue d'une éprouvette entaillée.

B.3.3 Bibliographie de cette théorie :

Certaines études ont traité de l'approche volumétrique pour estimer la durée de vie en fatigue des éprouvettes entaillées [I.19-I.24] et lisses [I.25, I.26].

B.4 L'approche de densité d'énergie de déformation locale (SED)

B.4.1 Définition :

L'approche de la densité d'énergie de déformation locale (SED) est élaborée pour l'évaluation de la résistance à la rupture fragile et à la fatigue à haut cycle. Les entailles en V pointues et arrondies (émoussées) soumises à une charge de traction (mode 1) sont principalement considérées, parfois étendues à des conditions multiaxiales (mode 3, mode mixte 1 et 2). L'application à la rupture fragile concerne les éprouvettes de barres plates en PMMA avec des encoches en U. L'application à la fatigue oligocyclique comprend les joints soudés en filet, les spécimens de matériaux de base en forme de soudure et entaillés en V ainsi que les spécimens de barres rondes avec entaille en V [I.27].

B.4.2 Relations fondamentales du concept SED

L'approche SED est basée sur l'idée que sous des contraintes de traction, la rupture se produit lorsque $\bar{W} = W_C$, la valeur critique W_C variant évidemment d'un matériau à l'autre. Si le comportement du matériau est idéalement fragile, alors W_C peut être évalué en utilisant simplement la résistance à la traction ultime conventionnelle σ_t , de sorte que :

$$W_C = \frac{\sigma_t^2}{2E} \quad (\text{I.13})$$

Il a été démontré que les charges critiques à la rupture statique peuvent également être estimées en utilisant le concept de densité d'énergie de déformation (SED) sur un volume de contrôle.

Dans les problèmes plans, le volume de contrôle devient un cercle ou un secteur circulaire avec un rayon R_C dans le cas de fissures ou d'entailles en V pointues en mode de chargement I ou mixte, I + II, (Fig. I.12a et I.12b). Dans des conditions de déformation planes, une expression utile pour R_C a été fournie par Yosibash et al. En considérant uniquement le cas des fissures [I.28].

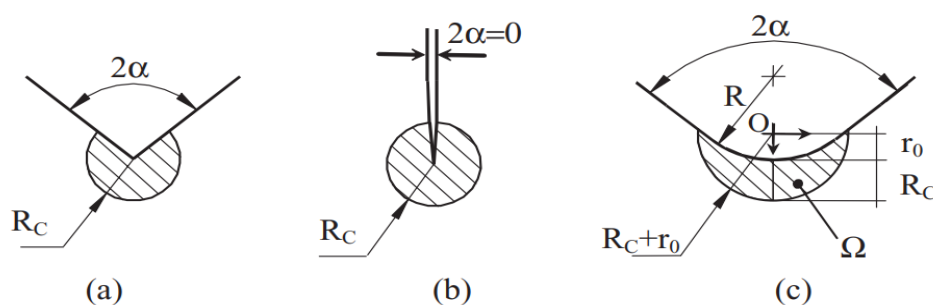


Fig.I.12 : Volume critique (surface) pour une entaille en V aiguë (a), une fissure (b) et une entaille en V émoussée (c) sous une charge de mode I. l'entaille en V émoussée (c) sous une charge de mode I [I.28].

Dans le cas d'entailles émoussées, la zone prend la forme d'un croissant, R_C étant sa largeur maximale mesurée le long de la ligne bissectrice de l'entaille (Fig. I.12c).

$$R_C = \frac{(1+\nu)(5-8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_t} \right) \quad (\text{I.14})$$

Où :

σ_t : La résistance à la traction ultime.

K_{IC} : ténacité à la rupture.

E : module de Young

ν : coefficient de Poisson

B.4.3 Bibliographie de cette théorie

Le concept de densité d'énergie de déformation (SED) a été utilisé comme un moyen d'évaluer le comportement statique et en fatigue des composants lisses et entaillés dans l'ingénierie structurelle, il a été développé avec différentes approches par de nombreux chercheurs, le plus important d'entre eux est le critère décrit par Sih qui donne une base théorique aux résultats expérimentaux de Gillemot [I.29, I.30]. Sih a défini le facteur de densité d'énergie de contrainte S comme le produit de la densité d'énergie de déformation par une distance critique du point de singularité [I.29]. La rupture était considérée comme contrôlée par une valeur critique S_c , la théorie a été étendue pour employer la densité d'énergie de déformation totale près de la pointe de l'entaille.

Le critère SED a été appliqué aux encoches en V aiguës par Lazzarin et Zambardi [I.31], également par Lazzarin et Berto [I.32], puis aux encoches émoussées par Gómez et al [I.33]. Pour en savoir plus sur l'approche SED, on peut se référer à certaines des références précédentes [I.31-I.39].

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le concept de la rupture en fatigue avec les différents facteurs de concentrations liée à la sollicitation de flexion. Des approches locales sont citées avec leurs définitions et applications

Était une bibliographie sur le phénomène de fatigue en présence de fissures, où la fatigue de courbure de rotation a été abordée. Ensuite, les méthodes adoptées pour prédire la rupture des composants entaillée ont été discutées, et nous avons choisi le concept de densité d'énergie de contrainte pour évaluer le comportement en fatigue des composants entaillée dans l'ingénierie structurale péri-fente.

CHAPITRE II :

CONTEXTE

THÉORIQUE

Dans la partie théorique, l'étude a été divisée en deux parties :

Dans la première section, nous avons étudié le rôle de la géométrie entaillée dans la vitesse de propagation des fissures et le facteur d'intensité de contrainte équivalente d'entaille pour les matériaux en polyméthacrylate de méthyle. Et nous avons utilisé les lois de vitesse de propagation des fissures pour vérifier les résultats obtenus par simulation à l'aide de la méthode XFEM (section II.A).

Dans la deuxième section de la théorie, nous avons utilisé les lois de fatigue pour obtenir analytiquement la courbe de fatigue σ -N pour les échantillons entaillés et comparer les résultats avec ceux obtenus expérimentalement, puis utiliser la méthode la densité d'énergie de déformation moyennée (SED) est proposée sur un volume de contrôle pour l'évaluation de la rupture fragile des échantillons de PMMA entaillés (section II.B).

SOMMAIRE

II.A	Théories de la vitesse de propagation des fissures et du facteur d'intensité de contrainte équivalente.	29
II.A.1	Introduction	29
II.A.2	Fatigue d'une structure fissurée : loi de Paris	29
II.A.3	Lois classiques de propagation des fissures en fatigue	30
II.A.4	Expression du facteur d'intensité de contraintes de la fissure émanant d'une entaille	31
II.A.5	Modélisation de la propagation des fissures de fatigue	33
II.B	Les théories de courbe de fatigue et de la densité d'énergie de déformation SED	34
II.B.1	Courbe de fatigue S-N	34
II.B.1.1	Facteurs de concentration de contrainte	34
II.B.2	Approche de densité d'énergie de déformation SED	35
	Conclusion	39

A. Théories de la vitesse de propagation des fissures et du facteur d'intensité de contrainte équivalente.

A.1 Introduction

Le processus de croissance des fissures de fatigue (FCG) près des discontinuités géométriques est compliqué et peut être dû à plusieurs facteurs tels que les conditions de chargement, la composition du matériau et la géométrie des défauts. De nombreuses formes géométriques conçues par nécessité de conception dans des pièces mécaniques sont considérées comme des discontinuités géométriques telles que des rainures, des trous, des épaulements. Les entailles font partie des discontinuités géométriques qui peuvent produire localement une concentration de contraintes [II.1, II.2] ou un phénomène de concentration de déformations. Il est donc important de simuler la propagation des fissures de fatigue et de prévoir les cycles de vie avant que la rupture destructive ne se produise.

Le mécanisme de propagation des composants structuraux entaillés soumis à une charge cyclique comprend deux phases : l'initiation et la propagation des fissures de fatigue. Le lieu privilégié d'amorçage est la modification géométrique en particulier l'entaille est généralement considérée comme le site, qui peut acquérir l'amorçage de fissures et tendre à sa propagation. En théorie, l'utilisation des concepts de mécanique de la rupture élastique linéaire a été prouvée avec un succès considérable dans l'interprétation des données de croissance des fissures de fatigue.

A.2 Fatigue d'une structure fissurée : loi de Paris

Dans le cas d'une structure fissurée soumise à un chargement cyclique le paramètre pertinent permettant de décrire l'avancée de la fissure est encore le facteur d'intensité des contraintes. Celui-ci varie entre une valeur maximale (K_{max}) et une valeur minimale (K_{min}). Si K_{min} est négatif (compression) on posera $K_{min} = 0$. De nombreuses expériences menées sur différents matériaux ont montré que l'avancée de fissure durant un cycle (notée da/dN) peut être reliée à la variation du facteur d'intensité des contraintes sur un cycle : $\Delta K = K_{max} - K_{min}$. La relation entre da/dN et ΔK s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (\text{II.1})$$

En dessous d'une valeur seuil de ΔK , la fissure n'avance plus. Pour les valeurs élevées de ΔK (notée ΔK_s), l'avancée de la fissure se fait par rupture du matériau (ductile ou fragile). Dans le «domaine de Paris», l'avancée se fait par plasticité. La fissure s'ouvre et s'é mouisse à K_{max} et se referme partiellement à K_{min} . Cette refermeture s'accompagne d'une avancée de la fissure (fig II.1) et laisse une marque visible comme une strie sur le facies de rupture.

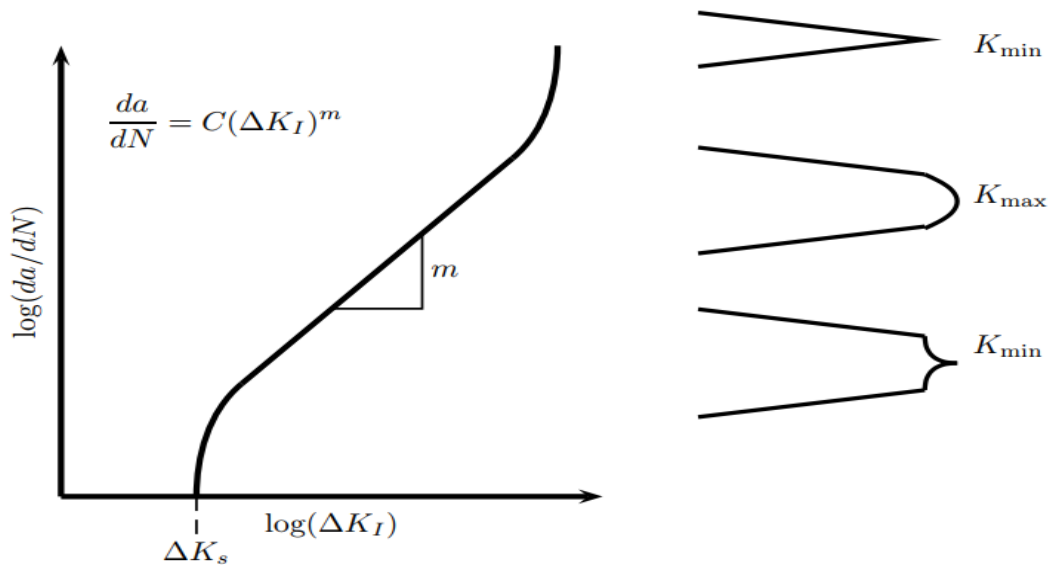


Figure II.1: Loi de Paris et modèle simple d'avancée de fissure par émoussissement du a la plasticité. [II.3]

A.3 Lois classiques de propagation des fissures en fatigue

La loi proposée par Paris ne décrit pas toute la courbe ; cependant, d'autres lois empiriques ou analytiques ont été proposées pour décrire l'ensemble de la courbe de propagation [II.4-II.6]. Forman [II.4], pour tenir compte de l'augmentation asymptotique du taux de fissuration lorsque $K_{Ic} - K_{max}$, a proposé une amélioration de la relation de Paris pour décrire les domaines II et III de la courbe de propagation :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C\Delta K^m}{(1-R)(K_{Ic}-K_{max})} \quad \text{(II.2)}$$

où C et m sont une constante dépendant du matériau, pour les aciers m est de l'ordre de 4. Cette relation ne tient pas compte de l'existence d'un seuil de fissuration mais implique l'influence du rapport de charge R sur la vitesse de fissuration.

Pour rendre compte de l'effet de seuil en région I, Klesnil et Lucas [II.5] ont proposé une modification de la relation sous la forme :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^m - \Delta K_{\text{threshold}}^m) \quad (\text{II.3})$$

Frost a alors proposé une relation qui rend compte de toute la courbe de propagation, établie pour les aciers ferrito-perlitiques [II.6] :

$$\frac{da}{dN} = B \left[\frac{(\Delta K - \Delta K_{\text{threshold}})^4}{(R_m^2)(K_{Ic}^2 - K_{max}^2)} \right]^n \quad (\text{II.4})$$

K_{Ic} Désignant la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte, $K_{\text{threshold}}$ est la valeur de K au seuil de propagation pour un rapport de charge R donné, R_m est la résistance à la traction du matériau, B et n sont des constantes caractéristiques du matériau.

Une formulation de la propagation des fissures reliant le taux de libération d'énergie de déformation (ΔG) à la vitesse de propagation décrite dans [II.7]. Cela implique que la plage ($G_c - G_{\text{max}}$) a un effet certain sur la contrainte moyenne (ou R) définie comme le rapport K_{max} et K_{min} en raison de sa dépendance à la charge appliquée.

$$\frac{da}{dN} = A_1 \frac{(\Delta G)^{m_1}}{G_c - G_{\text{max}}} \quad (\text{II.5})$$

Où A_1 et m_1 sont des constantes matérielles

A.4 Expression du facteur d'intensité de contraintes de la fissure émanant d'une entaille

La répartition des contraintes au niveau des entailles peut être décrite par le facteur d'intensité de contrainte d'encoche lié au mode de chargement - NSIF $K_{I\rho}$ en tant que paramètres de champ déterminants. En fatigue l'entaille est associée à une propagation de fissure qui s'initie au niveau de l'entaille de pointe pour l'entaille en V mais pour l'entaille en U pour un certain rayon, la fissure est initiée à partir d'un point décalé par rapport à l'entaille de pointe.

Pour évaluer le facteur d'intensité de contrainte d'entaille dans le cas d'une fissure issue d'une entaille, la longueur considérée comme une discontinuité dans l'éprouvette devient une longueur efficace ($l_{eff}=l_0+l$) (fig.II.2) qui inclut la longueur de l'entaille ajoutée à la longueur de la fissure se développer après propagation pour le facteur d'intensité de contrainte élastique est proposé dans [II.8 -II.10]. L'expression est ci-dessous :

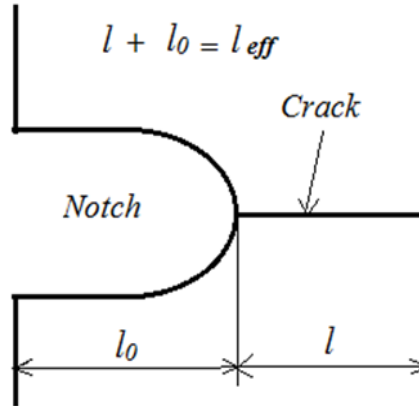


Fig.II.02 : Entaille avec fissure à son extrémité [II.8].

$$\Delta K = \beta \sigma_{tip} \sqrt{\pi(l_{eff})} \quad (\text{II.6})$$

où β est le coefficient géométrique, σ_{tip} la contrainte maximale à la pointe de l'entaille.

Dans cet essai, l'éprouvette est soumise à un mode mixte I et II dû à une déviation de la fissure par un angle faible dans lequel le mode I apparaît comme un mode prédominant avec des valeurs plus élevées par rapport au mode II, le facteur d'intensité de la contrainte utilisé est le facteur d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille décrit par [II.11, II.12].

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2} \quad (\text{II.7})$$

En mode I, l'expression analytique de ΔK_I se fait par la relation suivante :

$$\Delta K_I = \beta \sigma_{xx} \sqrt{\pi(l_{eff})} \quad (\text{II.8})$$

Et la relation qui donne le facteur d'intensité des contraintes en mode II, ΔK_{II} sera donc :

$$\Delta K_{II} = \beta \sigma_{xy} \sqrt{\pi(l_{eff})} \quad (\text{II.9})$$

A.5 Modélisation de la propagation des fissures de fatigue

Lorsque nous avons analysé la propagation de la fissure par l'équation (II.10) appliquée aux matériaux polymères, qui comprend le PMMA, le polycarbonate et le nylon 66, aucune satisfaction n'a été obtenue en termes de résultats comme indiqué par Arad et al [II.13]. L'auteur Sutton [II.14] a utilisé la formulation proposée par Arad, Radon, et Culver [II.13, II.15], où ils ont appliqué quelques modifications pour la propagation des fissures de fatigue dans les polymères en termes de taux de libération d'énergie de déformation ΔG , comme suit :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{da}{dN} = A_3 \Delta G^{m_3} \quad (\text{II.11})$$

La raison fondamentale du succès de (II.11) est due à sa capacité inhérente du taux de libération de l'énergie de déformation G en tenant compte de l'effet de l'intensité moyenne de la contrainte comme :

$$\Delta G = 2 \Delta K K_{mean} / E' \quad (\text{II.12})$$

$$E' = E \text{ (Contrainte plane)}, E' = \frac{E}{1-\nu^2} \text{ (Déformation plane)}$$

où E est le module d'élasticité et ν le coefficient de poisson.

La prédiction de la propagation des fissures de fatigue en utilisant le NSIF équivalent (ΔK_{eq}) est une approche décrite par Tanaka [II.16] sous chargement cyclique de mode mixte I/II où, il a proposé une loi de puissance dans la forme modifiée de la loi de Paris. Sur la base de l'idée de Tanaka, nous avons opté pour l'équation (II.12) comme modèle utilisé pour déterminer la prédiction de la durée de vie en fatigue et quantifier la vitesse de propagation dans le PMMA.

A partir de l'équation (II.12) utilisée comme analytique, le terme du facteur d'intensité de contrainte d'entaille équivalent a été substitué dans l'équation (II.13).

$$\frac{da}{dN} = A_3 \left[\frac{2\Delta K_{eq} K_{mean}}{E'} \right]^{m_3} \quad (II.13)$$

La relation analytique de la propagation des fissures de fatigue que l'on pourra utiliser devient :

$$\frac{da}{dN} = A_3 \left[(2K_{mean} \Delta K_{eq}) / E' \right]^{m_3} \quad (II.14)$$

with:

$$\Delta K_{eq} = \left[\sqrt{(\beta\sigma_{xx}\sqrt{\pi(l_{eff})})^2 + (\beta\sigma_{xy}\sqrt{\pi(l_{eff})})^2} \right] \quad (II.15)$$

B. Les théories de courbe de fatigue et de la densité d'énergie de déformation SED

B.1 Courbe de fatigue σ -N :

B.1.1 facteurs de concentration de contrainte

En présence des entailles dans les échantillons, la première étape à effectuer est de calculer les facteurs de concentration de contrainte, Où l'abaque suivant a été utilisé :

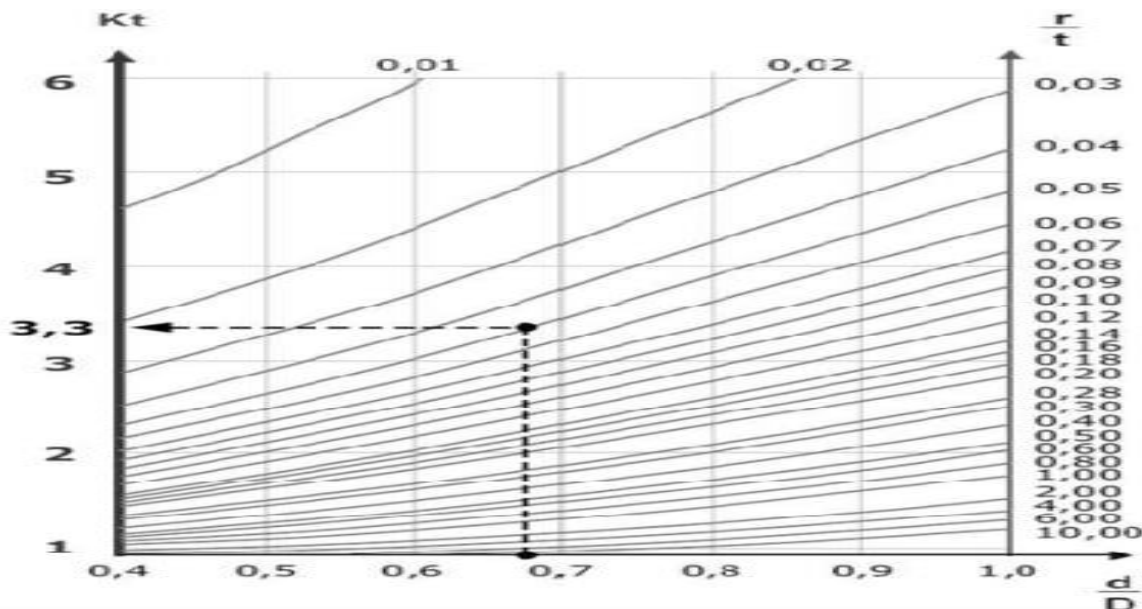


Fig.II.03 : Abaque de K_t (Flexion) [II.17].

À partir de la courbe S-N obtenue expérimentalement, nous pouvons dériver les constantes de l'équation de Basquin B et m, qui représentent la relation linéaire entre les cycles de

contrainte appliqués (σ_f) et le nombre de cycles jusqu'à la rupture (N) sur une échelle log-log, représentée par la relation suivante :

$$N \times (\sigma)^m = B \quad (\text{II.16})$$

Où N est le nombre de cycles jusqu'à la rupture généralement supérieur à 10^4 , est la valeur de référence de la résistance à la fatigue, m est la pente de la courbe de résistance à la fatigue log (σ)-log (N) et B est la valeur de la contrainte à un cycle.

$$m = \frac{\log(N1) - \log(N2)}{\log(\sigma2) - \log(\sigma1)} \quad (\text{II.17})$$

$$B = N_1 \times \sigma_1^m \quad (\text{II.18})$$

B.2 Approche de densité d'énergie de déformation SED

Le concept de l'approche SED est basé sur l'idée que la rupture se produit lorsque l'énergie locale W atteint une valeur critique d'énergie W_c , où la valeur critique W_c varie évidemment d'un matériau à l'autre. Si le comportement du matériau est fragile, W_c peut être estimé en utilisant la résistance à la traction ultime conventionnelle σ_t , de sorte que.

$$W_c = \frac{\sigma_t^2}{2E} \quad (\text{II.19})$$

La valeur moyenne de (SED) est appliquée à un volume donné de taille finie autour du bord de l'entaille où la contrainte principale est à la valeur maximale, Dans le cas d'une entaille en U, la zone de contrôle prend une forme de croissant et R_C est sa largeur, lorsque des entailles en V pointues sont considérées, le volume devient un secteur circulaire, avec R_C étant le rayon. R_C dépend de la ténacité à la rupture du matériau K_{IC} , de la résistance ultime à la traction σ_t et du coefficient de Poisson ν .

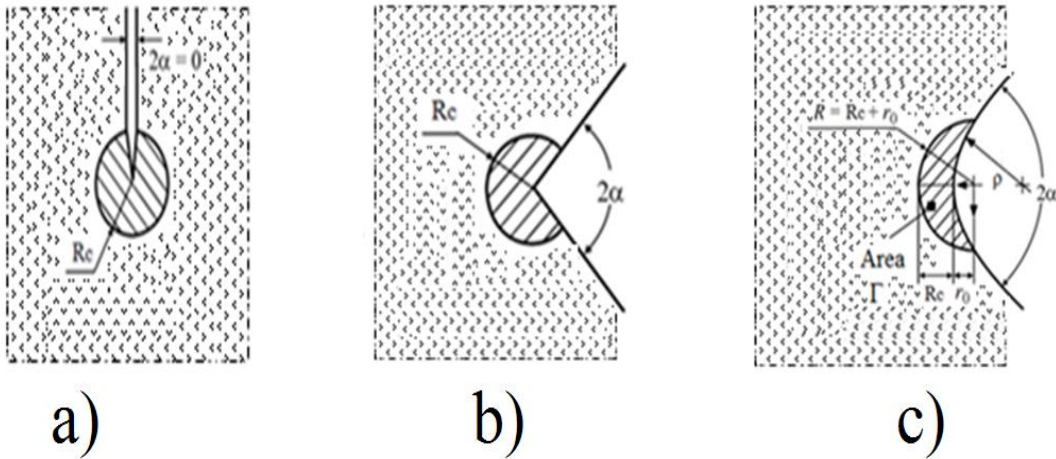


Fig.II.4 : Zone de contrôle Γ pour a) une fissure, b) une entaille en V et c) une entaille en V émoussée [II.18].

Dans des conditions de déformation plane, l'expression R_c a été introduite [II.18] :

$$R_c = \frac{(1+\nu)(5-8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_t} \right)^2 \quad \text{(II.20)}$$

En présence d'une entaille en V pointue sous une charge de mode 1, la relation rapportée à la surface Γ est :

$$\bar{W}_1 = \frac{I_1}{4E\lambda_1(\pi-\alpha)} \left(\frac{K_1}{R_c^{1-\lambda_1}} \right)^2 \quad \text{(II.21)}$$

Le paramètre I_1 dépend du coefficient de Poisson et est différent dans des conditions de contrainte plane et de déformation plane [II.19].

Dans le cas des entailles émoussées, l'énergie totale de déformation est déterminée sur le volume en forme de croissant (situé dans la zone), puis la valeur moyenne de la SED. La valeur moyenne de la SED peut être exprimée en fonction du facteur d'intensité de la contrainte. Plus précisément :

$$\bar{W}_1 = H(2\alpha, \frac{R_c}{R}) \left(\frac{K_{RI}^V}{E} \right)^2 \frac{1}{R^{2(1-\lambda_1)}} \quad \text{(II.22)}$$

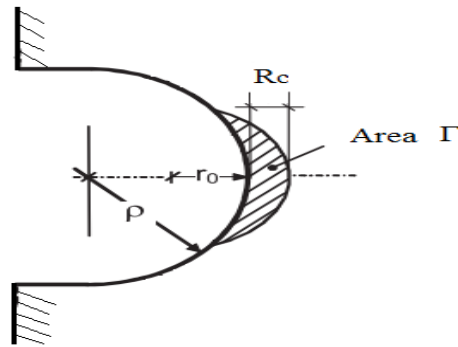


Fig.II.5 : Zone critique pour l'entaille U en mode I [II.20].

Le paramètre H résume la contribution de toutes les contraintes et déformations sur le volume (surface) de contrôle, en fonction de l'angle d'ouverture et du coefficient de Poisson [II.20].

La résistance à la traction ultime $\sigma_t = 70$ MPa, ténacité à la rupture $K_{IC} = 61,98$ MPa $\sqrt{\text{mm}}$, module de Young $E = 3000$ MPa et coefficient de Poisson $\nu = 0,35$. Les tableaux suivants représentent les valeurs de H et I_1 et λ_1 .

Pour calculer les valeurs moyennes de la densité d'énergie de déformation dans le volume de contrôle \bar{W}_1 et les facteurs d'intensité de la contrainte de l'entaille pour les entailles en U et en V ($K_I, K_{R,I}^V$) pour chaque entailles, il faut d'abord calculer les paramètres λ_1 et I_1 et H à l'aide de la méthode d'interpolation a trois points.

2α (degrees)	γ/π	λ_1	I_1						
			$\nu = 0.10$	$\nu = 0.15$	$\nu = 0.2$	$\nu = 0.25$	$\nu = 0.3$	$\nu = 0.35$	$\nu = 0.4$
0	1	0.5000	1.1550	1.0925	1.0200	0.9375	0.8450	0.7425	0.6300
15	23/24	0.5002	1.1497	1.0880	1.0162	0.9346	0.8431	0.7416	0.6303
30	11/12	0.5014	1.1335	1.0738	1.0044	0.9254	0.8366	0.7382	0.6301
45	7/8	0.5050	1.1063	1.0499	0.9841	0.9090	0.8247	0.7311	0.6282
60	5/6	0.5122	1.0678	1.0156	0.9547	0.8850	0.8066	0.7194	0.6235
90	3/4	0.5445	0.9582	0.9173	0.8690	0.8134	0.7504	0.6801	0.6024
120	2/3	0.6157	0.8137	0.7859	0.7524	0.7134	0.6687	0.6184	0.5624
135	5/8	0.6736	0.7343	0.7129	0.6867	0.6558	0.6201	0.5796	0.5344
150	7/12	0.7520	0.6536	0.6380	0.6186	0.5952	0.5678	0.5366	0.5013

Tableau.II.1 : Paramètre I_1 et λ_1 pour un rayon et nul, aigue-V (déformation plane) [II.19].

R_c/ρ	H			R_c/ρ	H		
	$\nu = 0.3$	$\nu = 0.35$	$\nu = 0.4$		$\nu = 0.3$	$\nu = 0.35$	$\nu = 0.4$
0.001	0.5777	0.5570	0.5332	0.05	0.5086	0.4884	0.4652
0.002	0.5761	0.5555	0.5316	0.06	0.4962	0.4761	0.4531
0.003	0.5746	0.5539	0.5300	0.07	0.4844	0.4645	0.4416 ^a
0.004	0.5730	0.5524	0.5285	0.08	0.4731	0.4533	0.4306
0.005	0.5715	0.5508	0.5270	0.1	0.4518	0.4322	0.4099
0.006	0.5699	0.5493	0.5255	0.117	0.4354	0.4161	0.3940 ^a
0.008	0.5668	0.5462	0.5225	0.175	0.3855	0.3669	0.3459 ^a
0.0088	0.5657	0.5451	0.5213 ^a	0.2	0.3670	0.3488	0.3283
0.01	0.5638	0.5432	0.5194	0.3	0.3069	0.2902	0.2713
0.0175	0.5527	0.5321	0.5085 ^a	0.4	0.2622	0.2468	0.2295
0.02	0.5490	0.5285	0.5049	0.5	0.2276	0.2135	0.1976
0.03	0.5349	0.5145	0.4910	0.6	0.2000	0.1870	0.1725
0.035	0.5281	0.5077	0.4843 ^a	0.7	0.1775	0.1655	0.1522
0.04	0.5214	0.5011	0.4778	0.8	0.1591	0.1480	0.1357

Tableau.II.2 : Paramètre H pour les entaille émoussé-U (déformation plane) [II.20].

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous évoquons les théories de la vitesse de propagation des fissures grâce auxquelles il est possible d'obtenir des résultats analytiques pour les comparer aux résultats obtenus par simulation. Ensuite, nous avons abordé les théories de la fatigue et les théories des concepts de la densité d'énergie de déformation pour les comparer avec celles obtenues expérimentalement.

CHAPITRE III :

DISPOSITIF

EXPÉRIMENTAL ET

PROCÉDURES

D'ESSAIS

Le troisième chapitre de ce mémoire concerne la phase d'expérimentation. Ce moyen d'essai doit permettre de solliciter une éprouvette afin d'entraîner cette dernière en fatigue par une contrainte de flexion et d'enregistrer les données nécessaires à la deuxième partie du sujet

Dans ce chapitre, nous présenterons le matériau étudié, les géométries des échantillons fabriqués et de toutes les procédures de l'essais de fatigue par flexion rotative.

SOMMAIRE

III.A	Présentation de PMMA	42
III.A.1	Composition chimique et microstructure	42
III. A.2	Propriétés physiques	43
III.A.3	Propriétés mécaniques	44
III.B	Géométrie et préparation des éprouvettes de fatigue par flexion rotative	44
III.B.1	Usinage	44
III.B.2	Géométries	46
III.C	Machines d'essai de fatigue rotative SM1090	48
III.C.1	Description de l'essai	48
III.C.2	Machine SM1090	50
III.C.3	Description générale et données techniques	51
III.C.4	Les étapes des essais de fatigue par flexion rotative	54
	Conclusion	55

A. Présentation de PMMA

Le PMMA, abréviation de polyméthacrylate de méthyle et également appelé acrylique (verre) ou plexiglas, est un thermoplastique souvent utilisé comme alternative au verre en raison de sa transparence, de sa légèreté et de sa résistance aux éclats.

Il est caractérisé par sa transparence (excellentes propriétés optiques, 92 % transmission lumineuse), ses facilités de mise en œuvre, ses propriétés mécaniques (rigidité et résistance au choc) ses propriétés diélectriques et sa résistance au vieillissement (excellente tenue aux UV).

Les matériaux PMMA ont été obtenus auprès d'AliExpress sous forme de barres, comme le montre la figure suivante :

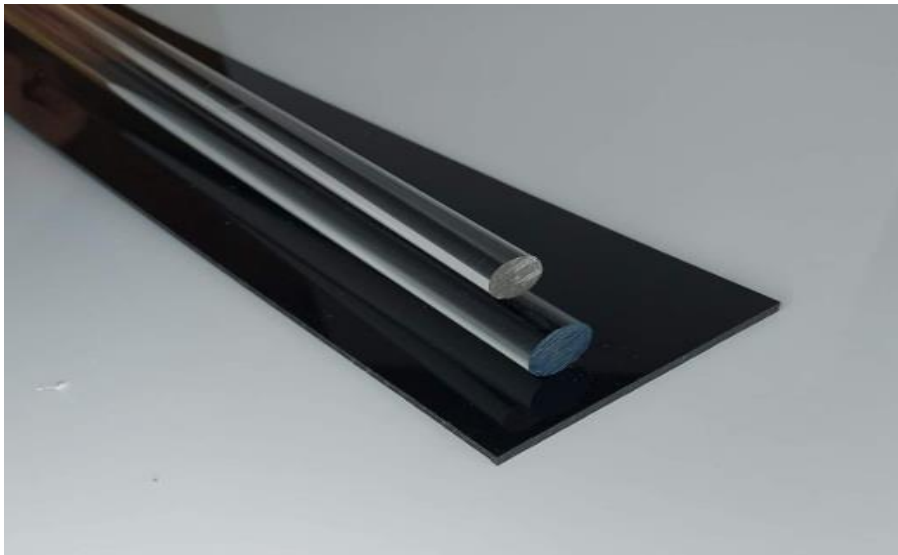


Fig.III.01 : Barres rondes acrylique, \varnothing 15 mm longueur 1000 mm transparente (plexiglass).

A.1 Composition chimique et microstructure

Le méthacrylate de méthyle (MAM) se polymérise par une polymérisation radicalaire en chaîne (Fig.III.2) ou par une polymérisation anionique.

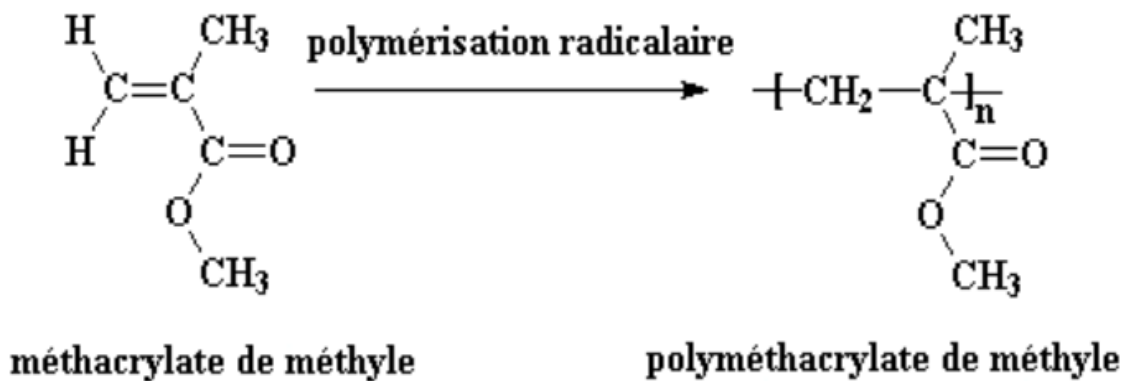


Fig.III.02 : Polymérisation radicalaire du MAM [III.1]

La polymérisation anionique doit se faire en milieu anhydre ; en effet, dans ce type de réaction, il n'y a pas d'étapes de terminaison, la chaîne en propagation continue à consommer des monomères jusqu'à épuisement de ces derniers.

A.2 Propriétés physiques

Sa transition vitreuse (T_g) est comprise entre 48 °C pour un PMMA syndiotactique (les groupements sont alternés autour de la chaîne) et 160 °C dans le cas d'un PMMA isotactique (tous les groupements esters sont alignés du même côté de la chaîne). La modification du groupe ester induit aussi un abaissement du T_g (ex. Ethyl +65 °C, n-Buthyl +20 °C). Le PMMA peut aussi être modifié par copolymérisation avec d'autres monomères tels que des acrylates, des acrylonitriles, des styrènes et butadiènes [III.2].

- Très grande transparence, particulièrement limpide avec un aspect brillant ;
- Propriété optique exceptionnelle (transmission lumineuse supérieure à celle du verre, transparence, limpidité, brillance). Indice optique de 1,49 ;
- Aspect de la surface particulièrement lisse et brillant ;
- Excellente résistance aux agents atmosphériques ;
- Excellente tenue aux rayons ultra-violets, à la corrosion ;
- Légèreté : Masse volumique de 1,19 g/cm³ (bien plus léger que le verre) ;
- coefficient de dilatation thermique : 10⁻⁴ K⁻¹.

A.3 Propriétés mécaniques

Les propriétés mécaniques du PMMA ont été obtenues à partir de son fichier technique joint est présenté dans le tableau suivant :

Résistance à la traction ultime [MPa]	Résistance à la flexion ultime (Mpa)	Résistance à la compression ultime [MPa]	Module d'élasticité E [MPa]	Coefficient de Poisson ν	Densité (kg/m ³)	Résistance à la rupture [MPa m ^{0.5}]
70	110	117	3000	0.36	1190	1.96

Tableau III.1 : Propriétés mécaniques du PMMA.

B. Géométrie et préparation des éprouvettes de fatigue par flexion rotative

B.1 Usinage

Quatre lots d'éprouvettes de PMMA ont été fournis, chaque lot était composé de 15 à 20 échantillons et était nommé selon le type d'entaille. Comme le nombre total d'échantillons est d'environ 75.

Pour les entailles, nous avons choisi deux types d'entailles en V avec les mêmes rayons de racine égaux à 0.1mm V140R0.1 et V20R0.1, l'un avec un angle d'ouverture égal à 140° et l'autre avec un angle d'ouverture égal à 20°. Et deux types d'entailles en U, U2 et U0.2, l'un avec un rayon de 2 mm et l'autre avec un rayon de 0.2 mm.

Il était important de fabriquer les échantillons au niveau d'un tour numérique pour obtenir des résultats précis, nous avons donc choisi une institution militaire pour mener à bien ce processus.

Nous fabriquons tous les échantillons de PMMA au niveau du tour numérique dans l'entreprise de construction mécanique *CHAHID MARIR HASSEIN/ KHENCHELA* affiliée à la *DIRECTION DE LA FABRICATION MILITAIRE*.

La première étape que nous avons franchie a été de fabriquer un outil adapté à chaque type d'entaille, comme le montre la figure suivante :

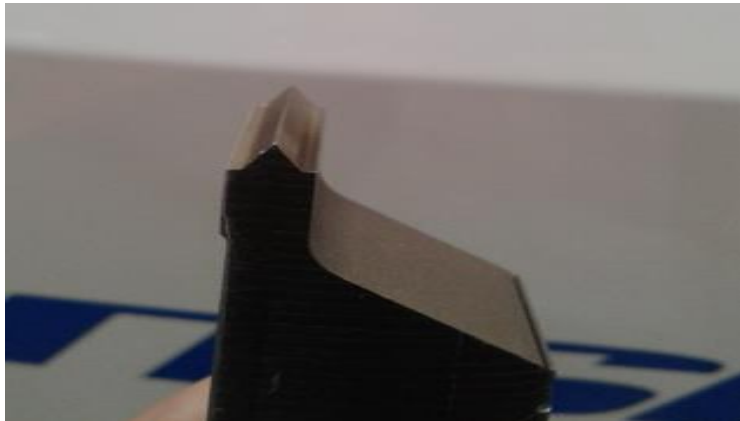


Fig.III.03 : L'outil utilisé dans la fabrication des échantillons de PMMA.



Fig.III.04 : Le tour numérique utilisé (SOMAB TRANSMAB 350 Machines).



Fig.III.05 : Photo d'éprouvettes de PMMA pendant le processus de tournage.

B.2 Géométries

Toutes les éprouvettes avaient la même longueur L (64 mm) et le même diamètre D (9 mm), et le petit diamètre d (6 mm), et la profondeur de l'entaille égale d'(1,25 mm). Comme le montrent les figures suivantes

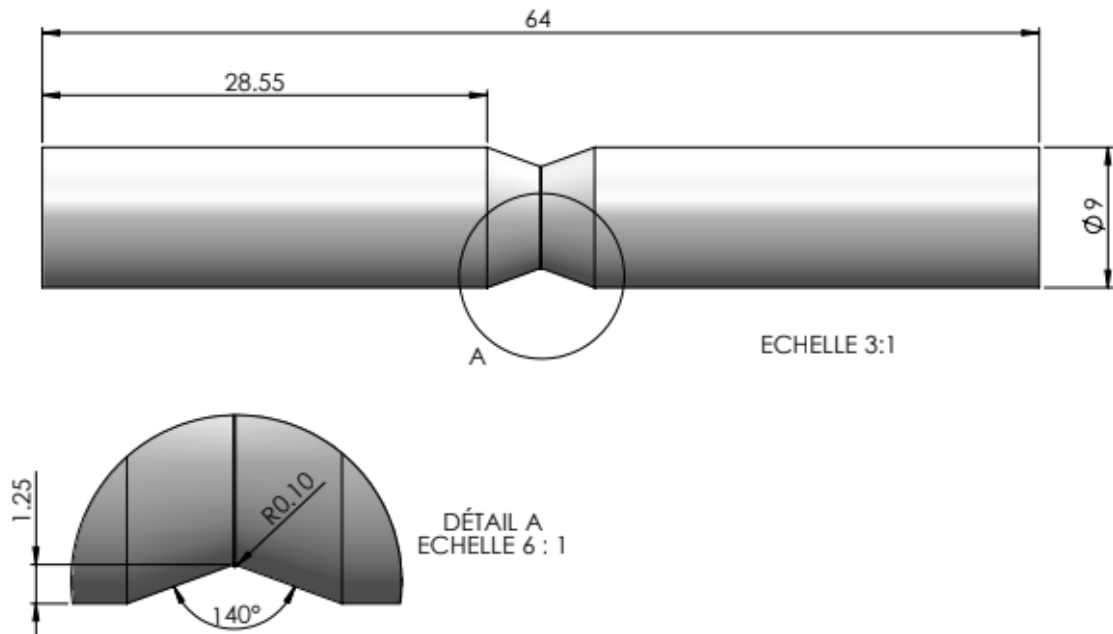


Fig.III.06 : Géométrie et dimension de l'éprouvette V140R0.1

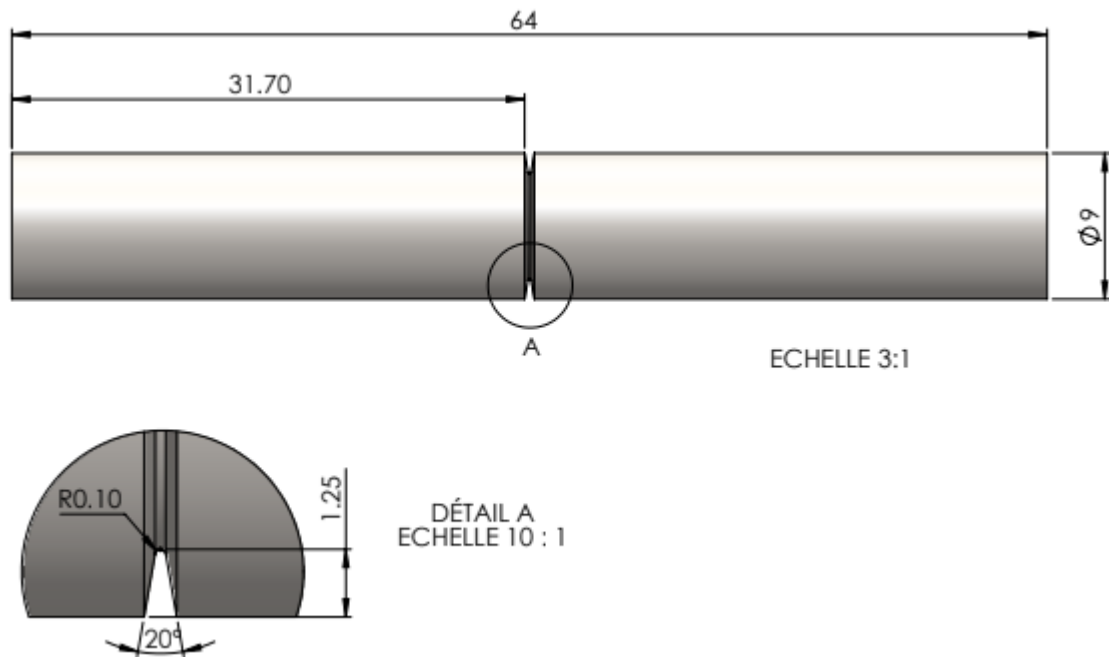


Fig.III.07 : Géométrie et dimension de l'éprouvette V20R0.1

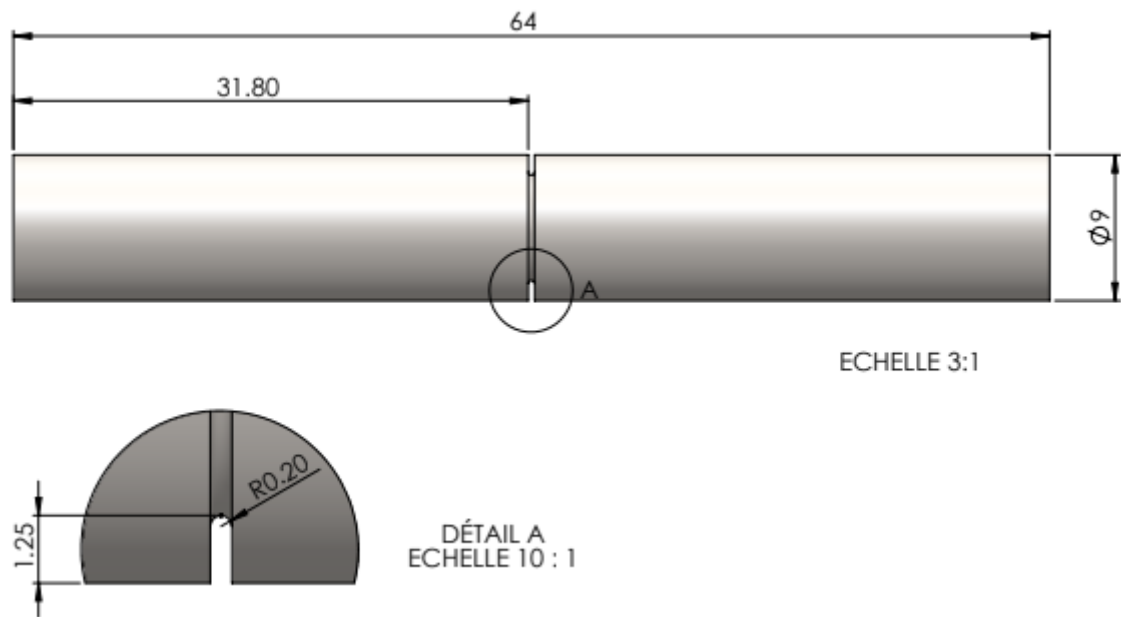


Fig.III.08 : Géométrie et dimension de l'éprouvette U0.2.

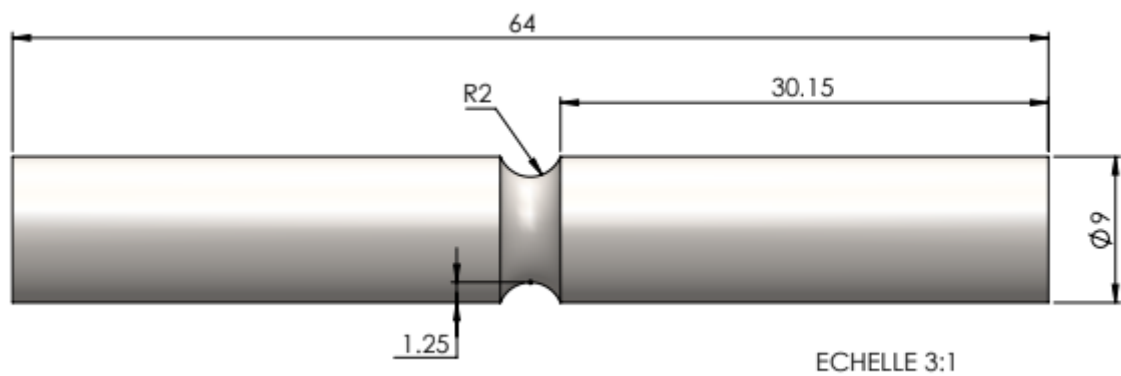


Fig.III.09 : Géométrie et dimension de l'éprouvette U2.

Comme nous savons que le PMMA est semi-fragile et sensible pendant le processus de fabrication, il était nécessaire de réduire le plus possible l'influence de l'état de surface des échantillons, et nous avons obtenu les éprouvettes suivants :

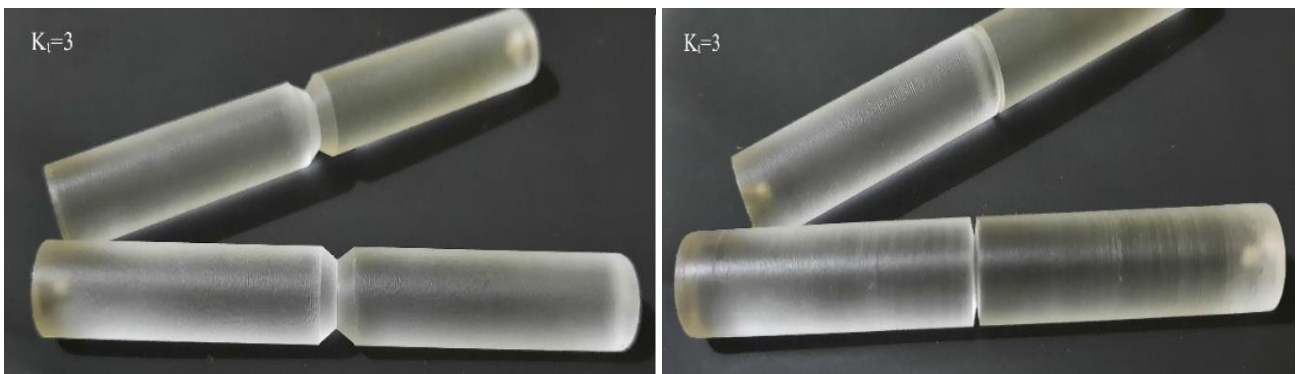


Fig.III.10 : Eprouvettes V140R0.1 et V20R0.1

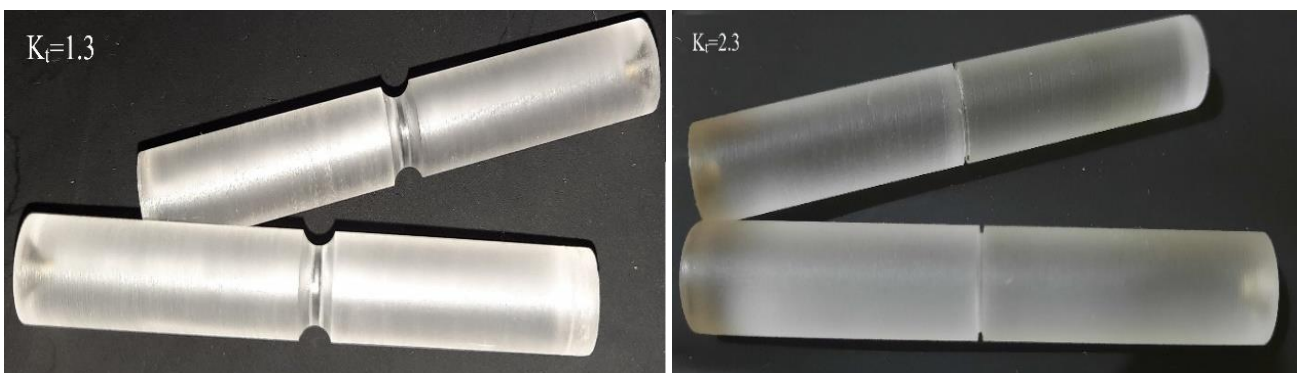


Fig.III.11 : Eprouvettes U2 et U0.2

Les figures (**Fig.III.10** et **Fig.III.11**) représentent des images des échantillons entaillés après le processus de fabrication, ce qui montre la précision de la fabrication à travers les rainures visibles.

C. Machines d'essai de fatigue rotative SM1090 :

C.1 Description de l'essai :

La fatigue par flexion rotative est engendrée par la rotation de la pièce en conservant la flexion de direction fixe. Ainsi, toutes les fibres sauf la fibre neutre, sont successivement tendues puis comprimées. Les sollicitations agissant sur chaque fibre varient ainsi en fonction du temps suivant une loi sinusoïdale avec une valeur moyenne nulle. Chaque révolution correspond à une période ou à un cycle de fatigue.

L'effort étant appliqué en un point, le moment de flexion varie linéairement le long de l'éprouvette et est constant pour une section donnée.

Pour les fibres externes qui sont les plus sollicitées, l'amplitude de la contrainte induite par la flexion est maximale. La vitesse de rotation étant maintenue rigoureusement constante pendant toute la durée de l'essai, la fréquence de sollicitation sera donc parfaitement définie [III.3]

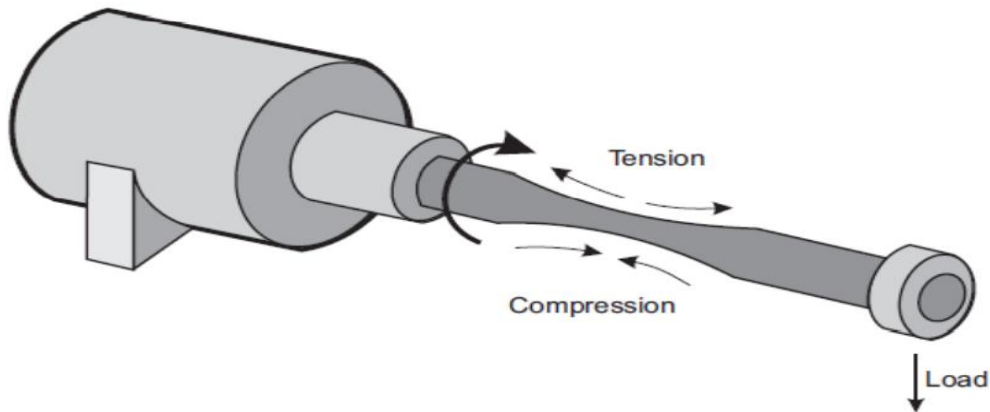


Fig.III.12 : Poutre en porte-à-faux à flexion rotative [III.3].

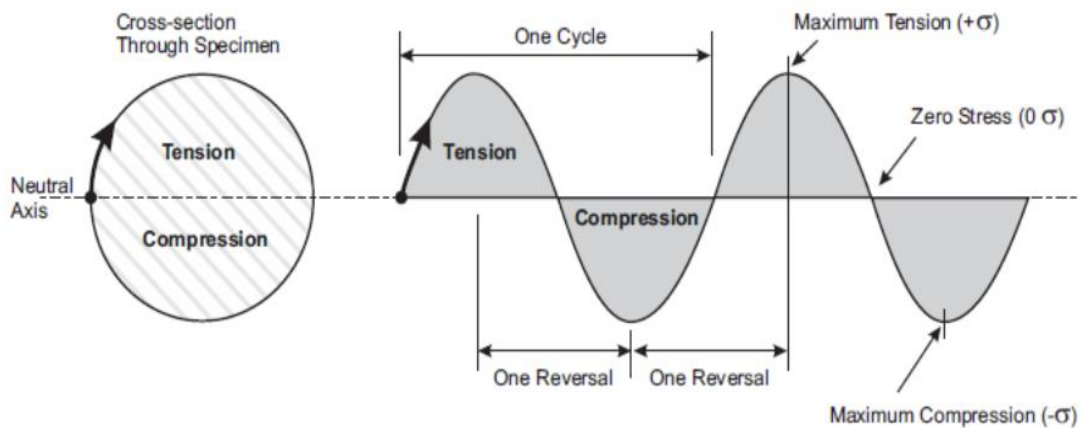


Fig.III.13 : Illustration schématique d'un chargement cyclique comprenant la tension et la compression. [III.4]

C.2 Machine SM1090 :

Cette machine démontre la rupture par fatigue des matériaux soumis à des contraintes alternées. Basé sur la conception de Wöhler, il utilise un moteur pour faire tourner un spécimen circulaire en porte-à-faux avec une charge à son extrémité libre. Il est composé de deux parties: une unité principale robuste et une unité de contrôle et d'instrumentation séparée



Fig.III.14 : la machine de fatigue rotative SM1090. [III.4]

Un variateur de vitesse contrôle le moteur pour permettre une augmentation sûre et progressive du taux de cycle. Le moteur fait tourner un accouplement conforme et un arbre de précision maintenu dans des roulements robustes. Un mandrin de type pince à l'extrémité de l'arbre saisit l'échantillon avec une concentricité fiable et précise. Cela réduit le temps d'installation et les vibrations indésirables.

Les éprouvettes ont une conception spéciale qui crée un point de contrainte maximale à leur milieu plutôt qu'à leur extrémité. Cela donne un point de rupture défini et évite les concentrations de contraintes indésirables.

Un roulement à alignement automatique monté sur cardan maintient l'extrémité libre" de l'éprouvette. Le montage à cardan est relié à un bras de charge court. Cela permet d'appliquer une charge purement verticale, même lorsque le spécimen fléchit sous la charge. Une cellule

de charge relie le bras de charge court à un bras de charge plus long. Le bras de charge plus long est équipé d'un poids mort mobile intégré qui fixe la charge. La cellule de charge mesure la charge et un capteur électronique mesure la rotation de l'arbre. L'unité de contrôle et d'instrumentation séparée indique la charge, la vitesse (taux de cycle) et le nombre de cycles.

Un interrupteur coupe l'alimentation du moteur d'entraînement lorsque le spécimen échoue, ce qui arrête le test. Cela fige l'affichage du cycle l'affichage du cycle au moment de l'échec pour enregistrer le résultat, même en l'absence de l'opérateur. Opérateur n'est présent. Contrairement à certains modèles, le mécanisme n'arrête le moteur que lorsque l'éprouvette se rompt réellement l'éprouvette se brise réellement (et non lorsque l'éprouvette est proche de la rupture). Une protection transparente amovible recouvre les parties rotatives. Il comporte un interrupteur de verrouillage qui arrête le moteur si vous retirez la protection. Protection.

La machine comprend des spécimens en aluminium et en acier et outils pour les poser et les retirer.

Le site base de l'unité principale comprend une zone de rangement pratique pour pour ranger les outils et les spécimens lorsqu'ils ne sont pas utilisés.

L'unité de contrôle et d'instrumentation se connecte au système polyvalent d'acquisition de données (VDAS) de TecQuipment. Ce système permet de capturer, de surveiller et d'afficher en temps réel l'affichage, le calcul et la représentation graphique de tous les relevés importants sur un ordinateur (ordinateur non inclus). Cela peut vous permettre d'utiliser un ordinateur en réseau et de surveiller vos tests à distance. Vos tests. Cela peut être particulièrement utile lors de tests de longue durée. [III.4]

C.3 Description générale et données techniques :

L'essai de fatigue en flexion rotative a été réalisé sur la machine d'essai de fatigue TQ SM1090, et une charge constante a été appliquée perpendiculairement à l'éprouvette cylindrique qui tournait à la fréquence de 50 Hz. La figure suivante montre les éléments les plus importants.

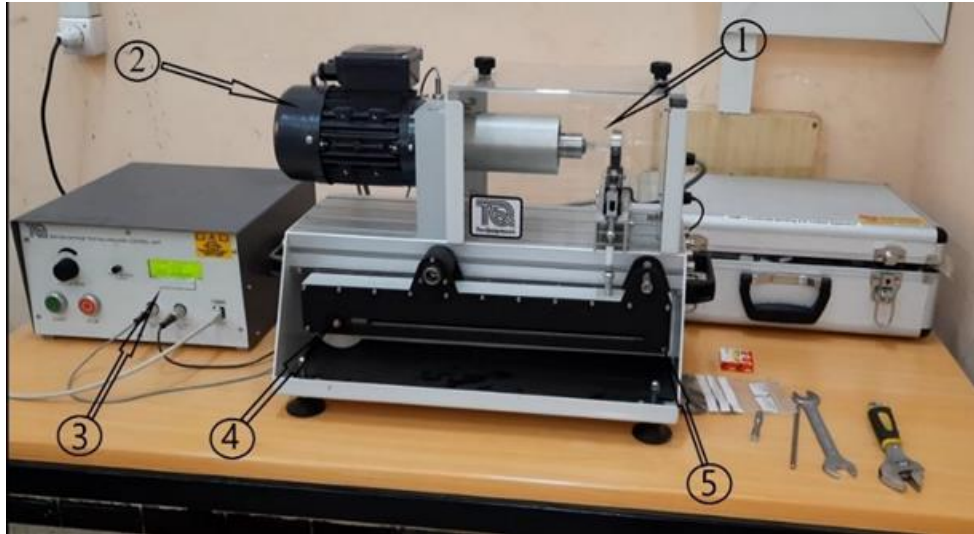


Fig.III.15 : Les éléments de la machine de fatigue en flexion rotative SM1090.

- 1: Epreuve.
- 2 : Moteur de la machine.
- 3 : Système d'acquisition de données polyvalent (VDAS).
- 4 : Force appliquée
- 5 : Support de la force appliquée.

La machine de flexion rotative de modèle SM1090 crée une contrainte alternée en forme sinusoïdale par la rotation d'éprouvette avec un moment de flexion. La contrainte supérieure et inférieure est de même valeur, mais diffère en signe (positif et négatif).

Pendant le test, les étapes des instructions ont été systématiquement suivies du guide d'utilisation de la machine de fatigue rotative SM1090 pour réduire les erreurs de test [III.4].

La charge a été appliquée sur l'échantillon en positionnant et en appliquant une charge au début de l'essai. Il est à noter ici que cette machine de fatigue autorise un maximum de 100 N à une fréquence de 63 Hz.

Une série de valeurs de charge sélectionnées (F) ont été appliquées et les contraintes (σ) ont ensuite été calculées. De plus, les valeurs du facteur de concentration de contrainte k_t étaient également nécessaires pour trouver la contrainte (σ) au moyen de la relation suivante :

$$\sigma = \frac{F \times l \times 32}{\pi \times d^3} \times K_t \quad (\text{III.1})$$

Ou :

d est le petit diamètre de l'éprouvette, l est la longueur entre le centre de l'éprouvette et le point d'application de la force (mm) et d est le petit diamètre (mm) et F est la charge appliquée, Comme illustré à la figure suivante :

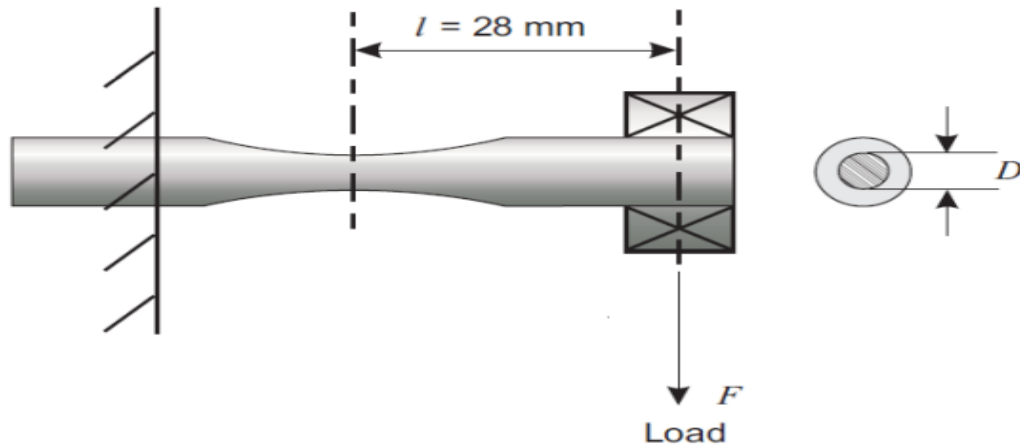


Fig.III.16 : Distance à charger dans un spécimen standard [III.4].

Après la première étape, qui était la fabrication de l'éprouvettes, nous avons mené des expériences au niveau de la machine de fatigue rotative SM1090 afin d'obtenir les courbes S-N Wöhler.

Nous avons choisi cinq points de force différente et dans chaque point nous avons répété l'expérience quatre fois au Laboratoire de Génie Mécanique de la Faculté des Sciences et Techniques de l'Université Ziane Achour à Djelfa dans les conditions suivantes :

- Température ambiante: $T = 22 \text{ °C} \pm 2 \text{ °C}$
- Mode de sollicitation: flexion rotative
- La fréquence: 50 Hz

C.4. Les étapes des essais de fatigue par flexion rotative :

Nous avons résumé les étapes les plus importantes pour effectuer des essais de fatigue par flexion rotative comme suit :

- Créer un tableau qui contient le type d'échantillon, la valeur des forces appliquées, la fréquence et les contraintes, et enfin le nombre de cycles obtenus.
- Choisissez une éprouvette de test et vérifiez qu'il est droit et non endommagé, puis installez-le dans l'encastrement.
- Déplacer un poids lourd pour appliquer la valeur de force.
- Tourner le moteur pour démarrer le processus de fatigue.
- En attendant le moment de rupture de l'échantillon, et enregistrer les résultats.

Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons pu évoquer le détail des échantillons utilisés dans les essais de fatigue. Le matériau utilisé est un matériau semi-fragile PMMA, où quatre types des entailles ont été sélectionnés, deux de type U et deux de type V.

D'autre part, nous avons défini la machine de fatigue utilisée, où nous avons choisi la machine de fatigue en flexion rotative SM1090 et montré les étapes des essais.

CHAPITRE IV :
RÉSULTATS ET
DISCUSSIONS

Dans le chapitre 04, la première section est consacrée à la comparaison de tous les résultats de la simulation avec les résultats analytiques en analysant l'effet des géométrie d'entailles en U et en V ainsi que l'effet du facteur d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille sur la propagation des fissures de fatigue. Dans la deuxième section nous avons analysé et comparé tous les résultats expérimentaux et analytiques des courbes de fatigue par flexion rotative d'éprouvettes affaiblies par entaillage en U ou en V par le concept de la densité d'énergie de déformation locale.

SOMMAIRE

IV.A	SIMULATION NUMÉRIQUE	58
IV.A.1	Présentation de langage et démarches de la simulation	58
IV.A.1.1	Propriétés mécaniques et géométrie des spécimens	58
IV.A.1.2	Géométrie de l'éprouvette	59
IV.A.1.3	Les étapes des simulations	60
IV.A.2	Analyse numérique et résultats	60
IV.A.3	Comparaison des résultats de simulation numérique et les résultats analytiques	62
IV.A.3.1	Effet de l'entaille en V sur la propagation des fissures de fatigue	62
IV.A.3.2	Effet de l'entaille en U sur la propagation des fissures de fatigue	65
IV.A.3.3	Effet du facteur d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille sur la propagation des fissures de fatigue	67
IV.B	Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques	70
IV.B.1	Facteur de concentration de contrainte	70
IV.B.2	Les contraintes appliqués	70
IV.B.3	Résultat de courbe de Wöhler σ -N	75
IV.B.4	Résultat de courbe de la densité d'énergie de déformation	77
	Conclusion	82

A. SIMULATION NUMÉRIQUE

Cette partie de ce chapitre est essentiellement basée sur une analyse numérique et sur validation avec la loi théorique utilisant le concept facteur d'intensité de contrainte équivalente d'entaille basé sur la théorie de la mécanique de la rupture.

Nous allons utiliser une forme modifiée de la loi de Paris avec le facteur d'intensité de contrainte équivalent (ΔK_{eq}) en s'appuyant sur la méthode des éléments finis étendus (XFEM) afin de suivre l'interaction entre l'entaille et la fissure d'un côté et d'étudier l'évolution de la vitesse de propagation des fissures de l'autre côté.

Grâce à cette étude, il est possible de prouver le rôle de la géométrie d'entaille dans la vitesse de propagation des fissures et le facteur d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille pour les matériaux en polyméthacrylate de méthyle.

A.1 Présentation du langage de programmation et la démarches de la simulation numérique

La simulation numérique est devenue un outil important dans le processus de conception de structures mécaniques et de vérification de leur résistance et de leur durée de vie. Les outils de simulations sont de plus en plus performants permettant une description très fine des phénomènes physique étudiés. De plus ces outils ne se limitent plus à la mécanique linéaire, mais sont développés pour décrire des comportements plus compliqués allant de la déformation permanente(plasticité) jusqu'à la ruine des structures rupture.

Pour déterminer la vitesse de propagation des fissures et les facteurs d'intensité de contrainte équivalente le logiciel **Cast3m** a été utilisé. Ce code de calcul freeware (gratuit/open-source) est basé sur la méthode des Eléments Finis et conçu pour l'analyse des structures solides.

A.1.1 Propriétés mécaniques et géométrie des spécimens

Le matériau choisi pour cette étude est le polyméthacrylate de méthyle (PMMA) car c'est un milieu isotrope relativement homogène qui présente un comportement élastique presque linéaire et une rupture fragile.

A.1.2 Géométrie de l'éprouvette

Le modèle d'éléments finis intéressé est une plaque contenant deux entailles opposées, qui peuvent être soit une entaille en V soit une entaille en U, les entailles en V ont comme variable l'angle d'ouverture (30° , 45° , 90° et 140°) tandis que l'entaille en U est considérée avec le rayon comme variable (0.5, 1, 1.5 et 2mm).

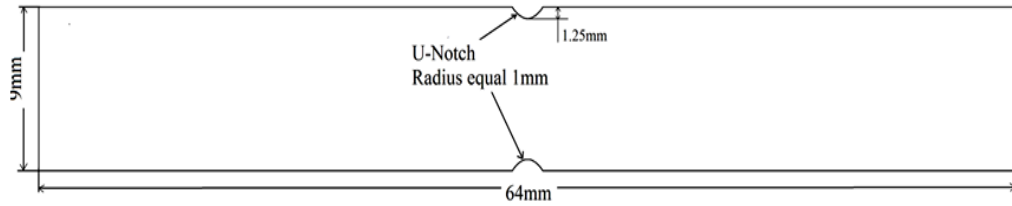


Fig.IV.01 : Échantillon en double U (dimensions en mm).

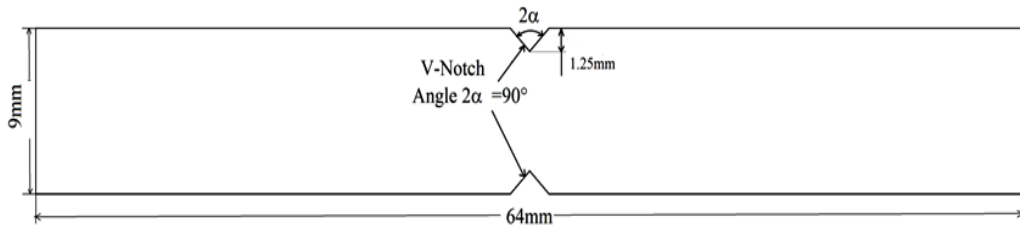


Fig.IV.02 : Échantillon en double V (dimensions en mm).

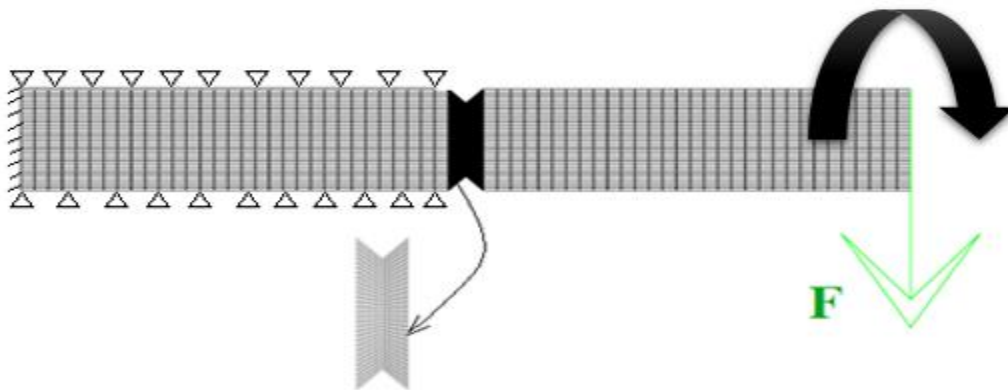


Fig.IV.03 : Modèle d'éléments finis avec entaille en forme V.

A.1.3 Les étapes de simulation

Le modèle d'éléments finis est soumis à son extrémité à un chargement cyclique d'amplitude 50 N, la seconde extrémité est encastree. La rotation autour de l'axe de l'éprouvette conduit à une contrainte de flexion simple cyclique. Le système considéré est animé par une fatigue de flexion, produisant des perturbations des champs de contrainte et de déformation à la pointe de l'entaille. La simulation est réalisée dans le code de calcul Cast3m avec un maillage en élément à quatre nœuds Q4 (Figure IV.03).

Au niveau de la rainure où se trouvent les entailles, un affinage du maillage est effectué afin d'apporter de la précision aux résultats. Les dimensions de l'éprouvette sont présentées sur les figures (IV.01 et IV.02).

La méthode adoptée dans ce travail est basée sur la méthode des éléments finis étendus (XFEM). Cette dernière est connue par sa capacité à suivre la propagation de la fissure sans avoir recours au remaillage de la structure. Par l'ajout de l'enrichissement des nœuds qui reçoivent la fissure, elle fournit à l'équation des déplacements des termes permettant d'augmenter le nombre de degrés de liberté (DOF). L'approximation enrichie par XFEM sur la discontinuité Γ_d .

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^{FEM} + \mathbf{u}^{Enr} = \sum_{i=1}^N N_i(\mathbf{x}) \bar{\mathbf{u}}_i + \sum_{j=1}^M N_j(\mathbf{x}) \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) \bar{\mathbf{a}}_j \quad (\text{IV.1})$$

dans lequel les fonctions de forme de la partie enrichie sont choisies de manière similaire aux fonctions de forme $N_i(\mathbf{x})$. $\bar{\mathbf{u}}_i$ est le déplacement nodal standard, $\bar{\mathbf{a}}_j$ est la DOF nodale correspondant à la fonction d'enrichissement. $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$ Est la fonction d'enrichissement, et $N(\mathbf{x})$ est la fonction de forme standard. \mathcal{N} est l'ensemble de tous les points nodaux du domaine, et \mathcal{M} est l'ensemble des nœuds des éléments situés sur la discontinuité Γ_d .

A.2 Simulation numérique et résultats

La propagation d'une fissure de fatigue apparaît lorsque la variation ΔK au cours d'un cycle de chargement est supérieure au seuil de propagation ΔK_s . Cette propagation est limitée par la rupture brutale de la pièce lorsque le facteur d'intensité de contrainte d'entaille (NSIF) atteint une valeur supérieure à K_{IC} . Entre ces deux extrêmes, il existe un domaine de propagation exprimé par

une relation linéaire entre le logarithme de la vitesse de propagation et le logarithme de la variation du facteur d'intensité de contrainte.

Ce domaine qui est représenté par la loi de Paris indiqué par la relation (IV.2). Certains auteurs ont contribué à des modifications de cette loi pour prendre en compte les deux régions de la courbe (da/dN - K), et l'application de ces formules modifiées aux différents matériaux ont permis d'apporter une concordance avec les résultats obtenus par l'expérimental par une similitude meilleure que celle de la relation de Paris. Cependant, Sutton [IV.1] a trouvé que la relation (IV.3) est plus adéquate pour les matériaux PMMA et les polymères.

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad (\text{IV.2})$$

$$\frac{da}{dN} = A_3\Delta G^{m_3} \quad (\text{IV.3})$$

A partir de là, nous avons analysé numériquement le comportement de nos éprouvettes par cette relation en recherchant l'effet géométrique des entailles sur la propagation de la vitesse.

Les constantes utilisées dans l'équation (IV.3) pour le matériau PMMA sont A_1 et m_1 présentées dans le tableau (IV.1):

A_1	m_1
3.611E-4	1.076

Tableau IV.1: Constantes de matériau

A travers les résultats obtenus dans les figures (IV.04), (IV.05), (IV.06), (IV.07), il a été constaté que la géométrie de l'entailles a un rôle important sur la vitesse de propagation des fissures et sur le facteur d'intensité des contraintes équivalentes de l'entaille pour les matériaux en polyméthacrylate de méthyle (PMMA).

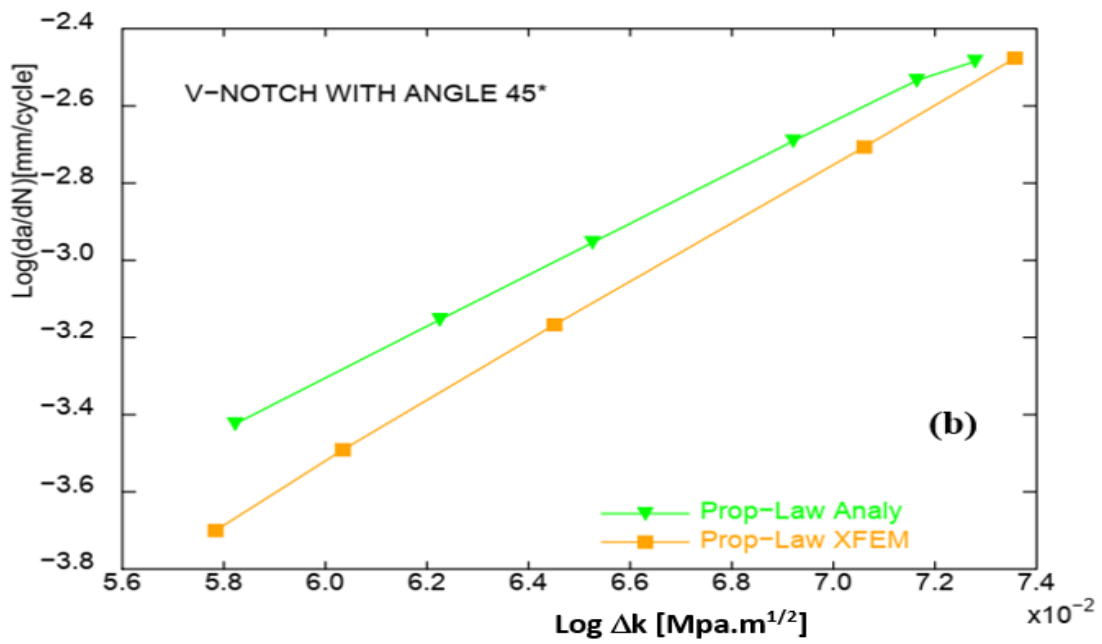
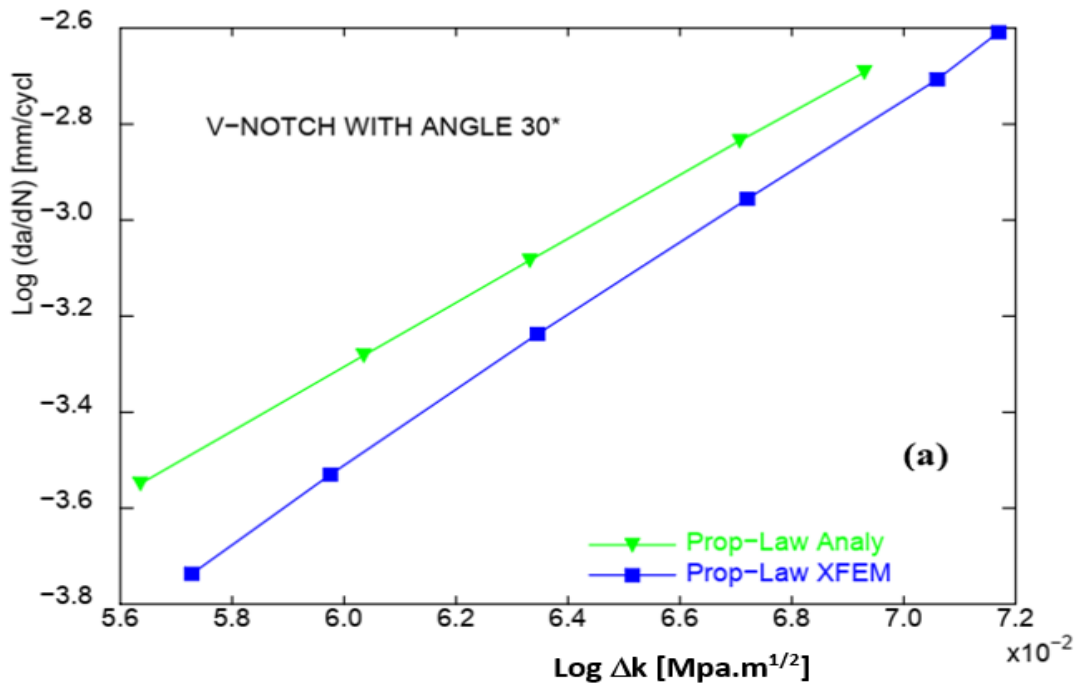
A.3 Comparaison des résultats de simulation numérique et les résultats analytiques

Les résultats numériques sont comparés aux résultats analytiques concernant les courbes de vitesse de propagation des fissures et les variations des facteurs d'intensité de contrainte équivalente.

A.3.1 Effet de l'entaille en V sur la propagation des fissures de fatigue

- ❖ Pendant le chargement en flexion rotative de l'éprouvette, on constate les perturbations des champs de contrainte et de déformation près de l'extrémité de l'entaille avec une amplification significative au fond de l'entaille.
- ❖ Le chargement cyclique conduit à une initiation de fissure localisée à l'endroit où la contrainte principale σ_{xx} atteint la valeur maximale. Ce critère de contrainte principale est utilisé dans notre simulation pour définir le point d'initiation de la fissure, qui commence généralement à partir de la pointe de l'entaille, où il y a une forte concentration de contraintes. L'apparition de la fissure au niveau de l'entaille produit une interaction entre la fissure et l'entaille. Les figures Figure (IV.04) montrent les courbes logarithmiques entre les valeurs (da/dN) et le facteur d'intensité de contrainte pour chaque angle d'ouverture de l'entaille (30° , 45° , 90° et 140°). Une comparaison des résultats obtenus avec ceux de l'expression analytique. En augmentant l'angle d'ouverture, la vitesse de propagation diminue alors que la variation du facteur d'intensité de contrainte augmente.

Nous estimons à partir des courbes de la figure (IV.04(d)) que pour l'angle 140° , la propagation est lente au début ($2.2\text{mm} / \text{cycle}$) de la première propagation par rapport aux angles faibles (angle 30° , $2.6\text{mm} / \text{cycle}$). Par comparaison, les résultats obtenus par la méthode XFEM sont proches des valeurs analytiques.



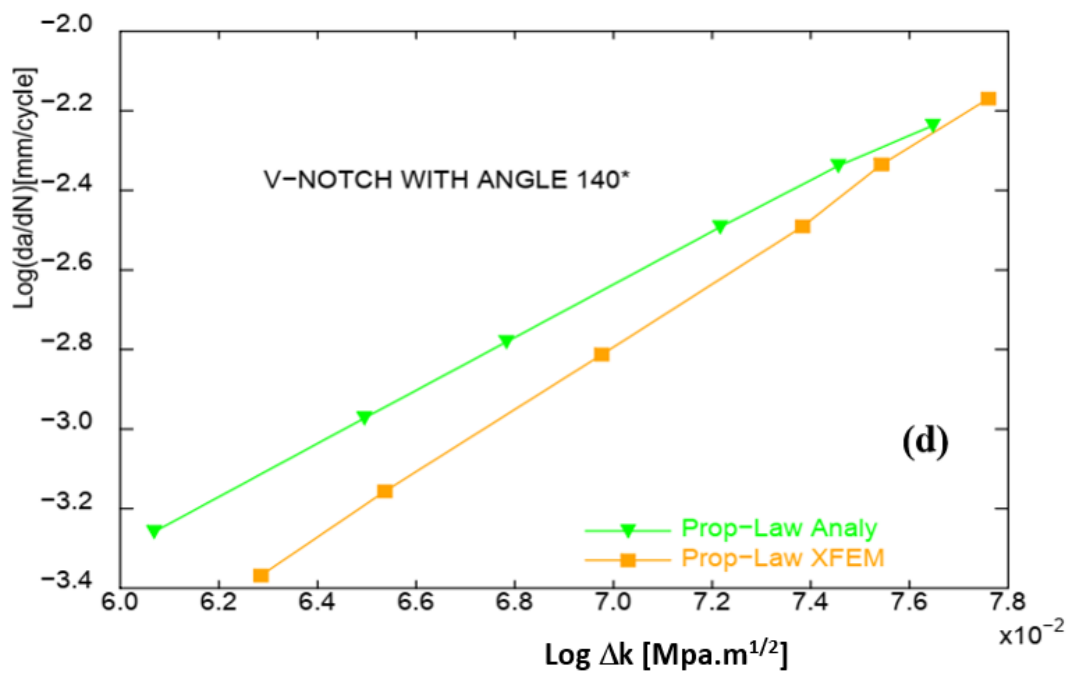
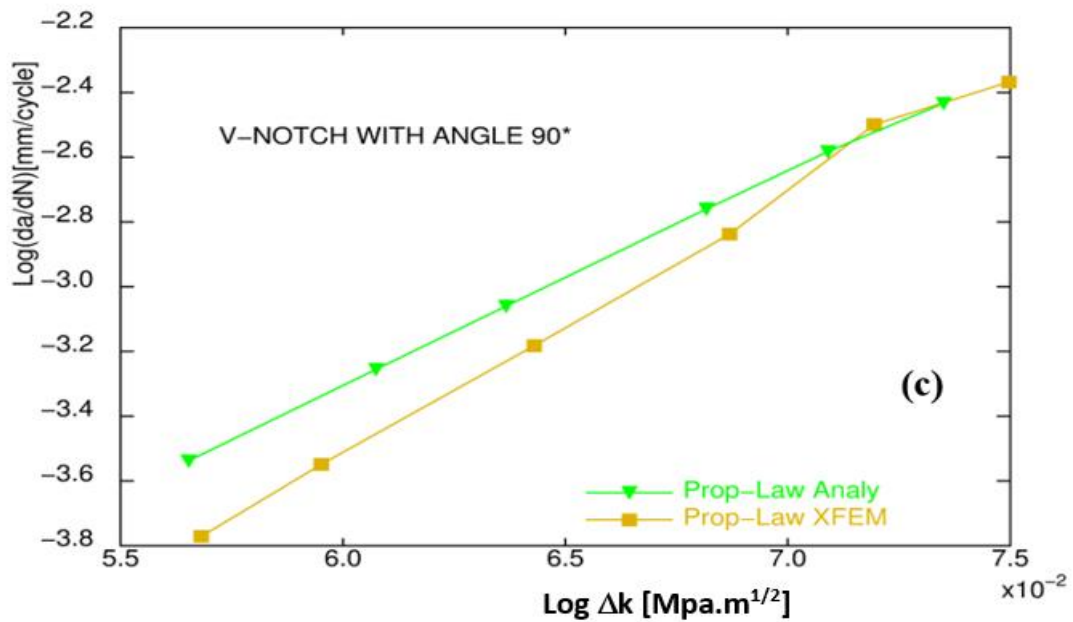


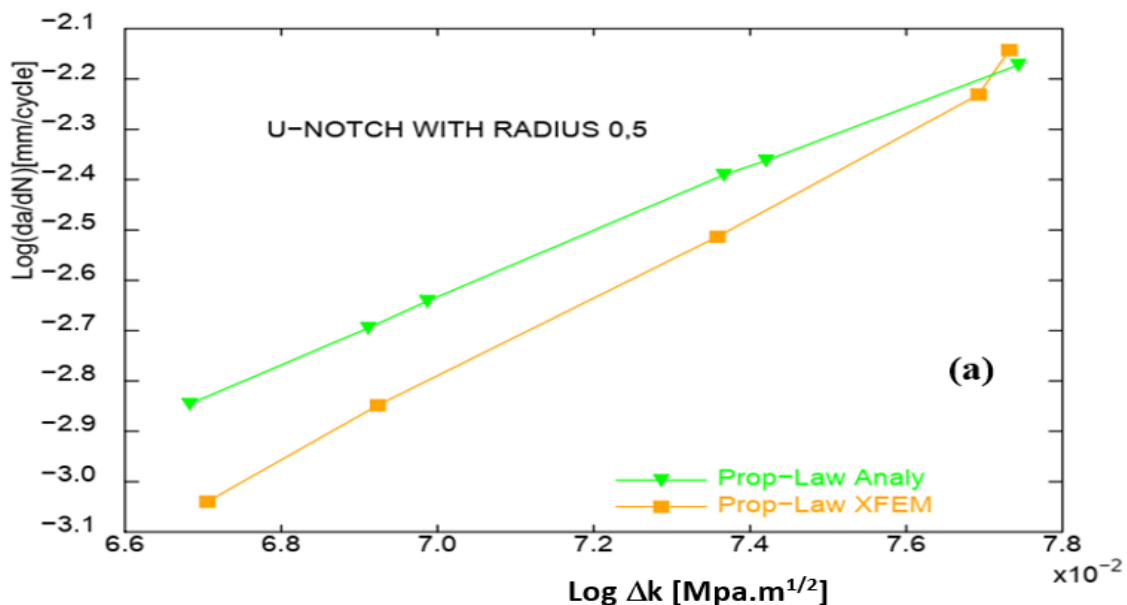
Fig.IV.04 : Taux de propagation des fissures de fatigue en fonction des données ΔK_{eq} du PMMA pour les entailles en V [(a) pour l'ouverture d'entaille est égale 30°, (b) pour l'ouverture d'entaille est égale 45°, (c) pour l'ouverture d'entaille est égale 90°, (d) pour l'ouverture d'entaille est égale 140°].

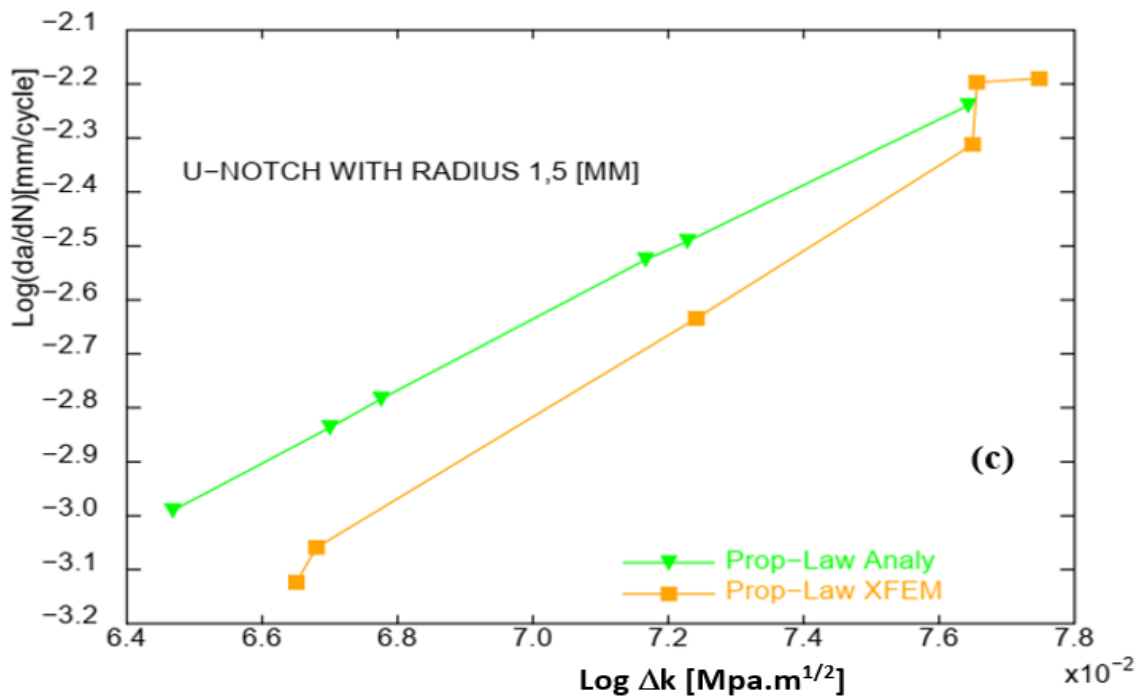
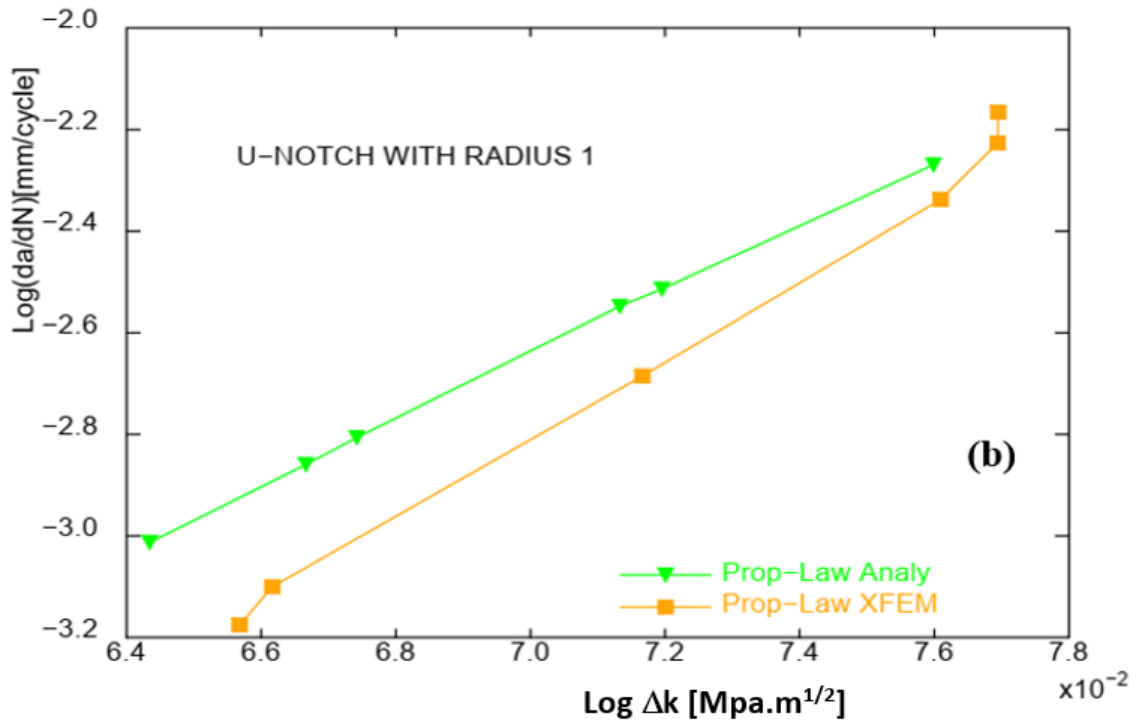
A.3.2 Effet de l'entaille en U sur la propagation des fissures de fatigue

- ❖ Pour les entailles émoussées, la figure (IV.05) montre l'évolution de (da/dN) en fonction des amplitudes des facteurs d'intensité des contraintes. La géométrie des entailles qui ont un rayon différent de zéro réduit l'amplitude des contraintes qui règnent près du fond de l'entaille et la zone au voisinage du fond de l'entaille devient moins sollicitée. Ceci aura une influence sur la vitesse de propagation de la fissure. La localisation de l'initiation de la fissure dans la géométrie de l'entaille émoussée est au point qui est décalé du fond de l'entaille sur le contour du croissant de l'entaille. Ceci est démontré par plusieurs auteurs [IV.2- IV.4]. Les différents rayons de 0,5, 1, 1,5 et 2 mm sont choisis de manière à créer un espace de différence entailles vitesse de propagation de la fissure et entre les valeurs du paramètre de rupture ΔK_{eq} pour les différents rayons.

Le constat qu'on peut faire avec les entailles émoussées est que la vitesse de propagation des fissures est lente par rapport aux entailles aiguës de type V. La variation du rayon entraîne une variation de la propagation des fissures.

Au fur et à mesure que le rayon augmente, la vitesse de propagation de la fissure et les valeurs du facteur d'intensité de la contrainte de l'entaille équivalente augmentent. Les faibles vitesses de propagation sont associées à des valeurs de facteur d'intensité de contrainte plus élevées. En termes de résultats obtenus par XFEM converge avec ceux obtenus analytiquement.





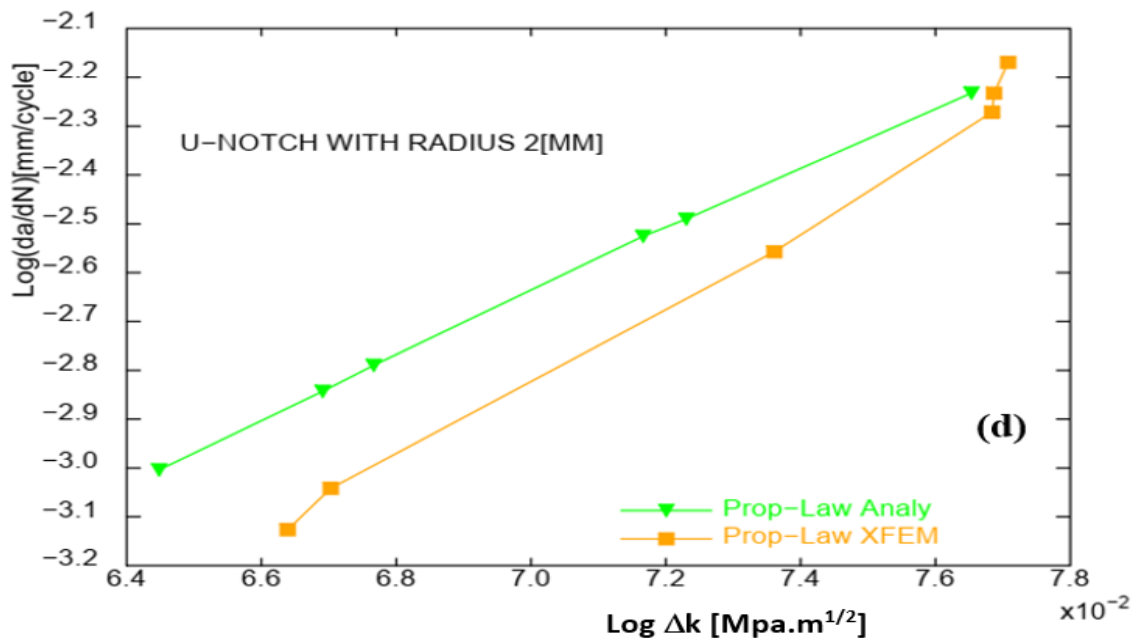


Fig.IV.05 : Taux de propagation des fissures de fatigue en fonction des données ΔK_{eq} du PMMA pour les entailles en U [(a) pour le rayon d'entaille est égale 0.5mm, (b) pour le rayon d'entaille est égale 1mm, (c) pour le rayon d'entaille est égale 1.5mm, (d) pour le rayon d'entaille est égale 2mm].

A.3.3 Evaluation du facteur d'intensité de la contrainte équivalente pour différents paramètres de l'entaille par rapport à la propagation des fissures de fatigue

- ❖ Les figures (IV.06) et (IV.07) montrent une représentation de l'évolution des facteurs d'intensité de contrainte équivalente de l'entaille en fonction de la longueur de propagation de la fissure pour les entailles aiguës (entaille en V) et les entailles émoussées (entaille en U). La croissance de la fissure qui apparaît à l'extrémité de l'entaille entraîne une augmentation du facteur d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille (ENSIF) ; en même temps, les angles d'ouverture élevés entraînent également une croissance des valeurs de l'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille (ΔK_{eq}). La courbe de l'entaille V140° indique des valeurs plus importantes par rapport aux petits angles d'ouverture Figure (IV.06). Dans les Figures (IV.07), une interpolation polynomiale est appliquée pour les entailles émoussées afin d'avoir un lissage de la courbe. Les résultats obtenus montrent que

les petits rayons et l'extension de la longueur de la fissure augmentent les facteurs d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille (ΔK_{eq}). La confrontation entre les résultats numériques et analytiques montre un accord globalement acceptable.

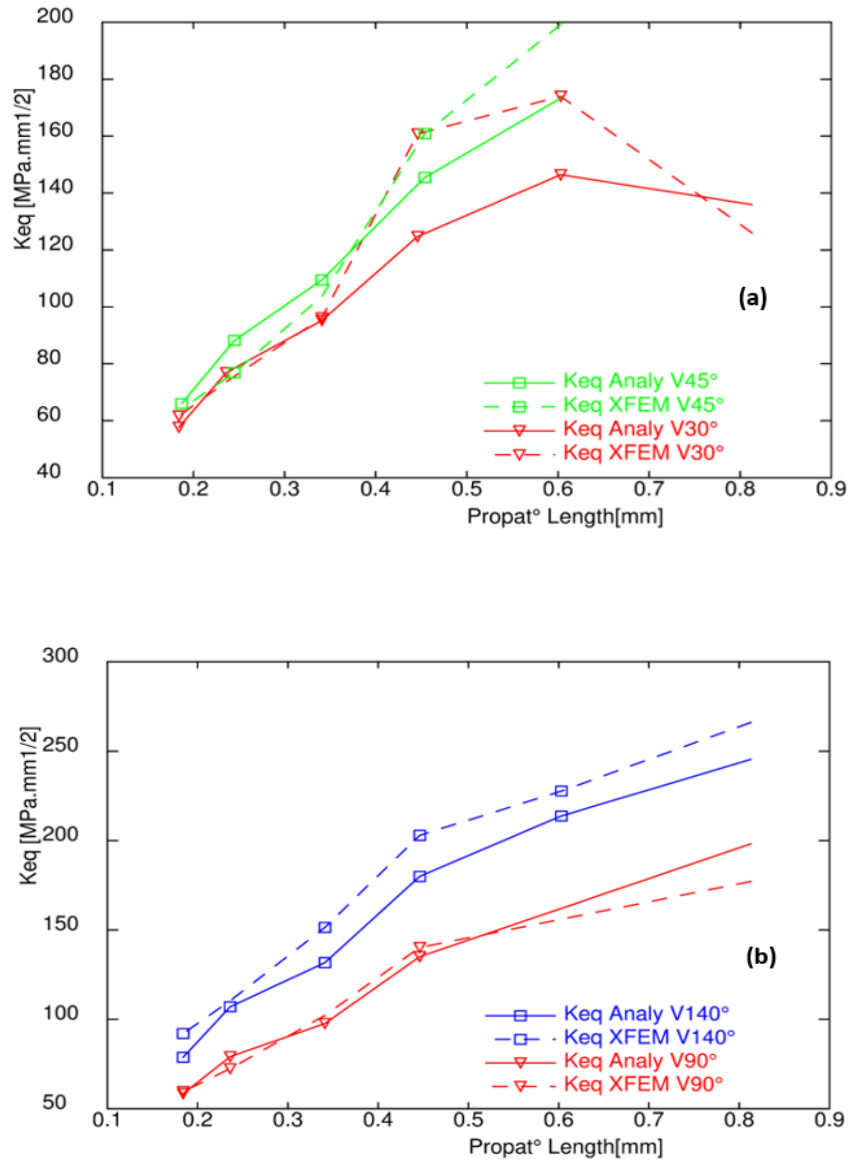


Fig.IV.06 : Comparaison des facteurs d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille (ΔK_{eq}), entre la méthode analytique et la méthode XFEM pour l'entaille en V [(a) pour l'ouverture d'entaille est égale 30° et 45°, (b) pour l'ouverture d'entaille est égale 90° et 140° .

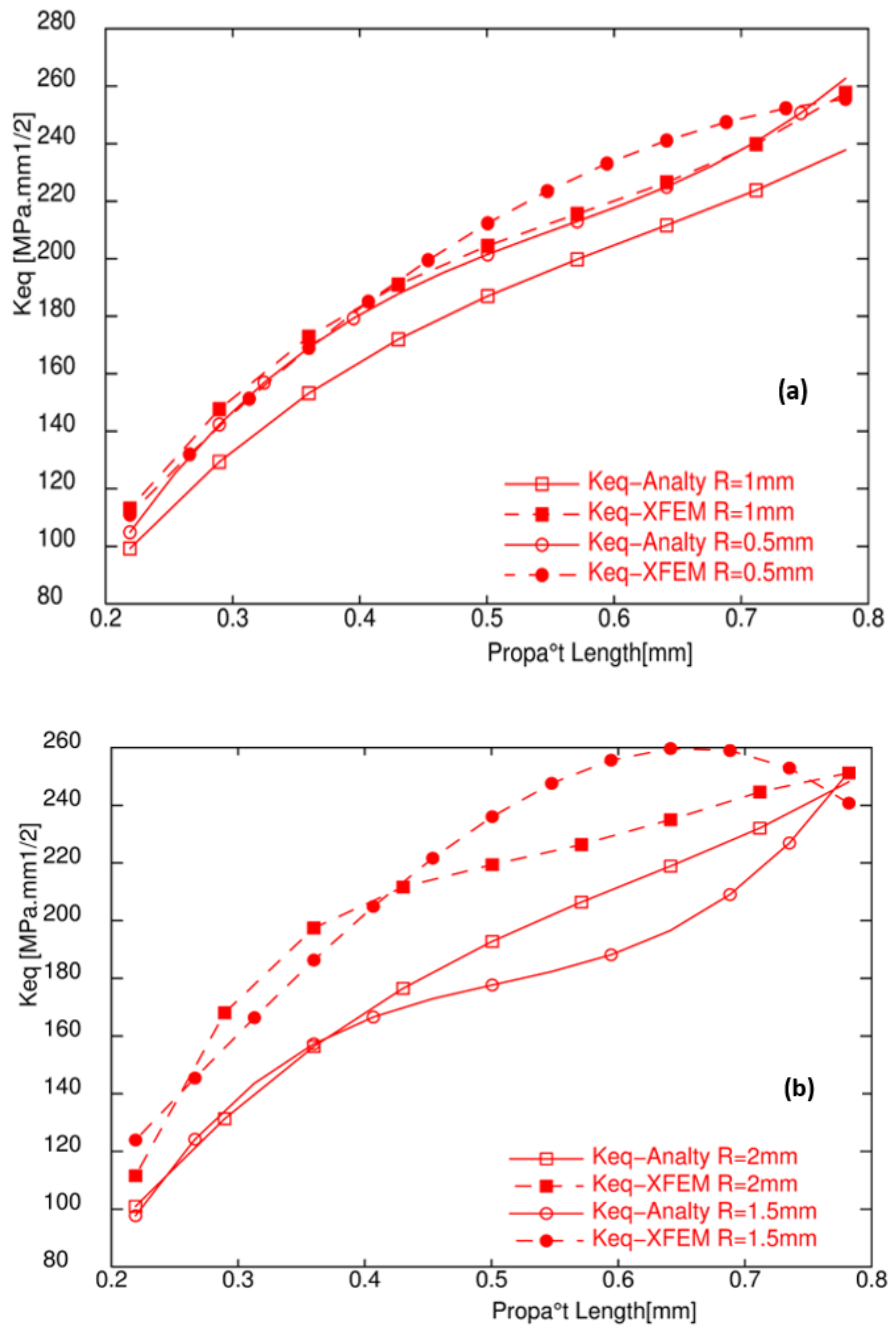


Fig.IV.07 : Comparaison des facteurs d'intensité de la contrainte équivalente dans l'entaille (ΔK_{eq}), entre la méthode analytique et la méthode XFEM pour l'entaille en U[(a) pour le rayon d'entaille est égale 0.5 et 1mm, (b) pour le rayon d'entaille est égale 1.5 et 2mm].

B. Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques

Dans cette partie, les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats analytiques des courbes de fatigue et des courbes d'approche de la densité d'énergie de déformation

B.1 Facteur de concentration de contrainte :

Les valeurs du facteur de concentration de contrainte k_t étaient également nécessaires pour trouver la contrainte (σ) pour être utiliser dans la loi (III.1), On constate que ce facteur dépend de la géométrie locale de la pièce et du type de sollicitation en utilisant les lois citées dans le chapitre 02. Les valeurs obtenues sont résumées dans le tableau suivant :

Eprouvettes	r(mm)	t(mm)	d (mm)	D(mm)	r/t	d/D	K_t
1 V(0), U(0.2)	0.2	1.25	6.5	9	0.16	0.72	2.3
2 V(0), U(2)	2	1.25	6.5	9	1.6	0.72	1.3
3 V(20), U(0.1)	0	1.25	6.5	9	0	0.72	3
4 V(80), U(0.1)	0	1.25	6.5	9	0	0.72	3
5 V(140), U(0.1)	0.1	1.25	6.5	9	0.08	0.72	6
6 V(76), U(0.2)	0.2	1.25	6.5	9	0.16	0.72	2.3
7 V(90), R(0.6)	0.6	1.25	6.5	9	0.48	0.72	1.5

Tableau IV.02 : Les valeurs du facteur de concentration de contrainte k_t

B.2. Les contraintes appliqué :

Nous avons choisi d'appliquer plusieurs groupes des forces aux éprouvettes V140R0.1, V20R0.1, R2 et R0.2, puis les contraintes ont été calculées à l'aide de la relation (III.1) Où les facteurs de concentration de contraintes sont : 6, 3, 1.3, et 2.3 .

Après avoir appliqué les forces choisies pour l'entaille V140R0.1 dans les essais de fatigue, nous résumons les résultats obtenus dans le tableau (IV.03)


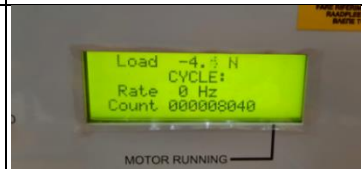


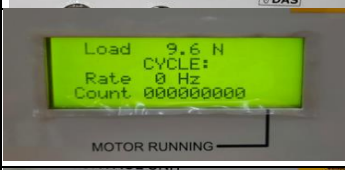
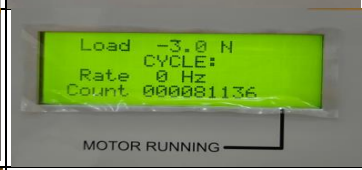

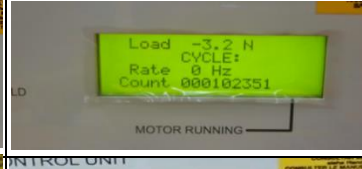

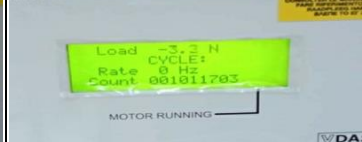
	La force (N)	La fréquence (HZ)	La contraint (Mpa)	Le nombre de cycle (tour)	La force (N)	Le nombre de cycle (tour)
V=140(rad) R=0.1(mm)	16.6	50	52	8040		
	15.4	50	48.5	11032		
	9.6	50	30	81136		
	7.8	50	24.5	102351		
	5.1	50	16	1011703		

Tableau IV.03 : Résultats expérimentale des contraintes et nombres de cycle du l'éprouvettes V140R0.1 .

Après avoir appliqué les forces choisies pour l'entaille V20R0.1 dans les essais de fatigue, nous résumons les résultats obtenus dans le tableau (IV.04)



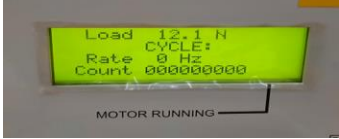
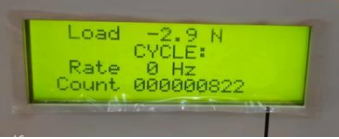


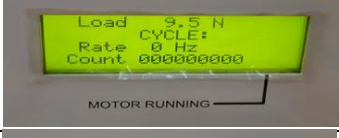

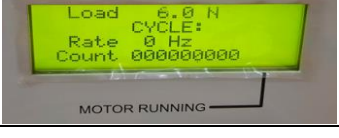
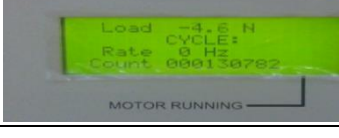
	La force (N)	La fréquence (HZ)	La contraint (Mpa)	Le nombre de cycle (tour)	La force (N)	Le nombre de cycle (tour)
V=20 (rad) R=0.1(mm)	17.3	50	54.4	277		
	12.1	50	38	822		
	11.7	50	36.8	916		
	9.5	50	29.9	1698		
	6	50	18.9	130782		

Tableau IV.04 : Résultats expérimentale des contraintes et nombres de cycle du l'éprouvettes V20R0.1.

Après avoir appliqué les forces choisies pour l'entaille U2 dans les essais de fatigue, nous résumons les résultats obtenus dans le tableau (IV.05)



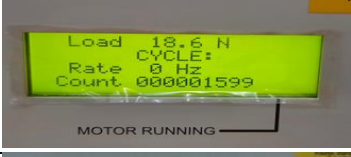

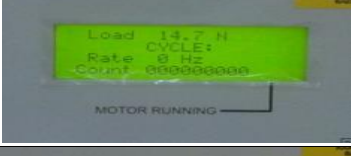
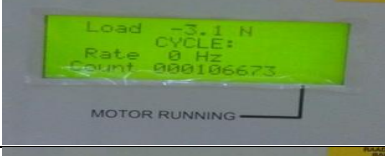
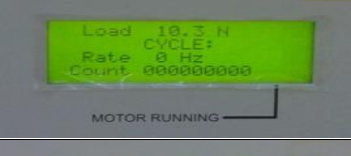
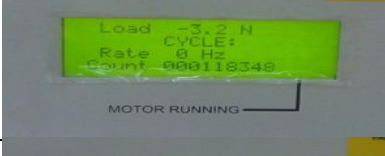
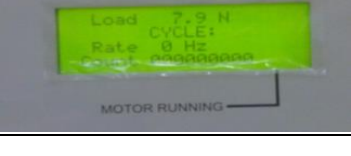
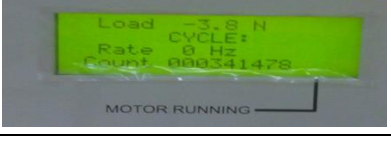
	La force (N)	La fréquence (HZ)	La contraint (Mpa)	Le nombre de cycle (tour)	La force (N)	Le nombre de cycle (tour)
V=0(rad) R= 2(mm)	20	50	27.26	25239		
	18.6	50	25.35	51138		
	14.7	50	20	106673		
	10.3	50	14	118348		
	7.9	50	10.77	341478		

Tableau IV.05 : Résultats expérimentale des contraintes et nombres de cycle du l'éprouvettes U2.

Après avoir appliqué les forces choisies pour l'entaille U0.2 dans les essais de fatigue, nous résumons les résultats obtenus dans le tableau (IV.06)

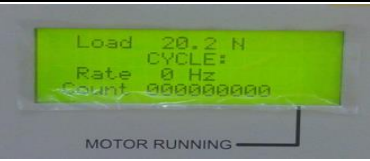
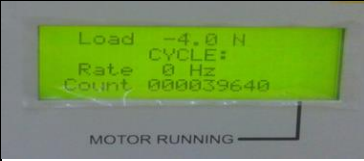
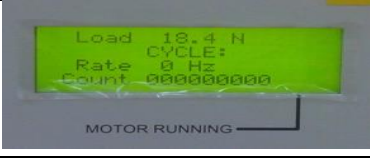
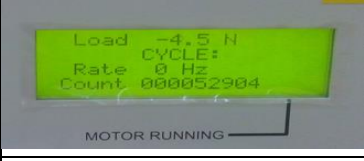
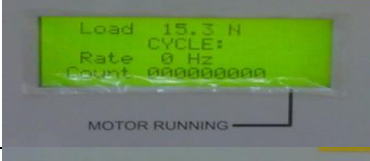

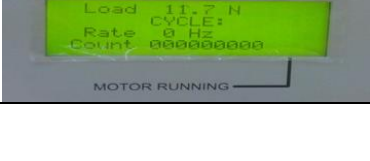
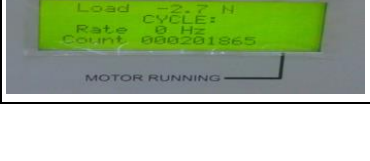
	La force (N)	La fréquence (HZ)	La contraint (Mpa)	Le nombre de cycle (tour)	La force (N)	Le nombre de cycle (tour)
V=0(rad) R= 0.2(mm)	20.2	50	48.72	39640		
	18.4	50	44.38	52904		
	15.3	50	36.9	73866		
	11.7	50	28.22	201865		

Tableau IV.06 : Résultats expérimentale des contraintes et nombres de cycle du l'éprouvettes U0.2.

B.3 Résultat de courbe de Wöhler σ -N :

❖ Après avoir terminé les essais expérimentaux, nous avons utilisé la loi de Basquin pour valider analytiquement les résultats expérimentaux. Les équations des courbes passant par les résultats des essais de fatigue en flexion rotative des spécimens sont les suivantes :

code d'éprouvette	les facteurs de concentration des contraintes k_t	La pente de la courbe S-N et m	la valeur de la contrainte à un cycle B	Équations des courbes $N_i = \left(\frac{B}{S_i^{(m)}}\right)$
V140R0.1	6	$m=4.182686098$	$B=110029117030.09$	$N_i = \left(\frac{110029117030.09}{S_i^{(4.182686098)}}\right)$
V20R0.1	3	$m=3.374311523$	$B=176016675.92586$	$N_i = \left(\frac{176016675.92586}{S_i^{(3.374311523)}}\right)$
U2	1.3	$m=3.9715153186$	$B=184212075566.4$	$N_i = \left(\frac{184212075566.4}{S_i^{(3.9715153186)}}\right)$
U0.2	2.3	$m=4.1285892661$	$B=25088401083.314$	$N_i = \left(\frac{25088401083.314}{S_i^{(4.1285892661)}}\right)$

Tableau IV.07 : Résultats des courbes analytiques.

❖ Il est connu que les matériaux fragiles, lorsqu'ils sont soumis à une charge de fatigue, se fracturent sans déformation ou avec une légère déformation, ce qui est arrivé à nos spécimens de PMMA entaillés.

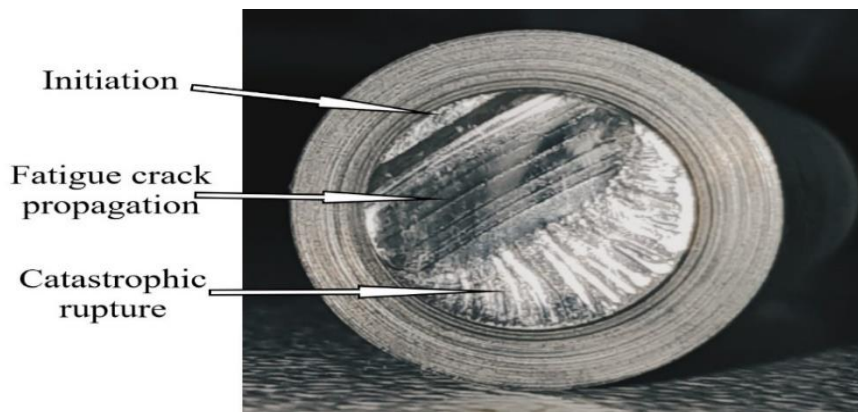


Fig.IV.08 : Image en coupe de la zone de rupture.

- ❖ Nous avons noté que la fracture dans l'échantillon R2 n'a pas commencé à partir des racines de l'entaille. C'est ce dont Solberg a discuté dans son étude [IV.5]. L'image suivante le montre :

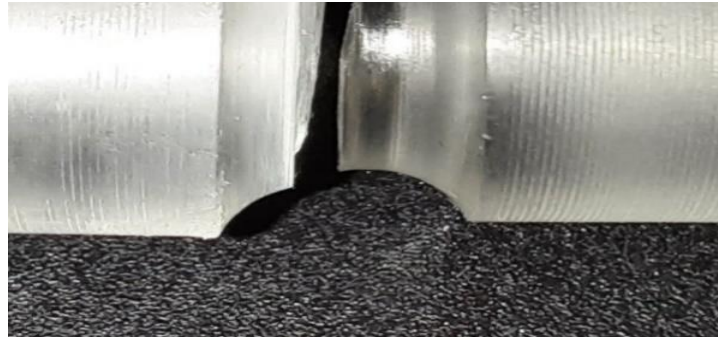
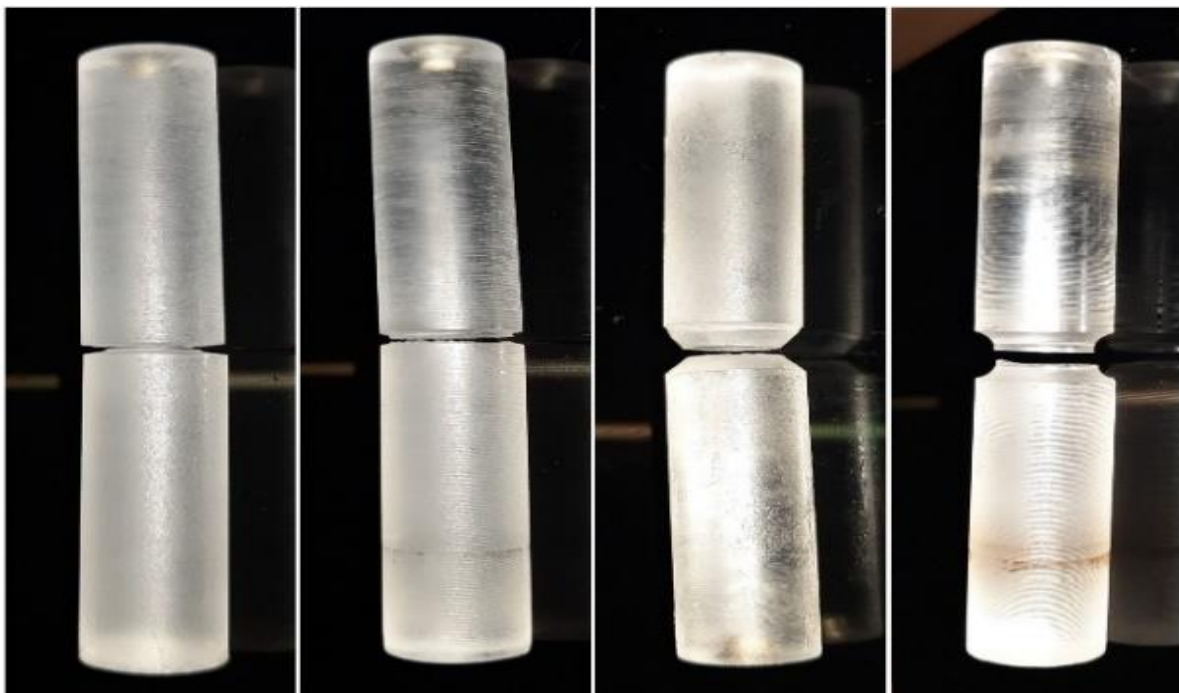


Fig.IV.09 : Une section du spécimen U2 montrant la position de la fracture.

- ❖ Pour valider les résultats expérimentaux, nous avons utilisé la loi de Basquin, qui est définie selon l'équation (II.16) dans le chapitre 02. En présence d'entailles, une concentration de contraintes est générée dans l'éprouvette, qui est à proximité de l'entaille. Une amplification des contraintes sera constatée à cet endroit. Dans la figure (IV.10), nous avons une représentation des résultats expérimentaux des niveaux de contrainte à la rupture en fonction du nombre de cycles à la rupture. Les courbes d'entailles U et V sont en accord avec les résultats analytiques.

a)



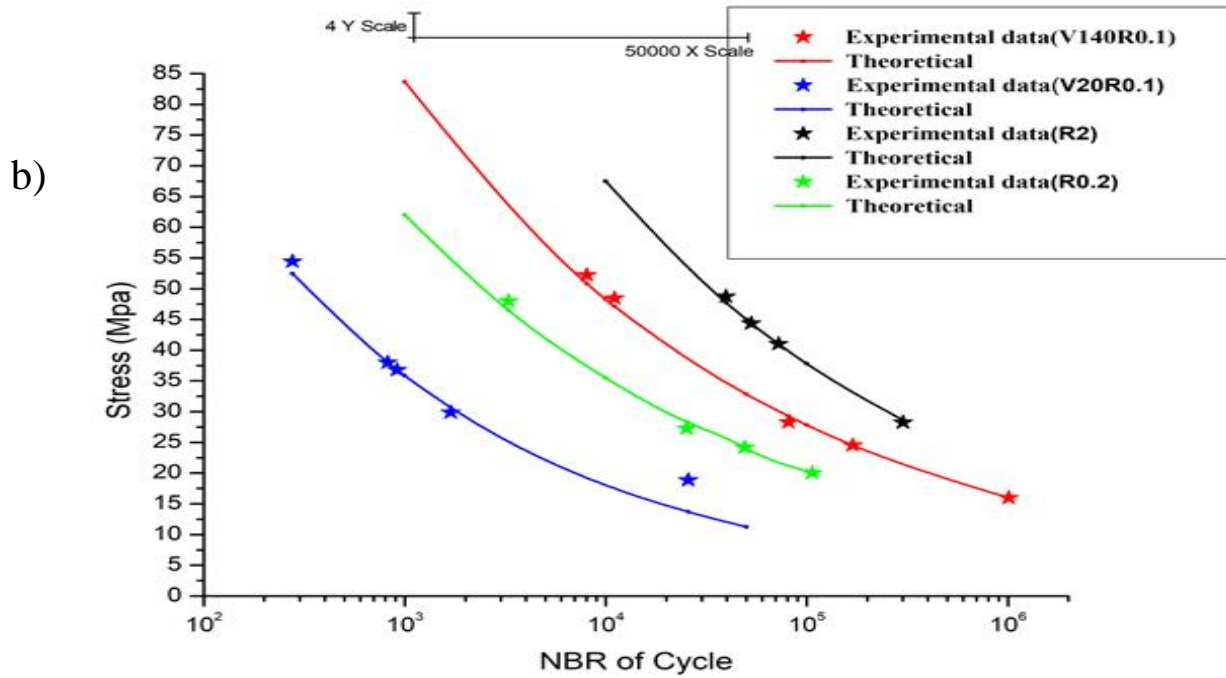


Fig.IV.10 : a) les éprouvettes après la rupture. b) les courbes des résultats expérimentaux des éprouvettes entaillées.

- ❖ La position de la courbe de V20 est observée sous la courbe de V140, et la courbe de R0.2 sous R2. Aussi la position de la courbe R0.2 est sous la courbe de V140.
- ❖ Les observations les plus importantes que nous avons extraites des positions des courbes de fatigue S-N obtenues sont que les éprouvettes avec des entailles étroites ont une résistance à la fatigue inférieure à celle des éprouvettes avec des entailles larges à la fois en U et en V. Egalement pour l'entaille pointue-V, la résistance à la fatigue est inférieure à celle de l'entaille émoussée-U.

B.4 Résultats concernant de la densité d'énergie de déformation :

- ❖ Le calcul des paramètres (λ_1 , I_1 et H) des équations (II.19) et (II.20) sont déterminés à partir des références [IV.6-IV.8], pour les entailles U et V des spécimens utilisés. Le tableau V.08 résume ces valeurs.

Type d'entaille	Rc	I ₁	λ ₁	Rc/R	H
V140,R0.1	0.1854	0.5653	0.6997		
V20,R0.1	0.1854	0.7405	0.5006		
R2	0.1854		0.5	0.092	0.4406
R0.2	0.1854		0.5	0.92	0.1305

Tableau IV.08 : Paramètres des valeurs de densité d'énergie de déformation des entailles.

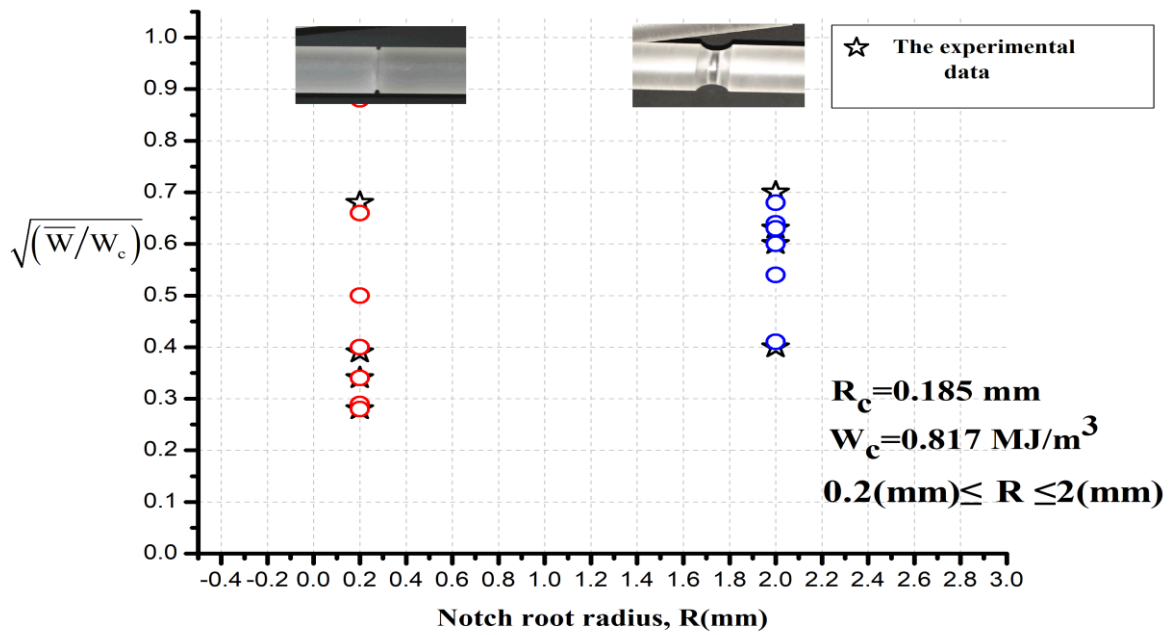


Fig.IV.11 : Dispersion des valeurs de densité d'énergie de déformation à la rupture pour les éprouvettes entaillées en U.

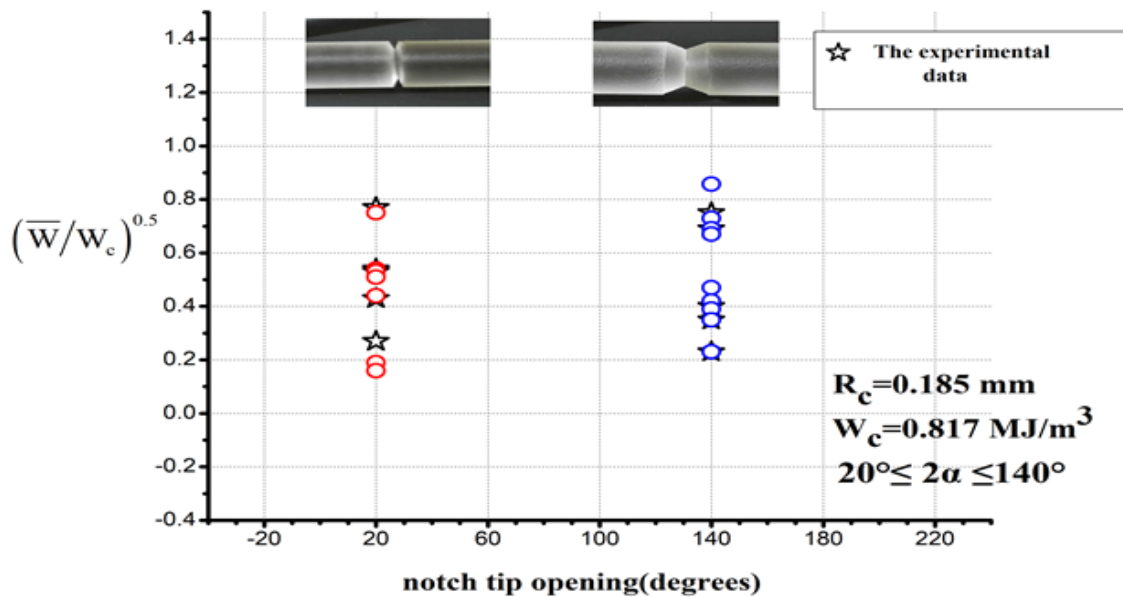


Fig.IV.12 : Dispersion des valeurs de densité d'énergie de déformation à la rupture pour les éprouvettes entaillées en V.

- ❖ La valeur de la racine carrée pour l'énergie locale à la rupture normalisée par l'énergie critique de la W_c est tracée en fonction du rayon de la pointe de l'entaille R est montré dans la Fig. 11, Grâce aux résultats expérimentaux et théoriques, la moyenne sur le volume de contrôle R_c a été obtenue, et également en fonction de l'ouverture de la pointe de l'entaille est présentée à la Fig. 12, tandis que le R_c était environ égal à 0,185 mm (résistance à la traction ultime $\sigma = 70 \text{ MPa}$, ténacité à la rupture $K_{IC} = 61,98 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$, le module de Young $E = 3000 \text{ MPa}$ et le coefficient de Poisson $\nu = 0,36$).
- ❖ En présence de différentes entailles, les figures (IV.11) et (IV.12) ont assuré une forte variabilité du mode I des valeurs moyennes de la densité d'énergie de déformation, alors que les équations (II.19) et (II.20) ont été utilisées pour reconvertir tous les résultats expérimentaux.
- ❖ Toutes les valeurs se situent à l'intérieur d'une dispersion allant de 0,1 à 0,85 pour l'ouverture de la pointe de l'entaille dans la plage de 20 et 140 degrés. Et la valeur de la racine carrée de l'énergie locale est de 0,25 à 0,9 pour le rayon de la racine de l'entaille de 0,2 à 2mm. Si les entailles en U tendent à se rapprocher d'une configuration de fissure, l'énergie locale fournie est plus élevée par rapport aux entailles simples figure (IV.11). Ici le rayon à 0,2mm la valeur de racine carrée est d'environ 1. La figure (IV.12) montre les valeurs d'énergie des entailles en V, où l'ouverture de l'entaille joue un rôle important dans l'évaluation des valeurs de

densité d'énergie de déformation. De même, la position du contrôle de volume et sa taille affectent directement les valeurs de densité d'énergie de déformation.

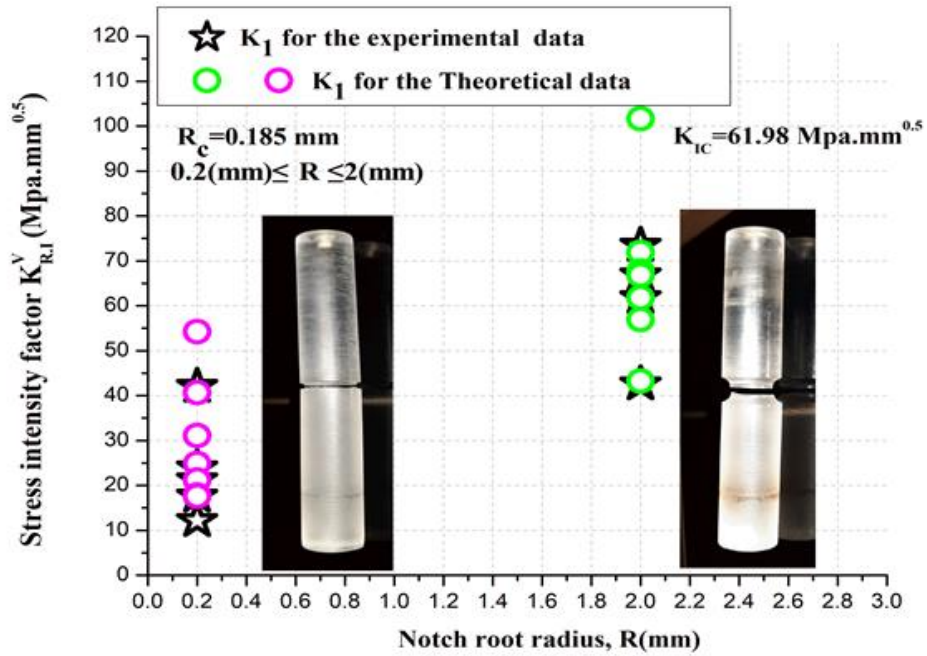


Fig.IV.13 : Facteur d'intensité de contrainte en fonction du rayon d'entaille .

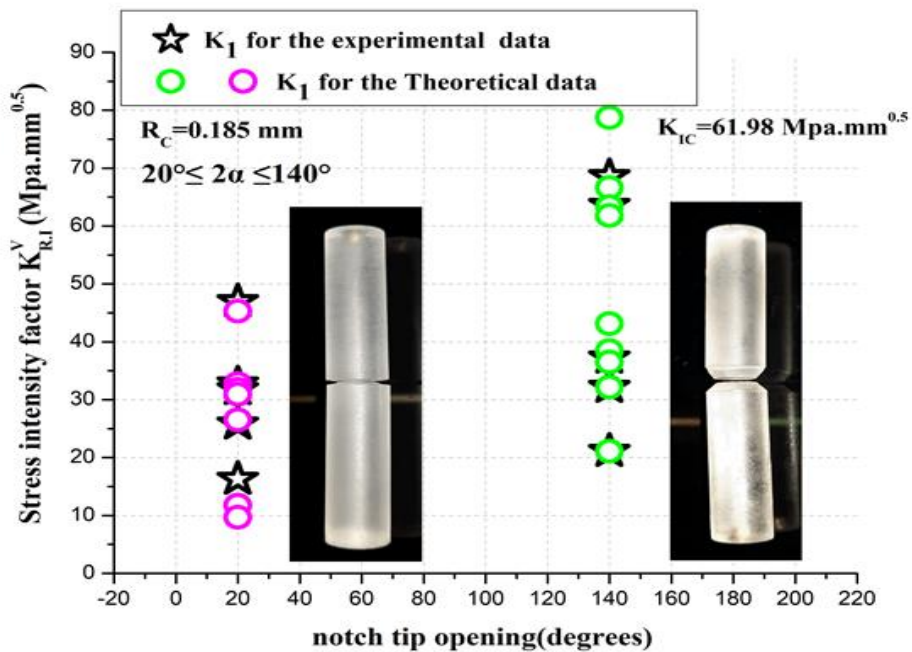


Figure IV.14: Facteur d'intensité des contraintes en fonction de l'ouverture d'entaille.

- ❖ Dans ces figures (IV.13) et (IV.14), nous avons choisi la variation de l'angle comme paramètre influençant le facteur d'intensité des contraintes pour l'entaille en V (figure IV.14), et la variation du rayon comme paramètre variable influençant le K pour l'entaille en U (figure IV.13).
- ❖ L'augmentation de la charge appliquée a augmenté le facteur d'intensité de contrainte figure (IV.13 et IV.14). Pour l'entaille en V, l'ouverture de l'entaille à 140° a nécessité des charges appliquées plus élevées par rapport aux entailles à faible angle. Leurs valeurs de facteur d'intensité de contrainte sont également élevées, les valeurs analytiques de FIC dans les figures (IV.13) et (IV.14) montrent une similarité avec celles obtenues expérimentalement
- ❖ La variation de l'angle de l'entaille a montré son influence directe sur le paramètre de rupture en fatigue (facteur d'intensité des contraintes de l'entaille de fatigue). Si nous analysons la variation du rayon de l'entaille en particulier pour l'entaille en U considérée aussi comme une discontinuité du matériau, celle-ci selon la figure (IV.13) a montré son influence sur le facteur d'intensité des contraintes de l'entaille de fatigue par conséquent sur le comportement de rupture de la structure. Une correspondance des valeurs théoriques avec celles obtenues expérimentalement est remarquable.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons résumé tous les résultats analytiques obtenus à partir des théories de la vitesse de propagation des fissures identifiées au chapitre 2.

En comparant les résultats obtenus analytiquement avec les résultats de simulation, il est possible de prouver le rôle de la géométrie entaillée dans la vitesse de propagation des fissures et le facteur d'intensité de contrainte d'entaille équivalente pour les matériaux en polyméthacrylate de méthyle.

Les résultats expérimentaux de la deuxième partie de ce chapitre prouvent le rôle des entailles influençant des courbes de fatigue et de la durée de vie des composants, où on a déduit que les éprouvettes avec des entailles étroites ont une résistance à la fatigue inférieure à celle des éprouvettes avec des entailles larges, tant pour U que pour V. De même, pour l'entaille pointue-V, la résistance à la fatigue est inférieure à celle de l'entaille émoussée-U.

CONCLUSION

GÉNÉRALE

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif principal de la première partie était d'étudier expérimentalement le comportement en fatigue d'éprouvettes entaillées pour quatre entailles différentes. Le second objectif était d'utiliser la méthode de densité d'énergie de déformation (SED) pour évaluer la limite du volume de contrôle, la densité d'énergie de déformation moyenne sur le volume de contrôle.

Les résultats peuvent être résumés comme suit :

- Les entailles en V et U sont considérées comme une discontinuité du matériau, et elles influencent le facteur d'intensité des contraintes en fatigue, et par conséquent le comportement à la rupture de la structure.
- La rupture dans l'échantillon R2 n'a pas commencé à partir des racines de l'entaille, mais l'origine est initiée à une distance décalée de la pointe de l'entaille.
- Les courbes de fatigue des entailles en U et en V, qui ont été analysées analytiquement selon la loi de Basquin, concordent bien avec les résultats expérimentaux.
- Les spécimens avec des encoches étroites ont une résistance à la fatigue inférieure à celle des spécimens avec des entailles larges, tant en U qu'en V. De même, pour l'entaille pointue-V, la résistance à la fatigue est inférieure à celle de l'entaille émoussée-U.
- La valeur de la racine carrée de l'énergie locale est de 0,25 à 0,9 pour le rayon de la racine de l'entaille de 0,2 à 2mm et de 0,1 à 0,85 pour l'ouverture de la pointe de l'entaille dans la plage de 20 et 140 degrés.
- Si les entailles en U tendent à se rapprocher d'une configuration de fissure, l'énergie locale fournie est plus élevée par rapport aux entailles simples.
- L'ouverture de l'entaille, en particulier, joue un rôle important dans l'évaluation des valeurs de densité d'énergie de déformation. De même, la position du contrôle du volume et sa taille affectent directement les valeurs de densité d'énergie de déformation.
- Les entailles V avec un angle d'ouverture 2α égal à 20° qui est une faible ouverture tend à être la configuration des fissures qui ont une énergie locale élevée avec peu de cycles. Cette énergie est évaluée dans le contrôle du volume. Ce dernier est pris avec une forme circulaire de rayon R_c . Ceci est également valable pour les entailles U avec un petit rayon de 0,2mm contrairement aux entailles V avec un grand angle d'ouverture ($2\alpha = 140^\circ$) et les entailles U avec un rayon de 2mm, qui a un nombre de cycle élevé et une énergie locale moyenne.

CONCLUSION GÉNÉRALE

- Pour l'entaille en V, l'ouverture de l'entaille à 140° a nécessité des charges appliquées plus élevées par rapport aux entailles à faible angle. Leurs valeurs de facteur d'intensité de contrainte sont également élevées. La variation de l'angle d'entaille a montré son influence directe sur le paramètre de rupture par fatigue (facteur d'intensité de contrainte de l'entaille).

Dans la deuxième partie de ce travail, comme résultat nous pouvons conclure sur le rôle de la géométrie d'entaille sur la vitesse de propagation des fissures et le facteur d'intensité de la contrainte équivalente de l'entaille pour les matériaux en polyméthacrylate de méthyle.

- Le changement du type d'entaille (U ou V) a permis de modifier l'évolution de la propagation de la fissure. La présence d'entailles dans une structure génère des perturbations du champ de contraintes. Les fluctuations affecteront donc l'estimation des facteurs d'intensité des contraintes dans l'encoche équivalente (ΔK_{eq}). Les variations adoptées dans les paramètres géométriques influencent la vitesse de propagation de la fissure et le facteur d'intensité de contrainte équivalente de l'entaille.
- Dans le cas où l'angle d'ouverture équivalent de l'entaille est grand, la propagation de la fissure devient lente et le facteur d'intensité de la contrainte dans l'entaille tend vers des intensités plus élevées.
- Dans les entailles en forme de U, les rayons élevés entraînent une variation de la propagation de la fissure.
- L'augmentation du rayon entraîne une augmentation de la vitesse de propagation et des valeurs du facteur d'intensité de contrainte. La vitesse de propagation de l'entaille en U est lente par rapport aux entailles pointues (type V).

Références

bibliographiques

Références bibliographiques

- [I.1] Haloui, M., Lieurade, H. P., Rigolot, A., & Bonnard, A. (1992). Étude expérimentale et analyse élastoplastique du comportement de joints de colle sous sollicitation monotone et cyclique.-Cas des tôles d'acier collées à simple recouvrement. *Matériaux & Techniques*, 80(4-5), 45-53.
- [I.2] Dominique, F. (2004). Endommagements et rupture de matériaux. *EDP Sciences: Paris, France*.
- [I.3] Hénaff, G., & Morel, F. (2005). Fatigue des structures: endurance, critères de dimensionnement, propagation des fissures, rupture. Ellipses..
- [I.4] Lalanne, C. (1999). Dommage par fatigue–Vibrations et chocs mécaniques. Hermès: Paris.
- [I.5] Peterson, R. E. (1974). Stress concentration factors: Charts and relations useful in making strength calculations for machine parts and structural elements(Book). New York, Wiley-Interscience, 1974. 329 p.
- [I.6] Neuber, H. (1958). Kerbspannungslehre. Springer. Berlin, Germany:[sn].
- [I.7] Peterson, R. E. (1959). Notch sensitivity. *Metal fatigue*, 293-306.
- [I.8] Delprete, C., Maggio, L. G. D., & Sesana, R. (2021). Theory of critical distances: A discussion on concepts and applications. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 235(21), 5695-5708.
- [I.9] Taylor, D. (2008). The theory of critical distances. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(7), 1696-1705.
- [I.10] Susmel, L. (2008). The theory of critical distances: a review of its applications in fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(7), 1706-1724.
- [I.11] Peterson, R. E. (1959). Notch sensitivity. *Metal fatigue*, 293-306.
- [I.12] Pilkey, W. D., Pilkey, D. F., & Bi, Z. (2020). Peterson's stress concentration factors. John Wiley & Sons.

Références bibliographiques

- [I.13] Du, X. W., Qu, W., Wan, Z. M., Ma, H., Yao, M., & Jiang, J. Y. (1992). Reinforcing function of polymer cords embedded in rubber under compression. *Tire Science and Technology*, 20(4), 254-264.
- [I.14] Weixing, Y. (1993). Stress field intensity approach for predicting fatigue life. *International Journal of Fatigue*, 15(3), 243-246.
- [I.15] Qylafku, G., Azari, Z., Kadi, N., Gjonaj, M., & Pluvinage, G. (1999). Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats. *International Journal of fatigue*, 21(8), 753-760.
- [I.16] Pluvinage, G. (1998). Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor. *Nuclear Engineering and Design*, 185(2-3), 173-184.
- [I.18] Zalt, A. (2012). Endommagement par fatigue et prédiction de la durée de vie des joints soudés de type caisson. *These-(ENIM)*.
- [I.19] Pluvinage G. Hot spot and volumetric approaches to the high cycle fatigue of notched components. *Technology, Law and insurance*. 1999 Mar 1;4(1-2):145-53.
- [I.20] Adib H, Pluvinage G. Theoretical and numerical aspects of the volumetric approach for fatigue life prediction in notched components. *International Journal of fatigue*. 2003 Jan 1;25(1):67-76.
- [I.21] El Minor H, Kifani A, Louah M, Azari Z, Pluvinage G. Fracture toughness of high strength steel—using the notch stress intensity factor and volumetric approach. *Structural safety*. 2003 Jan 1;25(1):35-45.
- [I.22] Adib-Ramezani H, Jeong J. Advanced volumetric method for fatigue life prediction using stress gradient effects at notch roots. *Computational Materials Science*. 2007 May 1;39(3):649-63.
- [I.23] Zehsaz M, Hassanifard S, Esmaili F. Fatigue life estimation for different notched specimens based on the volumetric approach. *InEPJ Web of Conferences 2010 (Vol. 6, p. 42001)*. EDP Sciences.

Références bibliographiques

- [I.24] Esmaeili F, Hassanifard S, Zehsaz M. Fatigue life prediction of notched specimens using the volumetric approach. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*. 2011;5(9):508-18.
- [I.25] Gaenser HP. Some notes on gradient, volumetric and weakest link concepts in fatigue. *Computational materials science*. 2008 Dec 1;44(2):230-9.
- [I.26] Adib H, Gilgert J, Pluvinage G. Fatigue life duration prediction for welded spots by volumetric method. *International Journal of Fatigue*. 2004 Jan 1;26(1):81-94.
- [I.27] Radaj, D., & Vormwald, M. (2013). *Advanced methods of fatigue assessment* (pp. 101-265). Berlin: Springer.
- [I.28] [Lazzarin, P., Berto, F., Elices, M., & Gómez, J. (2009). Brittle failures from U-and V-notches in mode I and mixed, I+ II, mode: a synthesis based on the strain energy density averaged on finite-size volumes. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 32(8), 671-684.]:
- [I.29] Sih GC. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. *International Journal of fracture*. 1974 Sep;10(3):305-21.
- [I.30] Sih GC. A special theory of crack propagation. In *Mechanics of fracture initiation and propagation 1991* (pp. 1-22). Springer, Dordrecht.
- [I.31] Lazzarin P, Zambardi R. A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches. *International journal of fracture*. 2001 Dec;112(3):275-98.
- [I.32] Lazzarin P, Berto F. Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches. *International Journal of fracture*. 2005;135(1-4):161-185.
- [I.33] Gómez FJ, Elices M, Berto F, Lazzarin P. Local strain energy to assess the static failure of U-notches in plates under mixed mode loading. *International Journal of fracture*. 2007 May 1;145(1):29-45.

Références bibliographiques

- [I.34] Berto F, Lazzarin P. The volume-based Strain Energy Density approach applied to static and fatigue strength assessments of notched and welded structures. *Procedia Engineering*. 2009 Jul 1;1(1):155-8.
- [I.35] Berto F, Lazzarin P. A review of the volume-based strain energy density approach applied to V-notches and welded structures. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2009 Dec 1;52(3):183-94.
- [I.36] Lazzarin P, Berto F, Elices M, Gómez J. Brittle failures from U-and V-notches in mode I and mixed, I+ II, mode: a synthesis based on the strain energy density averaged on finite-size volumes. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2009 Aug;32(8):671-84.
- [I.37] Berto F, Lazzarin P. Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches. *Materials Science and Engineering: R: Reports*. 2014 Jan 1; 75:1-48.
- [I.38] Campagnolo A, Berto F. Tensile fracture analysis of blunt notched PMMA specimens by means of the strain energy density. *Engineering Solid Mechanics*. 2015;3(1):35-42.
- [I.39] Ayatollahi M, Berto F, Campagnolo A, Gallo P, Tang K. Review of local strain energy density theory for the fracture assessment of V-notches under mixed mode loading. *Engineering Solid Mechanics*. 2017;5(2):113-32.
- [II.1] Zerbst, U., et al., About the fatigue crack propagation threshold of metals as a design criterion—a review. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016. 153: p. 190-243.
- [II.2] Dong, Y., Y. Garbatov, and C.G. Soares, A two-phase approach to estimate fatigue crack initiation and propagation lives of notched structural components. *International journal of fatigue*, 2018. 116: p. 523-534.
- [II.3] Forman, R., Study of fatigue crack initiation from flaws using fracture mechanics theory. *Engineering Fracture Mechanics*, 1972. 4(2): p. 333-345.
- [II.4] Klesnil, M. and P. Lukáš, Influence of strength and stress history on growth and stabilisation of fatigue cracks. *Engineering Fracture Mechanics*, 1972. 4(1): p. 77-92.
- [II.5] Frost, N., L. Pook, and K. Denton, A fracture mechanics analysis of fatigue crack growth data for various materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 1971. 3(2): p. 109-126.

Références bibliographiques

- [II.6] Woo, C. and C. Chow, Fatigue crack propagation in aluminium and PMMA. *International Journal of Fracture*, 1984. 26(2): p. R37-R42.
- [II.7] El Haddad, M., K. Smith, and T. Topper, Fatigue crack propagation of short cracks. 1979.
- [II.8] Radaj, D. and M. Vormwald, *Advanced methods of fatigue assessment*. Vol. 481. 2013: Springer.
- [II.9] Broek, D., *The practical use of fracture mechanics* 2012: Springer Science & Business Media.
- [II.10] Irwin, G.R., *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate*. 1957.
- [II.11] Sajith, S., K. Murthy, and P. Robi. Fatigue life prediction under mixed-mode loading using equivalent stress intensity factor models. in *MATEC Web of Conferences*. 2018. EDP Sciences.
- [II.12] Arad, S., J. Radon, and L. Culver, Fatigue crack propagation in polymethylmethacrylate; the effect of the mean value of stress intensity factor. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1971. 13(2): p. 75-81.
- [II.13] Sutton, S.A., Fatigue crack propagation in an epoxy polymer. *Engineering Fracture Mechanics*, 1974. 6(3): p. 587-595.
- [II.14] Arad, S., J. Radon, and L. Culver, Design against fatigue failure in thermoplastic. *Engineering Fracture Mechanics*, 1972. 4(3): p. 511-522.
- [II.15] Tanaka, K., Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis. *Engineering Fracture Mechanics*, 1974. 6(3): p. 493-507.
- [II.16] Meddour, B. (2016). *Fatigue des matériaux-cours and exercices*.
- [II.17] Moussaoui M, Amroune S, Tahiri A, Hachi B. Brittle fracture investigation from disc specimen weakened by U-notch in mixed mode I+ II. *Engineering Solid Mechanics*. 2020;8(4):337-52.
- [II.18] Lazzarin P, Berto F, Elices M, Gómez J. Brittle failures from U-and V-notches in mode I and mixed, I+ II, mode: a synthesis based on the strain energy density averaged on finite-size volumes. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2009 Aug;32(8):671-84.
- [II.19] Gómez FJ, Elices M, Berto F, Lazzarin P. Local strain energy to assess the static failure of U-notches in plates under mixed mode loading. *International Journal of fracture*. 2007 May 1;145(1):29-45.
- [III.1]: Polyméthacrylate de méthyle [en ligne]. Disponible sur: <http://fr.wikipedia.org>
- [III.2]: Polyméthacrylate de méthyle [en ligne]. Disponible sur: http://www.physique-et-matiere.com/polymethacrylate_de_methyle.php

Références bibliographiques

[III.3]: [Caillet, N. (2007). Prise en compte des spécificités des pièces forgées en fatigue illimitée (Doctoral dissertation, École Nationale Supérieure des Mines de Paris).].

[III.4]: TecQuipment Ltd., SM1090 rotating fatigue machine user guide 2004. 1-36.]

[IV.1] Sutton, S.A., Fatigue crack propagation in an epoxy polymer. *Engineering Fracture Mechanics*, 1974. 6(3): p. 587-595.

[IV.2] Berto, F. and M.R. Ayatollahi, A review of the local strain energy density approach applied to V-notches. *Физическая мезомеханика*, 2017. 20(2): p. 14-27.

[IV.3] Torabi, A., A. Campagnolo, and F. Berto, Local strain energy density to predict mode II brittle fracture in Brazilian disk specimens weakened by V-notches with end holes. *Materials & design*, 2015. 69: p. 22-29.

[IV.4] Berto, F. and P. Lazzarin, The volume-based Strain Energy Density approach applied to static and fatigue strength assessments of notched and welded structures. *Procedia Engineering*, 2009. 1(1): p. 155-158.

[IV.5]: Solberg K, Berto F. A diagram for capturing and predicting failure locations in notch geometries produced by additive manufacturing. *International Journal of Fatigue*. 2020 May 1; 134:105428.

[IV.6]: Gómez FJ, Elices M, Berto F, Lazzarin P. Local strain energy to assess the static failure of U-notches in plates under mixed mode loading. *International Journal of fracture*. 2007 May 1;145(1):29-45.

ANNEXES

ANNEXE 01 : Les détails du calcul des contraintes**Eprouvette 01 (V140R0.1) :**

Nous avons choisi d'appliquer un ensemble de forces au premier éprouvette V140R0.1, puis les contraintes ont été calculées à l'aide de la relation (III.1).

$$\sigma = \frac{F \times l \times 32}{\pi \times d^3} \times K_t \quad \text{Ou : } K_t = 6$$

Pour F= 16.6(N)

$$\sigma_{(V140R0.1)} = \frac{16.6 \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 6$$

$$\sigma_{(V140R0.1)} = 104.45(\text{Mpa})$$

Pour F= 15.4(N)

$$\sigma_{(V140R0.1)} = \frac{15.4 \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 6$$

$$\sigma_{(V140R0.1)} = 96.9(\text{Mpa})$$

Pour F= 9.6(N)

$$\sigma_{(V140R0.1)} = \frac{9.6 \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 6$$

$$\sigma_{(V140R0.1)} = 60.4(\text{Mpa})$$

Pour F= 7.8(N)

$$\sigma_{(V140R0.1)} = \frac{7.8 \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 6$$

$$\sigma_{(V140R0.1)} = 49(\text{Mpa})$$

Pour F= 5.1(N)

$$\sigma_{(V140R0.1)} = \frac{5.1 \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 6$$

$$\sigma_{(V140R0.1)} = 32(\text{Mpa})$$

Eprouvette 02 (V20R0.1) :

Nous avons choisi un ensemble de forces différent à appliquer à l'éprouvette V20R0.1, puis les contraintes ont été calculées à l'aide de la relation (III.1).

$$\sigma = \frac{F \times l \times 32}{\pi \times d^3} \times K_t \quad \text{Ou : } K_t = 3$$

Pour F= 17.3(N)

$$\sigma_{(V20R0.1)} = \frac{(17.3) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 3$$

$$\sigma_{(V20R0.1)} = 54.4(\text{Mpa})$$

Pour F= 12.1(N)

$$\sigma_{(V20R0.1)} = \frac{(12.1) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 3$$

$$\sigma_{(V20R0.1)} = 38(\text{Mpa})$$

Pour F= 11.7(N)

$$\sigma_{(V20R0.1)} = \frac{(11.7) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 3$$

$$\sigma_{(V20R0.1)} = 36.8(\text{Mpa})$$

Pour F= 9.5(N)

$$\sigma_{(V20R0.1)} = \frac{(9.5) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 3$$

$$\sigma_{(V20R0.1)} = 29.9(\text{Mpa})$$

Pour F= 6(N)

$$\sigma_{(v20R0.1)} = \frac{(6) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 3$$

$$\sigma_{(v20R0.1)} = 18.9(\text{Mpa})$$

Eprouvette 03 (U2) :

Nous avons choisi un ensemble de forces différent à appliquer à l'éprouvette U2, puis les contraintes ont été calculées à l'aide de la relation (III.1).

$$\sigma = \frac{F \times l \times 32}{\pi \times d^3} \times K_t \quad \text{Ou : } K_t = 1.3$$

Pour F= 20(N)

$$\sigma_{(u2)} = \frac{(20) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 1.3$$

$$\sigma_{(u2)} = 27.3(\text{Mpa})$$

Pour F= 18.6(N)

$$\sigma_{(u2)} = \frac{(18.6) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 1.3$$

$$\sigma_{(u2)} = 25.3(\text{Mpa})$$

Pour F= 14.7(N)

$$\sigma_{(u2)} = \frac{(14.7) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 1.3$$

$$\sigma_{(u2)} = 20(\text{Mpa})$$

Pour F= 10.3(N)

$$\sigma_{(u2)} = \frac{(10.3) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 1.3$$

$$\sigma_{(v20R0.1)} = 14(\text{Mpa})$$

Pour F= 7.9(N)

$$\sigma_{(U2)} = \frac{(7.9) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 1.3$$

$$\sigma_{(U2)} = 10.8(\text{Mpa})$$

Eprouvette 04 (U0.2) :

Nous avons choisi un ensemble de forces différent à appliquer à l'éprouvette U0.2, puis les contraintes ont été calculées à l'aide de la relation (III.1).

$$\sigma = \frac{F \times l \times 32}{\pi \times d^3} \times K_t \quad \text{Ou : } K_t = 2.3$$

Pour F= 20.2(N)

$$\sigma_{(U0.2)} = \frac{(20.2) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 2.3$$

$$\sigma_{(U0.2)} = 48.7(\text{Mpa})$$

Pour F= 18.4(N)

$$\sigma_{(U0.2)} = \frac{(18.4) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 2.3$$

$$\sigma_{(U0.2)} = 44.4(\text{Mpa})$$

Pour F= 15.3(N)

$$\sigma_{(U0.2)} = \frac{(15.3) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 2.3$$

$$\sigma_{(U0.2)} = 36.9(\text{Mpa})$$

Pour F= 11.7(N)

$$\sigma_{(U0.2)} = \frac{(11.7) \times 28 \times 32}{3.14 \times 6.48^3} \times 2.3$$

$$\sigma_{(U0.2)} = 28.2(\text{Mpa})$$

ANNEXE 02 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation :

Eprouvette 01 (V140R0.1)								
NBR Cycle	σ Data expérimental	σ Théorique	\bar{W} (Exp)	\bar{W} (Théo)	$\sqrt{\bar{W}/W_c}$ (Exp)	$\sqrt{\bar{W}/W_c}$ (Théo)	K_I (Exp)	K_I (Théo)
5000		60		0.6		0.857		78.75
8040	52.22	50.83	0.455	0.43	0.75	0.73	68.57	66.66
10000		48.24		0.388		0.69		63.32
11032	48.45	47.13	0.391	0.37	0.69	0.67	63.57	61.84
50000		32.83		0.18		0.47		43.13
81136	28.31	29.25	0.134	0.143	0.40	0.42	37.21	38.44
100000		27.82		0.129		0.39		36.51
169371	24.53	24.52	0.1	0.1	0.35	0.35	32.15	32.15
1.0117E6	16	16	0.043	0.043	0.23	0.23	21.08	21.08

Tableau 01 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette V140R0.1.

ANNEXE

Eprouvette 02 (V20R0.1)								
NBR Cycle	σ Data expérimental	σ Théorique	\bar{W} (Exp)	\bar{W} (Théo)	$\sqrt{\left(\frac{\bar{W}}{W_c}\right)}$ (Exp)	$\sqrt{\left(\frac{\bar{W}}{W_c}\right)}$ (Théo)	K_I (Exp)	K_I (Théo)
277	54.42	52.45	0.494	0.459	0.77	0.75	46.99	45.29
822	38	38	0.24	0.24	0.54	0.54	32.75	32.75
916	36.8	36.8	0.226	0.226	0.53	0.53	31.78	31.78
1000		35.85		0.214		0.51		30.93
1698	29.88	30.65	0.149	0.157	0.43	0.44	25.80	26.49
25693	18.87	13.7	0.0593	0.031	0.27	0.19	16.28	11.77
50000		11.25		0.021		0.16		9.68

Tableau 02 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette V20R0.1.

Eprouvette 03 (U2)								
NBR Cycle	σ Data expérimental	σ Théorique	\bar{W} (Exp)	\bar{W} (Théo)	$\sqrt{\left(\frac{\bar{W}}{W_c}\right)}$ (Exp)	$\sqrt{\left(\frac{\bar{W}}{W_c}\right)}$ (Théo)	K_I (Exp)	K_I (Théo)
10000		67.5		0.759		0.96		101.66
39640	48.72	47.73	0.396	0.379	0.7	0.68	73.43	71.84
50000		45		0.337		0.64		67.74
52904	44.38	44.38	0.328	0.328	0.63	0.63	66.83	66.83
72464	41	41	0.28	0.28	0.6	0.6	61.75	61.75
100000		37.8		0.238		0.54		56.93
301865	28.22	28.63	0.133	0.137	0.4	0.41	42.55	43.19

Tableau 03 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette U2.

Eprouvette 04 (U0.2)								
NBR Cycle	σ Data expérimental	σ Théorique	\bar{W} (Exp)	\bar{W} (Théo)	$\sqrt{\bar{W}/W_c}$ (Exp)	$\sqrt{\bar{W}/W_c}$ (Théo)	K_I (Exp)	K_I (Théo)
1000		62		0.64		0.88		54.25
3276	48	46.5	0.384	0.36	0.68	0.66	42.02	40.68
10000		35.48		0.21		0.5		31.07
25239	27.26	28.35	0.124	0.134	0.39	0.4	23.87	24.82
49143	24.13	24.13	0.097	0.097	0.34	0.34	21.19	21.19
100000		20.32		0.069		0.29		17.81
106673	20	20	0.067	0.067	0.28	0.28	17.55	17.55
446642	13.9	14.13	0.032	0.033	0.19	0.2	12.13	

Tableau 04 : Les détails du calcul pour le concept de la densité d'énergie de déformation pour l'éprouvette U0.2.