جامعة زيان عاشور الجلفة
كلية العلوم الإنسانية و الاجتماعية
قسم علم الاجتماع و الديموغرافيا

مطبوعة خاصة بمقياس

مدخل الى الاحصاء

لطلبة الجذع المشترك أولى علوم اجتماعية

إعدادالاستاذ :

دحماني محمد بومدين

الموسم الجامعي 2024 2023

مقدمة:

تتعلق هذه المطبوعة بمقياس الإحصاء 1و هي موجهة بالخصوص لطلبة السنة الأولى جدع مشترك علوم اجتماعية . نهدف من خلالها تمكين الطلبة من الإلمام بمبادئ و أدوات الإحصاء الوصفي تحديدا. تتبع مادة الإحصاء .قسمنا المطبوعة حسب ما جاء في البرنامج إلى ستته فصول، يحتوي كل

فصل على مجموعة من الأمثلة التوضيحية، و في نهاية كل فصل تم إعطاء تمارين إضافية للمراجعة.

يتناول الفصل الأول مفاهيم عامة بما في دلك - مفهوم الإحصاء ،المجتمع و العينة و الفرد، مصادر و طبيعة البيانات الإحصائية.و يحتوي الفصل الثاني ،التوزيعات التكرارية أو عرض البيانات الإحصائية بما في دلك بناء الجداول و أنواعها)إيجاد الفئة، التكرارات، مراكز الفئات ،التكرار المتجمع. أما الفصل الثالث فنعر ض من خلاله كيفية التمثيل البياني للبيانات الإحصائية حسب طبيعتها ونتناول في الفصل الرابع مقاييس النزعة المركزية الموضعية) الوسط الحسابي، الوسيط ،المنوال.(و يحتوي الفصل الخامس على مقاييس التشتت نعرف من خلاله التشتت ومقاييس التشتت مثل الانحراف المعياري ونصف المدى الربيعي و العزوم .ويحتوي الفصل السادس مقاييس الشكل و المتمثلة في مقاييس الالتواء و التفلطح..

وقد اشتملت المطبوعة على الكثير من الأمثلة المحلولة و تمارين للمراجعة في نهاية كل فصل بالإضافة إلى مسائل تشمل كل الفصول..

مفاهيم عامة

1- مفاهيم عامة:

مفهوم الإحصاء:

الإحصاء هو مجموعة الطرق الممكنة من جمع المعلومات حول الحوادث ومعالجتها، بغية دراستها دراسة كمية بهدف إيجاد العلاقات التي تربط بينها، والتوقع بمستقبلها. ويعرف الإحصاء على انه العلما لذي يهدف إلى جمع كم هائل من الوقائع أو الإحداث والتنسيق فيما بينها، بطريقة تمكن من الحصول على

علاقات رقمية بعيدة عن الصدفة.كما يعرف الإحصاء بأنه ذلك العلم الذي يهتم بجمع المشاهدات حول ظاهرة ما و تنظيمها و تلخيصها و تحليلها و تفسيرها. حسب هذا التعريف فإن الإحصاء يتلخص في المراحل الخمس التالية:

1- الجمع، تمثل هذه الخطوة الأساس للتحليل الإحصائي، فإذا كانت البيانات غير صحيحة فإن الاستنتاجات و القرارات المبنية عليها غير دقيقة .
2- التنظيم أو التبويب، يقصد بها تلخيص البيانات في جداول توزيعات تكرارية.
3- التقديم، و يعني التمثيل البياني للمشاهدات.
4- التحليل، و يعني حساب المقاييس الإحصائية) مقاييس النزعة المركزية، مقاييس التشتت ،مقاييس الشكل.(
5- التفسير، و يعني استخلاص النتائج و التحقق منها و استخدامها في اتخاذ القرارات آو في التنبؤ بمستقبل الظاهرة المدروسة .

2-1- الإحصاء الوصفي و الإحصاء الاستدلالي:

الإحصاء الوصفي يستخدم لوصف البيانات الإحصائية بتنظيمها و تلخيصها و عرضها بطريقة و واضحة في جداول آو أشكال بيانية، أما الإحصاء الاستدلالي فهو عبارة عن الحصول على استنتاج لخصائص مجتمع من خصائص عينة عشوائية مختارة من هذا المجتمع. و ينقسم الإحصاء الاستدلالي إلى قسمين: الأول يشير للطرق المختلفة لتقدير معالم المجتمع)التقدير النقطي، و التقدير بمجال الثقة(و يسمى التقدير الإحصائي و يشير الثاني إلى اختبار الفروض الإحصائية التي توضع حول معالم المجتمع .

1-3- مصادر جمع البيانات:

تقسم مصادر جمع البيانات إلى نوعين:

1- مصادر أولية: تجمع البيانات في هذه الحالة لأغراض بحثية تستعمل بعض الأساليب العلمية كالأستبانةو المقابلة والتجارب العلمية المخبرية و الميدانية.

2- مصادر تاريخية: تشمل البيانات التي جمعت في السابق من طرف هيئات متخصصة كالديوان الوطني للإحصاء، و مصالح الإحصاء في المؤسسات و الهيئات الحكومية)بنوك، غرف الصناعة و التجارة و غيرها.(....

1-4- البحث الإحصائي:

1-5- البيانات هي المادة الخام في البحث الإحصائي، وللحصول عليها يتطلب:

أ- تحديد الهدف من جمع البيانات

ب- تعريف مجتمع الدراسة وخاصية المجتمعت-تحديد مصادر البياناتث-تصميم استبانه البحث

ج- تهيئة الأفراد اللذين سيتولون العملية الميدانية.

ح- تهيئة المجتمع إعلاميا للعملية الميدانية.

خ- تجهيز البيانات مكتبيا.

1-6- (Population)المجتمع

مجموعة من العناصر أو الأشياء أو الأشخاص أو الشركات، لها خاصية مشتركة: مثل سكان الجزائر، شركات الاتصالات ، طلاب جامعة الجلفة .كل عنصر من عناصر المجتمع يسمى فرد أو وحدة إحصائية.

1-7- :(Echantillon)العيينة

مجوعة جزئية من المجتمع لها نفس الخصائص يتم اختيارها لتمثيل المجتمع، أما المعاينة فتعرف بأنها الخطوات أو الطرق التي يتم إتباعها في عملية اختيار العينة. و يوجد نوعان من العينات: العينات

الاحتمالية ،تحدد بالسحب العشوائي و تكون عناصرها متجانسة و تخضع بالتالي لقوانين الاحتمالات، ثم

العينات الاحتمالية حيث مبدأ اختيار أفرادها لا يخضع لقوانين موضوعية -**أنواع العينات**:

تقسم العينات بشكل عام إلى عينات احتمالية وعينات غير احتمالية**أولا**:

العينات الاحتمالية

أ- **العينة العشوائية البسيطة**: تسحب في حالة تجانس المجتمع المدروس، حيث احتمال اختيار أي مفردة من مفردات المجتمع متساوية.

ب- **العينة العشوائية الطبقية**: تسحب في حالة المجتمع الغير متجانس حيث يقسم المجتمع المدروس إلى مجتمعات جزئية تسمى طبقات كل طبقة متجانسة في داخلها و مختلفة فيما بينها، ويتم السحب حسب إحدى الطرق:التخصيص المتساوي، التخصيص المتناسب، تخصيص نيمان، التخصيص الأمثل.

ت- **العينة العشوائية المنتظمة**: يتم في هذه الحالة اختيار الوحدة الأولى بطريقة عشوائية و على ضوء هذا الاختيار يتم اختيار بقية الوحدات حسب فترة المعاينة.

ث- **العينة العشوائية متعددة المراحل**: تشير هذه الطريقة في المعاينة إلى أكثر من مرحلة في اختيار الوحدات ، فإذا تم الاختيار على مرحلتين فان العينة تكون ثنائية المراحل مثلا لدينا 5 معامل الطوب الأحمر)الياجور(فكل معمل عدد معين من العمال يفوق خمسة عشرة عامل و أراد باحث دراسة الوضع الصحي للعمال فانه يمكن اختيار 10 عمال، باختيار معملين في المرحلة الأولى ثم اختيار 10 عمال من المعملين المختارين في المرحلة الثانية .

ج- **العينة العشوائية العنقودية**: وهي تختلف عن المعاينة الطبقية في مبدأ العناقيد الذي يحدد أن تكون العناقيد متباينة في داخلها متجانسة فيما بينها أي عكس العينة الطبقية.. نفس المثال في العينة الطبقية لكن هنا يكون شكل السوق بدون أقسام أي جميع الملابس توجد في محل واحد به الأطفال، الصبيان، الرجال النساء، وهذا ما نعني به متباينة في داخلها. أما متجانسة فيما بينها كأن

تكون هنالك عدة أسواق بهذا الشكل. وبالتالي يمكنك أن تأخذ جميع أغراضك من محل واحد. وهذا ما يحدث في حالة العينة العنقودية عنقود واحد تجد فيه جميع أفراد المجتمع ولا تحتاج أن تذهب لكل العناقيد أي يمكنك الاستغناء عن البقية لأنها تحمل نفس الخصائص وهذا لا يحدث في العينة الطبقية حيث تقسم الطبقات على أساس خاصية واحدة محددة لاتتوفر في الطبقات الأخرى لذا لا بد عليك المرور على كل الطبقات)الأقسام(لتجد كل ما تحتاج إليه ولا تستطيع أن تستغني عن أي طبقة أو قسم.

ثانيا: العينات غير الاحتمالية: في هذه الحالة يكون احتمال اختيار مردة من المجتمع غير معلوم، ويعتمد اختيار العينة غير الاحتمالية على التقدير الشخصي و منها:

أ- **العينة المريحة**: يلجأ الباحثون إلى هذه الطريقة للحصول على اكبر عدد من الاستبيانات المكتملة و بشكل سريع و اقتصادي، فمثلا عند دراسة المؤسسات الصغيرة و مدى مساهمتهافي حل مشكل البطالة يقوم الباحث باختيار مفردات العينة من المدينة أو الحي الذي التييسكن فيها.

ب- **العينة الفرضية**: أن يختار الباحث الحالات التي تصادفه، فإذا أراد أن يدرس الصعوبات التي تواجه طلاب كلية الاقتصاد و التسيير والعلوم التجارية فانه يختار الطلاب اللذين يدرسهم و يطبق عليهم استبان .

ت- **عينة الحصص**: هي عينة طبقية غير احتمالية، يحاول الباحث أن يحصل على عينة تمثل الحصص أو الفئات المختلفة و بالنسبة التي يوجدون عليها في المجتمع.

1-8- **الميزة أو الخاصية:(Caractère)**

هي الميزات التي يتميز بها أفراد المجتمع، لو أخذنا مثلا مجتمع طلاب الجامعة فإن كل طالب يتميز بطول ووزن و عمر و لون العينين وجنس و درجة التفوق ...الخ نلاحظ أن هذه الصفات منها القابل للقياس كالطول و الوزن) ميزات كمية(و منها الغير قبل للقياس كلون العينين و الجنس)ميزات كيفية.(

9-1- : (Variables)المتغيرات

هي المقادير و الصفات التي تقاس بها الميزات الإحصائية لأفراد المجتمع و تنقسم المتغيرات حسب طبيعة الميزة الإحصائية المدروسة إلى قسمين متغيرات كمية و متغيرات نوعية:

- **المتغيرات الكيفية**: هي الصفات التي يمكن أن تتصف بها الميزة الإحصائية، فمثلا خاصية الجنس) ذكور و إناث(، تخصص الطالب في الجامعة) اقتصاد، تسيير، تجارة(.....
- **المتغيرات الكمية**: هي المقادير العددية التي نقيس بها الميزة الإحصائية، و تنقسم إلى قسمين:
- **المتغيرات الكمية المتقطعة**: هي أعداد غير قابلة للتجزئة)0. 1 .2 .3 .4 ....(تستخدم لقياس الخواص الإحصائية المتقطعة مثل عدد الأولاد في الأسر، عدد المواليد اليومي في مستشفى الولادة ...الخ.
- **المتغيرات الكمية المستمرة**: هي أعداد قابلة للتجزئة يمكن أن تشمل مجال من حده الأدنى إلى حده الأعلى، كأن نقول أن طول الطلبة يتراوح بين 50.1م و 75.1م .

أسئلة و تمارين:

1- عرف كلمة إحصاء، ووضح المقصود بكل من الإحصاء، الإحصاء الوصفي،والإحصاء الاستدلالي.
2- كيف يمكن الحصول على البيانات الإحصائية.
3- عرف كل من المجتمع و العينة.
4- اذكر أنواع العينات.
5- ما هي أنواع المتغيرات.
6- حدد طبعة المتغيرة للميزات التالية: الطول، الوزن، عدد النخيل، منتوج القمح، سن الطالب ،تخصص الطالب.

7- اذكر خطوات البحث الإحصائي

.:

التوزيعات التكرارية

2- التوزيعات التكرارية:

تمهيد: إن الخطوة الأولى بعد جمع البيانات و مراجعتها هي التصنيف و التبويب. التصنيف هو عبارة عنتجميع الميزات المشتركة لأفراد المجتمع في مجموعات أو تصنيفات و التبويب هو إجراء لتلخيص البيانات وتقديمها بجداول إحصائية، و الجدول عبارة عن طريقة لتنظيم البيانات في أعمدة و صفوف.ويهدف تصنيف البيانات و تبوبها إلى:

أ- تلخيص الكم الهائل من البيانات، بطريقة تساعد على إبراز الميزات المشتركة أو الاختلافات.

ب- تسهيل عملية المقارنة بين الظواهر أو المتغيرات أو المجموعات المختلفة.

ت- المساعدة في استخلاص بعض الاستنتاجات أو إظهار بعض الخصائص للظواهر قيد الدراسة.

ث- تهيئة البيانات لعمليات العرض و الوصف و التحليل الإحصائي.

2-1. **الجداول التكرارية**: تختلف الجداول التكرارية باختلاف طبيعة الميزة أو المتغيرة الإحصائية سواء كانت جداول مفردة أو جداول مزدوجة.

2-1-1. **جدول متغير كيفي**: الجدول التالي يبين توزيع طلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية حسب تخصصاتهم.

جدول رقم)2.1 (: توزيع الطلبة حسب تخصصاتهم

عدد الطلبة	التخصص
60	اقتصاد بترولي
80	مالية وبنوك
40	اقتصاد قياسي
180	المجموع

2-1-2. **جدول متغير متقطع**: الجدول التالي يبين توزيع طلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية حسب عدد تغيبانهم.

جدول رقم)2.2 (: توزيع الطلبة حسب تغيبا تهم

عدد الطلاب	عدد التغيبات
80	0
40	1
32	2
15	3
8	4
5	5
180	المجموع

3-1-2. **جدول متغير مستمر**: الجدول التالي يبين توزيع طلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية حسب أوزانهم.

جدول رقم) 2.3(: توزيع الطلبة حسب أوزانهم

فئات الوزن	عدد الطلاب
50- 55	20
55- 60	70
60- 65	60
65- 70	18
70- 75	10
75- 80	2
المجموع	180

.4-1-2 **الجدول المزدوج**: الجدول التالي يبين توزيع تخصصات طلاب الماستر لقسم العلوم الاقتصادية بدلالة أوزانهم.

جدول رقم) 2.4(: توزيع تخصصات الطلبة بدلالة أوزانهم

التخصص / الوزن	اقتصاد بترولي	مالية و بنوك	اقتصاد قياسي	المجموع
50- 55	5	15	-	20
55- 60	20	35	15	70
60- 65	32	20	8	60
65- 70	3	5	10	18
70- 75	-	5	5	10
75- 80	-	-	2	2
المجموع	60	80	40	180

2-2. **تبويب البيانات**: تتلخص عملية تبويب البيانات في جداول توزيع تكرارية حسب طبيعة المتغيرة الإحصائية، فالمتغيرة الكيفية تحتاج إلى عملية فرز و تصنيف البيانات و وضعها في جدول توزيع تكراري، أما المتغيرة الكمية المتقطعة فتحتاج هي كذلك لعملية فرز و ترتيب تصاعدي للبيانات، أما المتغيرة الكمية المستمرة و الكمية المتقطعة ذات العدد الكبير جدا من القيم و المشاهدات، فتعالج وفق الخطوات الآتية:

- ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا.
- حساب المدى (e)وهو الفرق بين اكبر مشاهدة و اصغر مشاهدة.
- حساب عدد الفئات (k)

حسب قاعدة ستيرج: $k=1+3.33\log(n)$ أو

حسب قاعدة يول: $k = 2.5\sqrt[4]{n}$

حيث n عدد المشاهدات و logاللوغاريتم العشري. نقارب نتيجة k إلى حديها الأعلى و الأدنى نحصل على قيمتين ل k: k_1 و k_2

- حساب طول الفئة: نقسم المدى على قيمتي= $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ $l=\frac{e}{k}$ ،k بتقريب الأعداد إلى حديها الأعلى

و الأدنى نحصل على مجموعة من الحالات.

-نقبل اصغر الحالات المحققة للمتراجحة: **طول الفئة × عدد الفئات > المدى**مثال2-

:1

خلال مراقبة لمصنع الكبريت أخذت عيينة من 40 علبة فوجد فيها النتائج التالية)عدد أعواد الكبريت في كل علبة:(

40384034403440363830484038324240

42364244424038383634323042364442

4640383836343230

المطلوب: تبويبالبيانات في جدول توزيع تكراري. جدول توزيع

تكراري

التكرارات المطلق	الفئات مفتوحة من الأعلى
6	30- 33
4	33- 36
12	36- 39
8	39- 42
8	42- 45
1	45- 48
1	48- 51
40	المجموع

الحل:

رغم أن المتغيرة أعواد الكبريت ذات طبيعة متقطعة

إلا أننا نعالجها على أنها مستمرة بتتبع خطوات طريقة ستيرج.

1- فرز وترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا:

2- حساب المدى:e=48-18=30

3- : حساب عدد الفئات $k=1+[\frac{10}{3}]\log 40=6.34$

نقارب قيمة k إلى 6 و 7

$e18\ l$ □ □

□ 3

6 k

4- حساب طول الفئة: 2

$$\frac{18}{7} = 2.5$$

3

نقارب طول الفئة إلى كل من 2و 3.

5- الحالات الممكنة: طول الفئة × عدد الفئات= 3×6= 18= المدى، لا تحقق.

3×7=21 تحقق

2×6=12<18 لا تحقق

2×7=14<18 لا تحقق

6- عدد الفئات=7، طول الفئة=3

3-2. **مفاهيم متعلقة بتبويب البيانات**:

أ- **الفئات**: هي الأقسام أو المجالات التي قسمت عليها المشاهدات، لكل فئة حد أدنى وجد أعلى، قد تكون مفتوحة وقد تكون مغلقة.الفئة الأولى مفتوحة من الأعلى:]30- 33] حيث الحد الأدنى 30 و الحد الأعلى 33.

ب- الحد الأدنى الفعلي للفئة= حدها الأدنى – نصف وحدة دقة.

ت- الحد الأعلى الفعلي للفئة= حدها الأعلى + نصف وحدة دقة.

ث- **طول الفئة**: = حدها الأعلى الفعلي – حدها الأدنى الفعلي.

= حدها الأعلى– حدها الأدنى + وحدة دقة.)حيث وحدة الدقة هي الفرق بين قيمتين متتاليتين(

ج- **مركز الفئة**= نصف مجموع حديها الفعليين.

ح- **التكرار المطلق**: يرمز له بالرمز (n_i) وهو عدد المشاهدات المقابلة لكل قيمة أو صفة) حالة متغيرة متقطعة أو كيفية(أما في حالة متغيرة مستمرة فهو عدد المشاهدات المحصورة بين حدي الفئة.

خ- **التكرار النسبي**:يرمز له بالرمز (f_i) وهو نسبة التكرار المطلق للفئة إلى إجمالي التكرارات.

أي: $f_i = \frac{n_i}{n}$ مع العلم أن مجموع التكرارات النسبية تساوي الواحد.

د- **التكرار المتجمع الصاعد:** يعرف التكرار المتجمع الصاعد حسب طبيعة المتغيرة الإحصائية)متقطعة، مستمرة(أو حسب الدراسة) فئات، قيم متقطعة(كما يلي:

1- المتغيرة مستمرة: - بيانات مفتوحة من الأعلى: التكرار المتجمع الصاعد هو عدد المشاهدات)التكرارات(الأقل تماما من الحد الأعلى للفئة .

- بيانات مغلقة من الأعلى أو حدود حقيقية: التكرار المتجمع الصاعد هو عدد المشاهدات

)التكرارات(الأقل أو يساوي الحد الأعلى للفئة .

2-المتغيرة متقطعة: التكرار المتجمع الصاعد هو عدد المشاهدات)التكرارات(الأقل أو يساوي قيمة المتغيرة.

ذ- **التكرار المتجمع النازل:** يعرف التكرار المتجمع النازل حسب طبيعة المتغيرة الإحصائية)متقطعة، مستمرة(أو حسب الدراسة) فئات، قيم متقطعة(كما يلي:

1- المتغيرة مستمرة: التكرار المتجمع النازل هو عدد المشاهدات)التكرارات(الأكبر أو يساوي الحد الأدنى للفئة .

2- المتغيرة متقطعة: التكرار المتجمع النازل هو عدد المشاهدات)التكرارات(الأكبر أو يساوي قيمة المتغيرة.

ملاحظة: التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل يعرف بنفس التعريف السابق مع استبدال التكرار المطلق بالتكرار النسبي. و استبدال العدد بالنسبة.

مثال 2-2:

البيانات التالية تمثل أوزان مجموعة من الأطفال.

4.44.23.64.54.03.24.23.64.54.03.23.1

4.13.85.64.54.63.15.14.05.35.24.74.1

5.65.65.64.55.35.43.03.24.45.84.84.2

4.84.44.54.03.93.73.63.83.63.53.43.3

5.04.24.54.84.23.84.44.64.83.14.75.0

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية وتحديد طبيعتها.
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري، مبينا الفئات المغلقة و الفئات المفتوحة، و الفئات الفعلية.
- إيجاد التكرار المتجمع الصاعد و النازل و التكرار النسبي و التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل .

الحل:

- المتغيرة الإحصائية هي: أوزان الأولاد ،
- طبيعتها: كمية مستمرة.
- التبويب:

4	4.4	1	3.0
6	4.5	3	3.1
2	4.6	3	3.2
2	4.7	1	3.3
4	4.8	1	3.4
2	5.0	1	3.5
1	5.1	4	3.6
1	5.2	1	3.7
2	5.3	3	3.8
1	5.4	1	3.9
4	5.6	4	4.0
1	5.8	2	4.1
		5	4.2

1- الترتيب التصاعدي للبيانات)أو الفرز(الجدول المقابل.:

2- حساب المدى=8.5- 0.3 = 8.2

3- k=1+ $\frac{10}{3}$ log60=5.93 حساب: عدد الفئات 5 6

$\frac{2.8}{5}$

2.8 e 0.5

0.46 0.4 l

4- حساب طول الفئة: $6k$

0.56

$0_{0.5}^{6}$

5- الحالات الممكنة: طول الفئة × عدد الفئات

5.0 × 5 = 5.2 اقل من المدى لا تحقق

5.0 ×6 = 0.3 اكبر من المدى تحقق

4.0 × 5 = 0.2 اقل من المدى لا تحقق

4.0 × 6 = 4.2 اقل من المدى لا تحقق

6.0 × 5 = 0.3 اكبر من المدى تحقق

6.0 × 6 = 6.3 اكبر من المدى تحقق

نختار اقل الحالات المحققة ، لدينا ثلاث حالات محققة للقاعدة من بينهم حالتان متساويتان:

طول الفئة 6.0، وعدد الفئات 5 أو طول الفئة 5.0 و عدد الفئات 6

6- نختار الثانية: طول الفئة 6.0، وعدد الفئات 5

7- جدول التوزيع التكراري:

فئات مغلقة	فئات مفتوحة من لأعلى	فئات فعلية	التكرار n_i	ت.م.ص	ت.م.ن	ت.ن f_i	ت.ن.م.ص	ت.ن.م.ن
]3.0 – 3.5[	[3.6 – 3.0	3.55 -2.95	10	10	60	0.16	0.16	1
]3.6 – 4.1[	[4.2 – 3.6	4.15 – 3.55	15	25	50	0.25	0.41	0.83
]4.2 – 4.7[	[4.8 – 4.2	4.75 – 4.15	19	44	35	0.31	0.73	0.58
]4.8 – 5.3[	[5.4 – 4.8	5.35 – 4.75	10	54	16	0.16	0.9	0.26
]5.4 – 5.9[	[6.0 – 5.4	5.95 – 5.35	6	60	6	0.1	1	0.1
المجموع			60			1		

مثال 2-3

في مسح ل50 أسرة في منطقة معينة، تم تسجيل عدد أفراد الأسرة في كل منها وكانت البيانات كما يلي:

المطلوب:

55108704279
7423567864
35678645510 8765434114 5634566789

- تحديد المتغيرة الإحصائية.
- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري.

الحل:

- المتغيرة الإحصائية هي عدد أفراد الأسرة
- طبيعتها متقطعة أو منفصلة
- التبويب يأتي بعد الترتيب التصاعدي للبيانات)الفرز(

جدول توزيع الأسر حسب عدد الأفراد

عدد أفراد الأسرة	عدد الأسر
0	1
1	2
2	2

3	8
4	6
5	9
6	8
7	7
8	5
9	2
10	2
المجموع	50

مثال2-4

الجدول التالي يمثل توزيع السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية بالجنوب في سنة 2015.

عدد الأسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السياح	12	34	58	37	22	8	2	1

1- اوجد التكرار المتجمع الصاعد)ت م ص(و النازل)ت م ن(

2- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد)ت ن م ص(و النازل)ت ن م ن(

3- ما هي نسبة السياح اللذين قضوا مدة أكثر من ثلاث أسابيع.

4- ما هي نسبة السياح اللذين قضوا مدة أقل من خمسة أسابيع

5- ما هي نسبة السياح اللذين قضوا مدة على الأقل أسبوعين.

6- ما هي نسبة السياح اللذين قضوا مدة على الأكثر ستة أسابيع.

الحل:الأعمدة 3 و4و 5 و6 تمثل الإجابة على السؤال الأول و الثاني جدول

توزيع السياح حسب عدد أسابيع الإقامة

عدد الأسابيع)المتغيرة X_i(	عدد السياح)التكرار n_i(	ت م ص ECC	ت م ن E CD	ت ن م ص F CC	ت ن م ن F CD
1	12	12	174	6.9	100
2	34	46	162	26.44	93.10
3	58	104	128	59.77	73.56
4	37	141	70	81.03	40.23
5	22	163	33	93.68	18.97
6	8	171	11	98.28	6.32 1.72
7	2	173	3	99.43	0.57
8	1	174	1	100	

ثالثا: نسبة السياح اللذين قضوا مدة أكثر من ثلاث أسابيع هي)ت ن م ن(المقابل للمشاهدة 4 و هو:

.%40.23

رابعا: نسبة السياح اللذين قضوا مدة أقل من خمسة أسابيع هي) ت ن م ص(المقابل للمشاهدة 4 و هو:

.%81.03

خامسا: نسبة السياح اللذين قضوا مدة على الأقل أسبوعين هي)ت ن م ن(المقابل للمشاهدة 2 وهو:

% 93.1

سادسا: نسبة السياح اللذين قضوا مدة على الأكثر ستة أسابيع هي)ت ن م ص(المقابل للمشاهدة 6 و هو:

%98.28.

تمارين للمراجعة:

التمرين الأول: في مسح ل50 أسرة في منطقة معينة، تم تسجيل وظيفة ألأب في كل منها وكانت البيانات

كما يلي:

بطال	معلم	بناء	بناء	بناء	ممرض	حارس	معلم	طبيب	معلم
حارس	حارس	أستاذ	أستاذ	حارس	لحام	أستاذ	لحام	حارس	طبيب
بطال	أستاذ	بطال	معلم	معلم	رصاص	نجار	تاجر	بناء	رصاص

ممرض	حارس	معلم	معلم	ممرض	حارس	بطال	حارس	بطال	بطال
أستاذ	رصاص	تاجر	نجار	تاجر	بطال	بطال	معلم	معلم	حارس

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية وتحديد طبيعتها.
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري

التمرين الثاني: في مسح ل50 أسرة في منطقة معينة، تم تسجيل عدد الغرف لكل مسكن عائلي وكانت البيانات كما يلي:

6	5	6	2	3	2	2	4	1	3
1	1	1	2	2	2	3	3	3	1
3	5	3	5	3	3	1	4	2	3
1	4	7	4	5	4	5	2	4	4
4	1	3	3	1	3	1	3	2	3

المطلوب:

- - تحديد المتغيرة الإحصائية.
- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد)ت م ص(و النازل)ت م ن(
- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد)ت ن م ص(و النازل)ت ن م ن(
- ما هي نسبة العائلات التي تملك مسكن يتكون من أكثر من ثلاث غرف.

- ما هي نسبة العائلات التي تمتلك مسكن يتكون من أقل من خمسة غرف
- ما هي نسبة العائلات التي تمتلك مسكن يتكون على الأقل من غرفتين.
- ما هي نسبة العائلات التي تمتلك مسكن يتكون على الأكثر من ستة غرف

التمرين الثالث: في مسح لنفس اسر التمرين السابق و عددها 50 أسرة، تم تسجيل حجم المشتريات الشهرية)بالدينار الجزائري(لكل عائلة وكانت البيانات كما يلي:

4000	3000	6000	4000	7000	4000	3000	6000	4000	7000
3000	3500	5500	3000	6000	3000	3500	5500	3000	6000
3500	2000	5000	2500	6500	3500	2000	5000	2500	6500
2000	3000	4000	2000	4000	2000	3000	4000	2000	4000
2500	2500	4000	1500	4000	2500	2500	4000	1500	4000

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية وتحديد طبيعتها.
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري، مبينا الفئات المغلقة و الفئات المفتوحة، و الفئات الفعلية.
- إيجاد التكرار المتجمع الصاعد و النازل و التكرار النسبي و التكرار النسبي المتجمع الصاعد و النازل .

التمرين الرابع: قامت شركة luminox لإنتاج المصابيح الكهربائية بقياس مدة صلاحية 30 مصباح كهربائي في مخبر الشركة)بالساعة(تحت ضغط عادي وكانت النتائج كما يلي:

407	429	420	395	375	370	410	410	450	420

454	375	345	467	414	364	355	456	451	381
439	426	390	432	420	425	421	413	375	430

المطلوب:

- - تحديد المتغيرة الإحصائية.
- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية
- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد (ت م ص) و النازل (ت م ن)
- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد (ت ن م ص) و النازل (ت ن م ن)
- ما هي نسبة المصابيح التي لها على الأقل375ساعة كمدة صلاحية.
- تأكد من أن 50% من المصابيح لها مدة صلاحية تفوق أو تساوي 400ساعة .

التمرين الخامس: الجدول التالي يمثل توزيع قطع أرضية حسب المساحة

المساحة (م^2)	100-50	150-100	200-150	250-200	300-250
عدد القطع	25	40	70	40	25

المطلوب:

- تحديد المتغيرة الإحصائية.
- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد (ت م ص) و النازل (ت م ن)
- اوجد التكرار النسبي المتجمع الصاعد (ت ن م ص) و النازل (ت ن م ن)

- ما هي نسبة القطع التي تفوق مساحتها 150 م ^{2}.

- ما هو عدد القطع التي تقل مساحتها عن 200 م ^{2}.

عرض البيانات الإحصائية

(التمثيل البياني)

3-عرض البيانات الإحصائية)التمثيل البياني:(

تمهيد: يعتبر العرض البياني للبيانات الإحصائية بإشكال هندسية و رسوم بيانية إحدى الطرق البسيطة لتفحص البيانات وتحليلها و استخلاص بعض النتائج منها و تصورها و المقارنة بينها. ويهدف التمثيل البياني للمشاهدات إلى إعطاء فكرة واضحة عن أشكال التوزيعات التكرارية. تختلف طرق عرض البيانات الإحصائية حسب طبيعة البيانات المبوبة في شكل جداول تكرارية أو حسب طبيعة المتغيرة الإحصائية المدروسة أو حسب تصورات واضعها و هدفه من عرضها

و بشكل عام فان الرسوم الهندسية تستخدم في تمثيل بيانات المتغيرات النوعية، أما الرسوم البيانية فإنها تستخدم لتمثيل بيانات المتغيرات الكمية المبوبة في جداول توزيع تكراري. و عليه يمكن تقسيم الرسوم الهندسية و البيانية إلى ما يلي:

- المستطيلات و الدوائر

- الأعمدة البيانية لتمثيل متغيرة كمية متقطعة
- مدرجات و مضلعات و منحنيات لتمثيل متغيرة كمية مستمرة

1-3- **.المستطيلات و الدوائر:**تستخدم هذه الإشكال لتمثيل بيانات لمتغيرة نوعية أو كيفية

مثال3-1: مثل بيانيا بيانات الجدول)2.1 (المتعلق بتوزيع الطلبة حسب تخصصاتهم

الحل:

لتمثيل هذه البيانات بالدوائر نحول عدد الطلبة إلى وحدة قياس الزوايا الدرجات أو الغراد باستخدام القاعدة الثلاثية كما يلي:

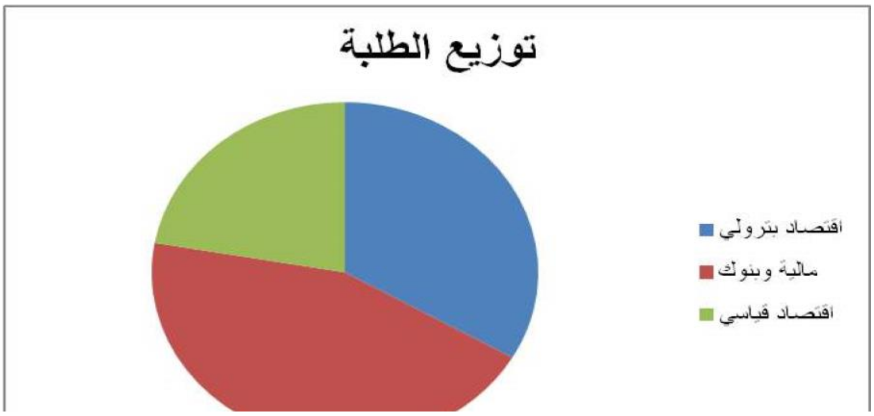
180طالب يقابلها 360 درجة

60 طالب يقابلها X

$$X = \frac{60 * 360}{180} = 120$$

بقية الحسابات في الجدول:

التخصص	عدد الطلبة	عدد الدرجات
اقتصاد بترولي	60	$\frac{60 * 360}{180} = 120$



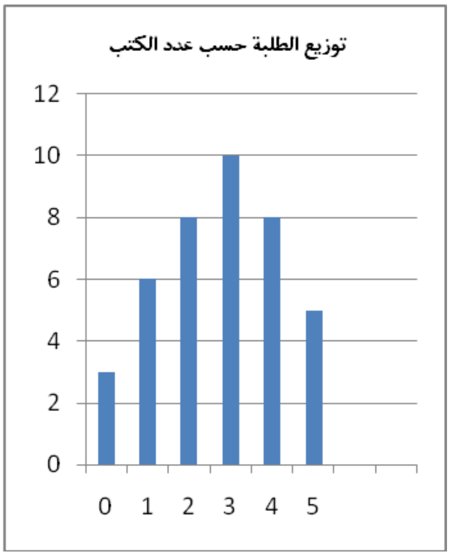
مالية وبنوك	80	$\frac{80*360}{180}=160$
اقتصاد قياسي	40	$\frac{40*360}{180}=80$
المجموع	180	360^{0}

الشكل البياني لتوزيع الطلبة حسب تخصصاتهم

ملاحظة: يمكن تحويل البيانات لأي شكل)مستطيل، مربع، اسطواني...(باستخدام القاعدة الثلاثية مقار مجموع البيانات بحجم أو مساحة الشكل المراد استخدامه للرسم.

2-3- . **الأعمدة البيانية:** يستخدم هذا الرسم لعرض بيانات المتغير الكمي المتقطع، تمثل المتغيرة على محور الفواصل والتكرارات على محور التراتيب كما يتضح من المثال التالي.

مثال3-2: الجدول التالي يبين توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد بترولي حسب عدد الكتب المعارة خلال السنة الدراسية 2017/2016



3-3- . مدرجات و مضلعات و منحنيات لتمثيل متغيرة كمية مستمرة:

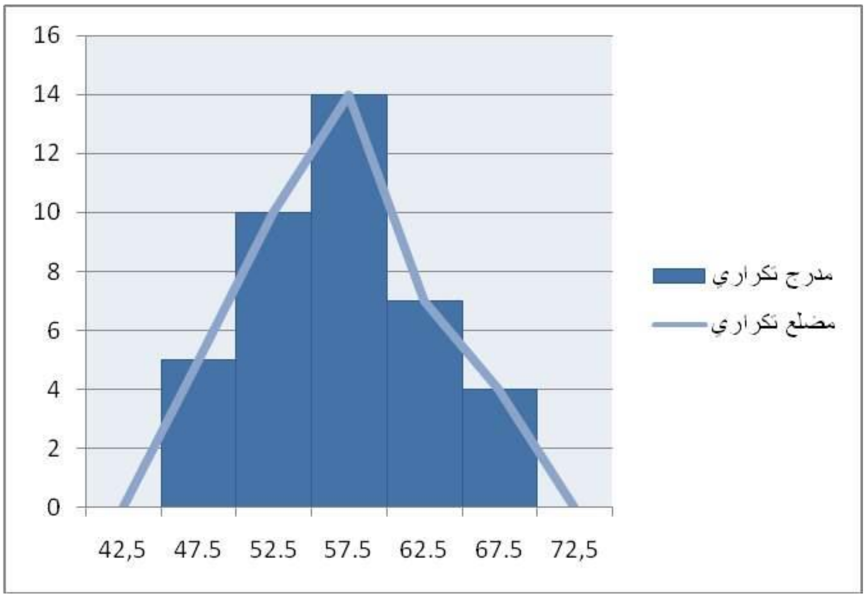
عدد الكتب	عدد الطلبة
0	3
1	6
2	8
3	10
4	8
5	5
المجموع	40

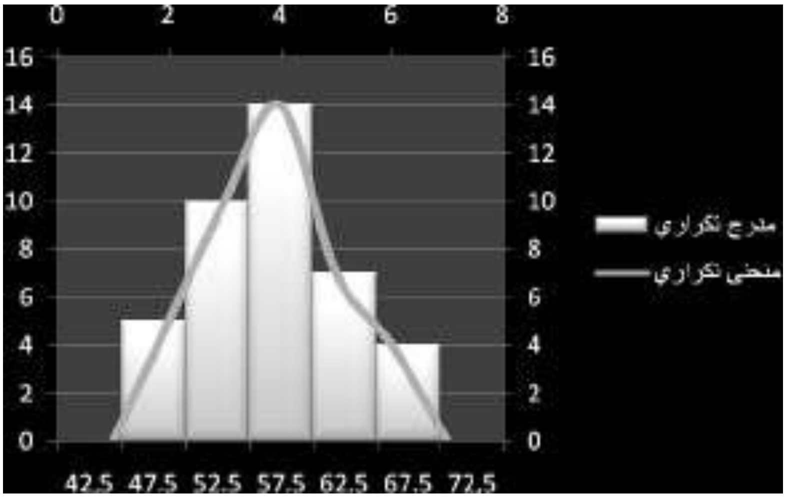
المدرج التكراري هو عبارة عن مستطيلات متلاصقة للتعبير عن خاصية الاتصال، ورسم المدرج خطوة مبدئية لرسم كل من المضلع التكراري و المنحنى التكراري، و يكون الرسم على معلم متعامد تكون فيه الفئات على محور الفواصل والتكرارات على محور التراتيب. أما المضلع التكراري فتمثل التكرارات (محور التراتيب) بدلالة مراكز الفئات (محور الفواصل). على أن نضيف فئتين معدومتي التكرار واحدة في بداية السلسلة و الأخرى في نهايتها حيث نربط مراكز الفئات بمستقيمات، بنفس الخطوات يرسم المنحنى التكراري على أن تربط مراكز الفئات بمنحنيات.

ملاحظة: المساحة تحت المدرج التكراري تساوي المساحة تحت المضلع التكراري

مثال3-3: توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد بترولي حسب أوزانهم

الأوزان	عدد الطلبة	مركز الفئة
50-45	5	47.5
55-50	10	52.5
60-55	14	57.5
65-60	7	62.5
70-65	4	67.5





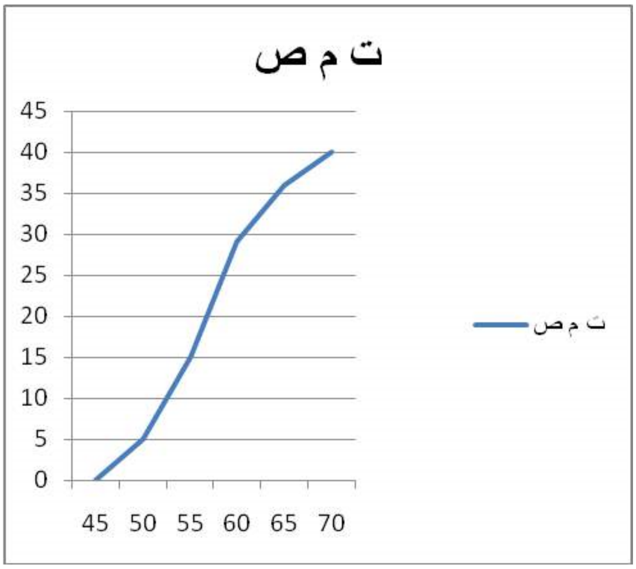
4-3- التكرار المتجمع الصاعد لمتغيرة مستمرة:

بعد حساب التكرار المتجمع الصاعد في عمود مخصص لذلك، يتم رسمه في الجانب الموجب لمعلم متعامد به الفئات)الحد الأعلى للفئة(على محور الفواصل و التكرار المتجمع الصاعد على محور التراتيب مع العلم أن الحد الأدنى للفئة الأولى تكرارها المتجمع الصاعد معدوم

الأوزان	عدد الطلبة	ت م ن
50-45	5	40
55-50	10	35
60-55	14	25
65-60	7	11
70-65	4	4

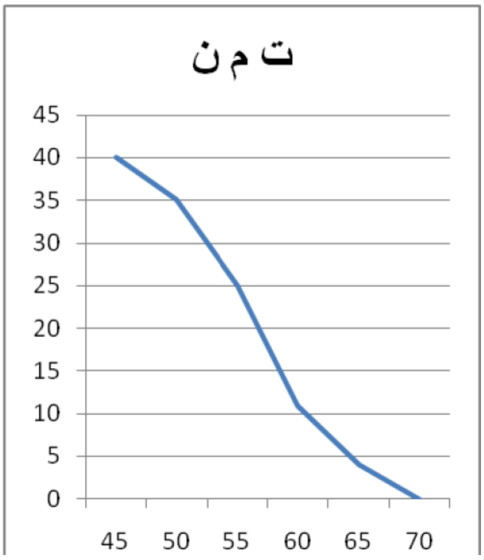
الأوزان	عدد الطلبة	ت م ص
50-45	5	5
55-50	10	15
60-55	14	29
65-60	7	36
70-65	4	40

مثال3-4: نأخذ نفس المثال السابق، توزيع طلبة العلوم



الاقتصادية تخصص اقتصاد بترولي حسب أوزانهم

ونحسب التكرار المتجمع الصاعد لكل فئة...



3-5- التكرار المتجمع النازل لمتغيرة مستمرة:

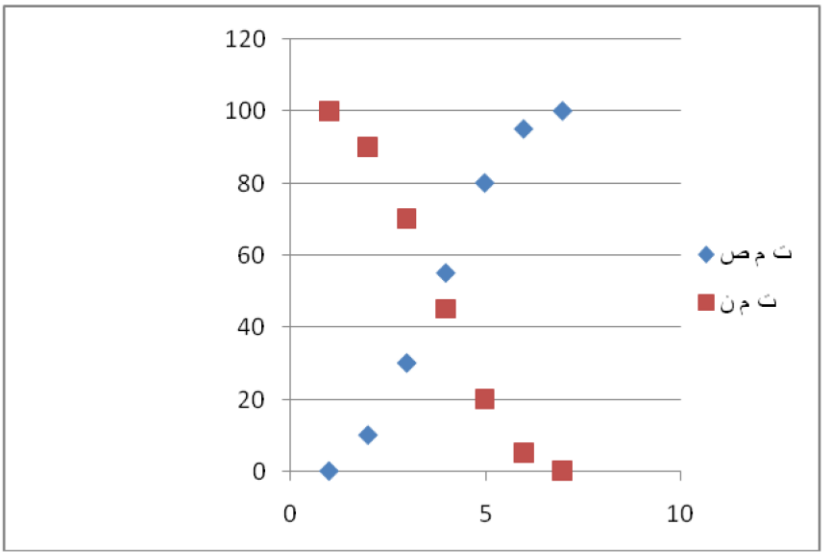
مثال3-5 : نأخذ نفس المثال السابق، توزيع طلبة العلوم الاقتصادية تخصص اقتصاد بترولي حسب أوزانهم ونحسب التكرار المتجمع النازل لكل فئة ...

3-6- التكرار المتجمع الصاعد و النازل لمتغيرة متقطعة:

مثال3-6: لتكن البيانات التالية:

- مثيل البياني للتكرار المتجمع الصاعد و النازل

الشكل البياني



X	n_i	E C C	E C D
1	10	0	100
2	20	10	90
3	25	30	70
4	25	55	45
5	15	80	20
6	5	95	5
7	0	100	0
$\sum$	100		

تمارين للمراجعة:

التمرين الأول:البيانات التالية تمثل عملية إحصاء لحالة مرضية جديدة في 1000 مستشفى في إحدى الدول الأوربية.

عدد المرضى	0	1	2	3	4	5
عدد المستشفيات	50	150	350	300	100	50

المطلوب:

- مثل بيانيا هذا التوزيع
- اوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل و مثلهم بيانيا

التمرين الثاني: ليكن التوزيع التكراري التالي:

الفئات	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50
التكرارات	3	7	10	8	2

المطلوب:

- ارسم المدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى التكراري.

- اوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل و مثلهم بيانيا

التمرين الثالث: الجدول التالي يمثل إنتاج مزرعة من التمور)بالقنطار(حسب نوعيتها.

نوع التمر	غرس	دقلة	تافزوين	تاكرموست	تانصليت	اخرى
الكمية	25	35	10	10	8	12

المطلوب: التمثيل البياني لهذا التوزيع.

االتمرينالرابع:لجدول التالي يمثل توزيع قطع أرضية حسب المساحة

المساحة)م^2(	100-50	150-100	200-150	250-200	300-250
عدد القطع	25	40	70	40	25

المطلوب: - التمثيل البياني لهذا التوزيع

- اوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل و مثلهم بيانيا

.

مقاييس النزعة المركزية

4-مقاييس النزعة المركزية(Mesures de Position)

تمهيد: تختلف مقاييس النزعة المركزية باختلاف طرق تحديدها، هناك المقاييس التي تعتمد على التكرار، و المقاييس التي تعتمد على الحساب و المقاييس التي تعتمد على الموقع ،على ذلك تم تقسيم هذا الفصل مع سرد عيوب ومزايا كل مقياس.

1-4-**المقاييس التي تعتمد على التكرار**: المنوال) Mode(ويرمز له بالرمز M_oو يحسب المنوال حسبحالة البيانات و طبيعة المتغير الإحصائية.

1-1-4- **بيانات غير مبوبة:**

المنوال: هو القيمة الأكثر تكرار ا أو الأكثر شيوعا لمجموعة من البيانات. يمكن توضيح ذالك بالأمثلة التالية:

مثال 4-1: لتكن البيانات التالية: 1. 2. 4. 5. 4. 2. 7. 4. 6. 5. 4. 8. 4. 9. 4. 7. 4. المنوال هو:

$M_o=4$

مثال4- 2: إذا كان لدينا القيم التالية: 5. 2. 4. 5. 5.4. 7. 4. 6. 5. 4. 5. 8. 4 .يوجد منوالان:

$M_{o1}=4$و.$M_{o2}=5$

مثال4- 3: لتكن البيانات التالية: 6. 5. 4. 1. 8. 3. 9. 7. لا يوجد منوال.

2-1-4- **ببنات مبوبة متغيرة متقطعة:**

المنوال هو القيمة المقابلة لأكبر تكرار.

المتغير) عدد الأولاد(	التكرار) عدد الأسر(
0	2
1	5
2	9
3	11
4	15
5	8
المجموع	50

مثال4-4: اوجد المنوال لتوزيع الأسر حسب عدد الأولاد ل 50أسرة .

القيمة المقابلة لأكبر تكرار)15(هي:4

المنوال يساوي: $M_O = 4$

4-1-3- بيانات مبوبة متغيرة مستمرة:

للمنوال في هذه الحالة عدة تعار يف.

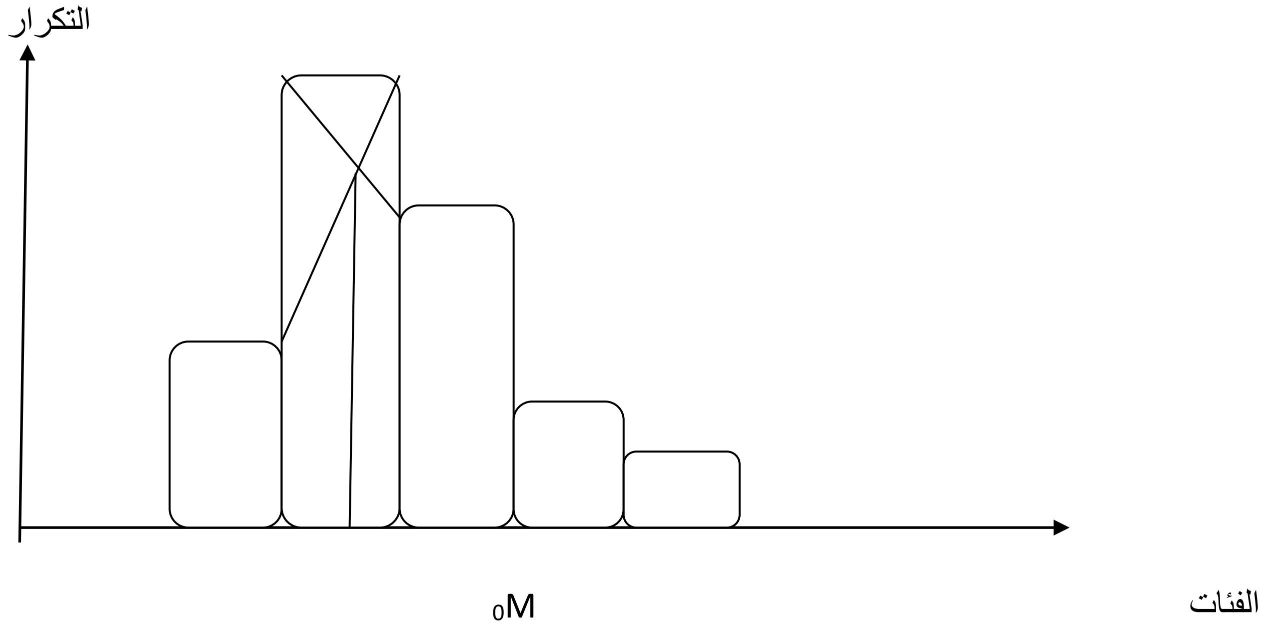
- يمكن قبول)تقدير(مركز الفئة المنوالية كمنوال، خاصة إذا كانت الفئة المنوالية هي الفئة الأولى أو الأخيرة. و الفئة المنوالية هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار .
- استخراج المنوال من الرسم البياني:

نحدد أولا الفئة المنوالية.

نصل حدها الأعلى بالحد الأعلى للفئة السابقة و نصل حدها الأدنى بالحد الأدنى للفئة ألاحقة.

نسقط نقطة التقاطع على محور الفئات نحصل على المنوال.

الشكل رقم) 1-4(: إيجاد المنوال بالرسم



- حساب المنوال: نعتمد في حساب المنوال في هذه الحالة على الفئة المنواليةو الفئتين السابقة و ألاحقة و نستخدم العلاقة المستنتجة أصلا من الرسم.

$$M_O = LICM + \frac{\Delta_1}{\quad} lc \ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

$\Delta_1 + \Delta_2$

حيث:

M_O: المنوال.

$LICM$: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

Δ_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة.

Δ_2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة.

lc: طول الفئة.

مثال4-5: الجدول التالي يمثل توزيع الإنتاج السنوي للنمور) بالقنطار(لمجموعة من البساتين الفلاحية) واحد هكتار لكل بستان(في محيطات حاسي بن عبد الله.

فئات الإنتاج بالقنطار	5-	10-	15-	20-	25-	30-	40-35	المجموع
عدد البساتين	2	8	12	30	26	12	10	100

المطلوب إيجاد المنوال لهذا التوزيع؟

أولا تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة: 20-25

ثانيا حساب المنوال بالعلاقة: $M_O = 20 + \frac{(30-12)}{(30-12)+(30-26)} \times 5 = 24.09$

•عيوب ومزايا المنوال:

أولا: عيوب المنوال

1. نجد بعض التوزيعات التي لا تحتوي على منوال أو لهل أكثر من منوال.

2. يتأثر بأخطاء المعاينة.

3. لا يعتمد في إيجاده على كافة البيانات.

4. لا يخضع للعمليات الجبرية .

ثانيا: مزايا المنوال

1. سهل الفهم و الحساب.

2. لا يتأثر بالقيم المتطرفة)الشاذة(

3. يستخدم في أيجاد النزعة المركزية للبيانات الكيفية.

4. لا يتأثر بالبيانات المفتوحة في طرفي التوزيع.

4-2- المقاييس التي تعتمد على الحساب:

من المقاييس التي تعتمد في إيجادها على الحساب: المتوسط الحسابي، المتوسط ألتربيعي، المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي.

4-2-1- المتوسط الحسابي: (Moyenne Arithmétique)) يرمز له بالرمز $\bar{X}$ (يعرف المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات على انه نسبة إجمالي البيانات إلى عددها. و يختلفحسابه باختلاف طبيعة المتغيرة المدروسة، و مبوبة آو غير مبوبة.

أ- **المتوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة:** لتكن $x_1.x_2$ ....x_n. سلسلة بيانات من nمشاهدة، فإن

متوسطها الحسابي هو: $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + ...X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

مثال4-6: احسب المتوسط الحسابي للبيانات التالية: 2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20

$$\bar{X} = \frac{2+3+5+8+10+12+14+16+20}{9} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = 10$$

المتوسط الحسابي

ب- **المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة متغيرة كمية متقطعة:** لتكن المتغيرة X القيم $x_1 . x_2$ ....x_k.

التي تأخذها المتغيرة و $n_1 . n_2$ . ...n_k تكرارات هذه القيم لسلسلة بيانات من n مشاهدة ،

متوسطها الحسابي هو:

$$\bar{X} = \frac{n_1X_1+n_2X_2+......+n_kX_k}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i}{n}$$

مثال4-7: الجدول الموالي يمثل توزيع الأسر حسب عدد الأولاد لحي يتكون من 50أسرة.

عدد الأولاد (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	المجموع
عدد الأسر(n_i)	1	4	6	9	10	8	7	5	50
X_i ni	0	4	12	27	40	40	42	35	172

$$\sum_{i=1}^{k} n_i X_i = 200$$

متوسطها الحسابي هو: $\bar{X} = \frac{\;}{n} = \frac{\;}{50} = 4$

ت- **المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة متغيرة كمية مستمرة:** لتكن المتغيرة X موزعة في جدول توزيع تكراري يحتوي l فئة و لتكن $x_1 . x_2 ....x_l$ مراكز هذه الفئات و $n_1 . n_2 . ...n_l$ تكرارات هذه الفئات ولتكن n تمثل إجمالي التكرارات أي أن: $(n = \sum_{i=1}^{l} n_i)$ متوسطها الحسابي هو:

$$\bar{X} = \frac{n_1X_1 + n_2X_2 + \dots + n_lX_l}{n} = \frac{\sum_{j=1}^{l} n_jX_j}{n}$$

مثال4-8: المطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لبيانات المثال5.

فئات الإنتاج بالقنطار	-5	-10	-15	-20	-25	-30	40-35	المجموع
عدد البساتين n_j	2	8	12	30	26	12	10	100
مركز الفئة x_j	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	
$n_j . x_j$	15	100	210	675	715	390	375	2480

المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^{l} n_jX_j}{n} = \frac{2480}{100} = 24.8$

100 $\quad n$

ث- **المتوسط الحسابي بطريقة الانحراف عن الوسط الفرضي**:ليكن $x_1\ x_2 \ldots\ldots x_n$ سلسلة بيانات من nمشاهدة.

و ليكنx_0وسط فرضي، و e_iانحراف المشاهدات عن الوسط الفرضي x_0 أي:

$$e_i = x_i - x_0 \Rightarrow \sum e_i = \sum (x_i - x_0) \Rightarrow \sum e_i = \sum x_i - n x_0$$

$$\frac{\sum e_i}{n} = \frac{\sum x_i}{n} - \frac{n x_0}{n} \Rightarrow \bar{e} = \bar{x} - x_0 \Rightarrow \bar{x} = \bar{e} + x_0$$

و هذه العلاقة تنطبق على كل حالات البيانات متقطعة، مستمرة، مبوبة ، و غير مبوبة.

مثال4-9: المطلوب إيجاد المتوسط الحسابي بطريقة الانحراف عن وسط فرضي مقداره5.27

لبيانات المثال5

فئات الإنتاج بالقنطار	-5	-10	-15	-20	-25	-30	40-35	المجموع
عدد البساتينn_j	2	8	12	30	26	12	10	100
مركز الفئة x_j	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	
$e_j = x_j - x_0$	20-	15-	10-	5-	0	5	10	

270-	100	60	0	150-	120-	120-	40-	$n_j e_j$

$\square_{n\ x}$ =

- حساب متوسط الانحرافات: 2.7 □□ e ^{j} □ ^{j}

n

- حساب المتوسط الحسابي:8. □ $24x$□e□x_0 □□2.7□27.5

ج- المتوسط الحسابي المبتور la moyenne tronquée

يستخدم المتوسط الحسابي المبتور في حالة بيانات تحتوي على مشاهدة شاردة غير متوافقة مع بقية

البيانات.

مثال4-10: البيانات التالية تمثل توزيع عشرون طالبا حسب أطوالهم بالأمتار

1.601.551.601.551.681.651.601.551.601.65
1.601.58.2201.601.551.601.551.68.1521.60

نلاحظ: لحساب المتوسط الحسابي المبتور نحذف طول الطالب الذي قياسه: 220. م من المجموع.

تتحصل على:

المتوسط الحسابي المبتور : $\bar{X}_t = \frac{\sum_{j=1}^{l} X_j}{n} = \frac{60.1}{19} = 30.44$

- **خواص المتوسط الحسابي:**

أ- سهل الفهم و الاستيعاب و الحساب

و يستخدم في حسابه جميع القيم.

ب- مجموع انحرافاتالمشاهدات

آو

القيم $X_1.X_2.X_3.X_4.....X_n$ عن المتوسط الحسابي $\bar{X}$ يساوي صفر أي أن:

$$\sum^{n} (X_i - \bar{X}) = 0$$

ت- مجموع مربعات انحرافات

قيم المتغيرة

الإحصائية عن وسطها الحسابي: $\sum (X_i - \bar{X})^2 \leq \sum (X_i - X_K)^2 \ldots K = 1.2\ldots n.$

ث- إذا كان لدينا متغيران

إحصائيان: X.Yو عرفنا

متغيرا ثالثا Z حيث: Z=X Y فان: $Z X Y$

ج- يتأثر بالقيم المتطرفة، في هذه الحالة يحسب

المتوسط الحسابي المبتور الذي لا يشمل القيمة المتطرفة.

ح- يتأثر بالبيانات المبوبة لمتغيرة مستمرة التي لها

الفئة الأولى المفتوحة من الأسفل والفئة الأخيرة مفتوحة منن الأعلى..

4-2-2- **المتوسط ألتربيعي**: **(Moyenne Quadratique)** يرمز له بالرمزQ(يعرف المتوسط ألتربيعي لمجموعة من البيانات على انه الجذر ألتربيعي لمتوسط مربعات البيانات و يختلف حسابه باختلاف طبيعة المتغيرة المدروسة، و مبوبة آو غير مبوبة.

أ-**المتوسط ألتربيعي لبيانات غير مبوبة**: لتكن $x_1.x_2$ ....x_n. سلسلة بيانات من nمشاهدة ،

فإنمتوسطها ألتربعي هو: $Q = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}}$

مثال4-11: احسب المتوسط ألتربيعي للبيانات التالية: 2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_I^2}{n}} = \sqrt{\frac{2^2+3^2+5^2+8^2+10^2+12^2+14^2+16^2+20^2}{9}} \approx 11.53$$

ب-**المتوسط ألتربيعي لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة**: لتكن المتغيرة الكمية المتقطعة X و التي تأخذ

القيم $x_1 . x_2 . \ldots . x_k$ و التي تكراراتها هي: $n_1 . n_2 . \ldots\ldots\ldots n_k$ حيث: $\left(\sum_{i=1}^{k} n_i = n\right)$ فان

متوسطهاألتربيعي:

$$Q = \sqrt{\frac{n_1X_1^2 + n_2X_2^2 + \ldots + n_kX_k^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_iX_I^2}{n}}$$

مثال 4-12:حساب المتوسط ألتربيعي للبيانات التالية:

X	1	3	5	7	المجموع
N	15	20	15	10	60

$$\sqrt{\frac{1060}{60}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_iX_I^2}{n}}$$

nx^2	15	180	375	490	1060

$Q \approx 4.2$

ت- **المتوسط ألتربيعي لبيانات مبوبة متغيرة مستمرة:** لتكن المتغيرة الكمية المستمرة X موزعة على

فئات مراكزها: $x_1.x_2. \dots . x_L$ والتي تكراراتها هي: $n_1 . n_2 . \dots\dots\dots n_L$ حيث:

$(\sum_{i=1}^{l} n_i = n)$ و X_J مركز الفئة J و n_J تكرار الفئة J فإن متوسطها ألتربيعي:

$$Q = \sqrt{\frac{n_1X_1^2 + n_2X_2^2 + \dots + n_LX_L^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{J=1}^{L} n_J X_J^2}{n}}$$

مثال 4-13: حساب المتوسط ألتربيعي للبيانات المثال5:

المجموع	40-35	-30	-25	-20	-15	-10	-5	فئات الإنتاج بالقنطار
100	10	12	26	30	12	8	2	عدد البساتين n_j
	37.5	32.5	27.5	22.5	17.5	12.5	7.5	مركز الفئة x_j
66625	14062.5	12675	19662.5	15187.5	3675	1250	112.5	$n_j . x_j^2$

$$\sqrt{\frac{\sum_{J=1}^{L} n_J X_J^2}{n}} = \sqrt{\frac{66625}{100}}$$

$$Q \approx 25.81$$

•خواص المتوسط ألتربيعي:

أ- صعب الفهم.

ب- يستخدم في حسابه جميع القيم) موجبة، سالبة، معدومة.(ت-يستخدم أكثر في

مجال الفيزياء.

3-2-4- المتوسط الهندسي: (Moyenne Géométrique))يرمز له بالرمزG(يعرف المتوسط الهندسي لمجموعة من البيانات بأنه الجذر النوني لجداءات المشاهدات، و لوغاريتم المتوسط الهندسي هو المتوسط الحسابي للوغاريتمات المشاهدات. و يختلفحسابه باختلاف طبيعة المتغيرة المدروسة، و مبوبة آو غير مبوبة.

أ-المتوسط الهندسي لبيانات غير مبوبة: لتكن $x_1.x_2$ ....x_n. سلسلة بيانات من nمشاهدة، فإن متوسطها الهندسي هو:

$$G = \sqrt[n]{\prod_{I=1}^{n} X_I} = \left(X_1.X_2.......X_n\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$LogG = \frac{\sum_{i=1}^{n} LogX_i}{n}$$

مثال4-14: اوجد المتوسط الهندسي للبيانات التالية: 2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20

لمتوسط الهندسي: G=11.15

ب- **المتوسط الهندسي لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة: إذا كانت** $X_1.X_2........X_K$ **قيم** المتغير المتقطع X

و $n_1.n_2......n_k$ تكراراتها يعرف المتوسط الهندسي بالعلاقة:

$$G = \sqrt[n]{\prod_{I=1} X_i^{n_i}} = \sqrt[n]{(X_1)^{n_1}.(X_2)^{n_2}....(X_k)^{n_k}}$$

$$LogG = \frac{\sum_{i=1}^{K} n_i LogX_i}{n}$$

مثال4-15:حساب المتوسط الهندسي للبيانات التالية:

X	1	3	5	7	المجموع
N	15	20	15	10	60
Nlogx	0	9.54	10.48	8.45	28.48

$$LogG = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i LogX_i}{n} = \frac{28.48}{60} = 0.47 \Rightarrow G = 2.98$$

ت- **المتوسط الهندسي لبيانات مبوبة متغيرة مستمرة: إذا كانت** $X_1.X_2........X_L$ **قيم** مراكز الفئات لتوزيع تكراري من L فئة للمتغير المستمر X و $n_1.n_2......n_L$ تكراراتها يعرف المتوسط الهندسي بالعلاقة:

$$G = \sqrt[n]{\prod_{J=1}^{L} X_J^{n_J}} = \left[(X_1)^{n_1}.(X_2)^{n_2}....(X_L)^{n_k}\right]^{\frac{1}{n}} \Rightarrow LogG = \frac{\sum_{J=1}^{L} n_J LogX_J}{n}$$

مثال 4-16: حساب المتوسط الهندسي للبيانات المثال5:

فئات الإنتاج بالقنطار	-5	-10	-15	-20	-25	-30	40-35	المجموع
عدد البساتين n_j	2	8	12	30	26	12	10	100
مركز الفئة x_j	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	
$n_J LogX_J$	1.75	8.77	14.91	40.56	37.42	18.14	15.74	137.31

$$LogG = \frac{\sum_{J=1}^{L} n_J LogX_J}{n} : \quad = \frac{137.31}{100} = 1.3731 \Rightarrow G = 10^{1.3731} = 23.61$$ المتوسط الهندسي

- **خواص**

المتوسط الهندسي:

أ- صعب الفهم و الحساب.

ب- تستخدم في حسابه جميع القيم المعطاة.

ت- يستخدم في حساب نسب الزيادة في الظواهر كالمبيعات و الأسعار و الأرقام القياسية.

ث- مجموع انحرافات لوغاريتمات قيم المتغيرة المدروسة عن لوغاريتم متوسطها الهندسي يساوي صفر .

ج- لا يجب أن تأخذ قيمة من قيم المتغيرة الإحصائية الصفر.

4-2-4- المتوسط التوافقي:(Moyenne Harmonique)) يرمز له بالرمز H(يعرف المتوسط التوافقي لمجموعة من البيانات على انه مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوبات المشاهدات.أي أن مقلوب المتوسط التوافقي هو المتوسط الحسابي لمقلوبات البيانات.ويحسب رياضيا حسب الحالات التالية:

أ-

المتوسط التوافقي لبيانات غير مبوبة: إذا كانت m، $X_1. X_2. X_3. ....X_m$ قيمة لمتغيرة X فان متوسطها التوافقي هو :

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{X_i}} = \frac{n}{\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+\dots+\frac{1}{X_m}}$$

$$H = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_m}} \quad \text{أو} \quad H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}}$$

مثال4-17:اوجد المتوسط التوافقي للباتات التالية: 2. 3. 5. 8. 10. 12. 14. 16. 20.

$$H_m = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}} = \frac{9}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \frac{1}{16} + \frac{1}{20}} = 5.89$$

ب- المتوسط التوافقي لبيانات مبوبة متغيرة متقطعة: **إذا كانت** $X_1.X_2........X_K$ **قيم** المتغير المتقطع X و $n_1.n_2......n_k$ تكراراتها يعرف المتوسط التوافقي بالعلاقة:

$$H_m = \frac{n}{\frac{n_1}{X_1} + \frac{n_2}{X_2} + \dots + \frac{n_k}{X_k}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{X_i}}$$

مثال4-18: حساب المتوسط التوافقي للبيانات التالية:

X	1	3	5	7	المجموع
N	15	20	15	10	60
n/x	15/1	20/3	15/5	10/7	26.1

المتوسط التوافقي: 3.m.2

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1} \frac{n_i}{X_i}} = \frac{60}{\frac{15}{1}+\frac{20}{3}+\frac{15}{5}+\frac{10}{7}} = \frac{60}{26.1}$$

ت-**المتوسط التوافقي لبيانات مبوبة متغيرة مستمرة: إذا كانت** $X_1.X_2........X_L$ **قيم** مراكز الفئات لتوزيع تكراري من L فئة للمتغير المستمر X و $n_1.n_2......n_L$ تكراراتها يعرف المتوسط التوافقي بالعلاقة:

$$H = \frac{n}{\sum_{J=1} \frac{n_i}{X_i}} = \frac{n}{\frac{n_1}{X_1}+\frac{n_2}{X_2}+...+\frac{n_L}{X_L}}$$

مثال 4-19: حساب المتوسط التوافقي للبيانات المثال5:

فئات الإنتاج بالقنطار	5-	10-	15-	20-	25-	30-	35-40	المجموع

عدد البساتين n_j	2	8	12	30	26	12	10	100
مركز الفئة x_j	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	
n_J / X_J	2/7.5	8/12.5	12/17.5	30/22.5	26/27.5	12/32.5	10/37.5	4.51

المتوسط التوافقي: $H = \frac{100}{4.51} = 22.18$

•خواص المتوسط التوافقي:

أ- تستخدم في حسابه جميع البيانات المتاحة.

ب- صعب الحساب و الفهم و الاستيعاب.

ت- يتأثر بالقيم السالبة و المعدومة.

ملاحظة: لهذه المتوسطات الأربع صفة مشتركة تتمثل في استخدام جميع البيانات و وجد أن:

$$Q \geq \bar{X} \geq G \geq H$$

علما أن المساواة تحقق في حالة واحدة فقط إذا كانت جميع القيم متساوية.

3-4-المقاييس التي تعتمد على الموقع:

يشار إلى الوسيط و الربيعيات و العشريات و المأويات بالمقاييس التي تعتمد في إيجادها على الموقع و هي تسمية مشتقة من الطريقة التي تعرف بها هذه المقاييس، و بالتالي فان حساب هده المقاييس يتطلب ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ثم تحديد المقياس حسب الحالة.

4-3-1- الوسيط: (Mediane) يرمز له بالرمز Me ويعرف على انه القيمة الوسطى لقيم مرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا، أي عدد القيم الأقل منها يساوي عدد القيم الأكبر منها، أو انه القيمة التي اقل منها 50% من القيم،

أ- **الوسيط لبيانات غير مبوبة عدد القيم n فردي**: يعرف الوسيط على انه القيمة ذات الرتبة:

$$\frac{n+1}{2}$$

مثال4-20: إذا كانت لدينا البيانات التالية: 7. 11. 2. 15. 5. 13. 9. إننا نرتبها ترتيبا تصاعديا: 2. 5. 7. 9. 11. 13. 15 و الوسيط هو القيمة التي ترتيبها: $\frac{7+1}{2}=4$ و بالتالي

فإن الوسيط هو: Me=9.

ب- **الوسيط لبيانات غير مبوبة عدد القيم n زوجي: يعرف الوسيط على انه القيمة التي تتوسط**

القيمة ذات الرتبة: $\frac{n}{2}$ **و القيمة ذات الرتبة:** $\frac{n+1}{2}$

مثال4-20: إذا كانت لدينا البيانات التالية: 7. 11. 2. 15. 5. 13. 9. 17. إننا نرتبها ترتيبا تصاعديا: 2. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. و الوسيط هوا لقيمة التي توسط القيم(9 و 11)

و بالتالي فإن الوسيط: Me=10

ت- **الوسيط لبيانات مبوبة** متغيرة متقطعة: **إذا كانت** $X_1.X_2........X_K$ **قيم** المتغير المتقطع X

و $n_1.n_2......n_k$ تكراراتها لإيجاد الوسيط نقوم بالخطوات التالية:

1- إيجاد التكرار التجمع الصاعد.

2- تحديد رتبة الوسيط. $\frac{n}{2}$

3- استخراج الوسيط مباشرة من الجدول باعتباره القيمة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الذي يحوي رتبة الوسيط.

مثال4-21: حساب الوسيط للبيانات التالية:

X	n	ECC
1	15	15
3	20	35
5	15	50
7	10	60
$\sum$	60	

رتبة الوسيط= 30

فئة الوسيط هي الفئة الثانية

الوسيط= 3Me=

ث-**الوسيط لبيانات مبوبة** متغيرة مستمرة**: إذا كانت** $X_1.X_2........X_L$ **قيم** مراكز الفئات لتوزيع تكراري من L فئة للمتغير المستمر X و$n_1.n_2......n_L$تكراراتها لإيجاد الوسيط نتبع الخطوات التالية:

1- أيجاد التكرار المتجمع الصاعد.

2- تحديد رتبة الوسيط

3-.حديد فئة الوسيط وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد يحوي رتبة الوسيط.

4-. حساب الوسيط وفق العلاقة: $Me = L + \frac{\frac{n}{2} - ECC_{-1}}{ECCMe - ECC_{-1}} . EC$

L: الحد الأدنى لفئة الوسيط.

ECC_{-1}: التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة.

ECCMe: التكرار المتجمع الصاعد لفئة الوسيط.

EC: طول الفئة.

مثال4-22: احسب الوسيط للبيانات التالية:

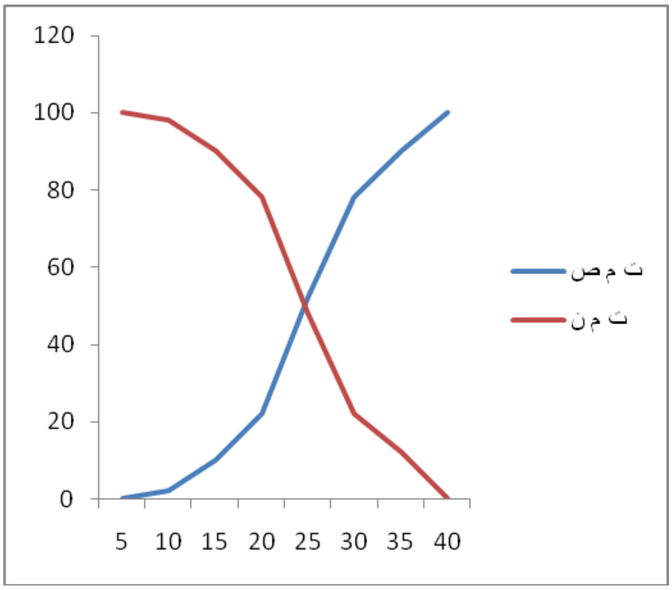
فئات الإنتاج بالقنطار	-5	-10	-15	-20	-25	-30	40-35	المجموع
عدد البساتين n_j	2	8	12	30	26	12	10	100
ECC	2	10	22	52	78	90	100	

رتبة الوسيط:50

فئة الوسيط: 20-25

الوسيط= $Me = 20 + 5 . \frac{50-22}{52-22} = 24.66$

إيجاد الوسيط بيانيا: نحصل على الوسيط بيانيا من إسقاط نقطة تقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد و منحنى التكرار المتجمع النازل على محور السينات) الفئات(.الشكل)02(



4-3-2- **الربيعيات: Quartile** إذا قسمنا البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا إلى أربع أجزاء نحصل على ثلاث ربيعيات، الربيع الأول ويرمز له بالرمز Q_1 وهو القيمة التي تفوق 25% من البيانات وتقل عن 75% من البيانات، و رتبته n/4.الربيع الثالث يرمز له بالرمزQ_3 و وهو القيمة التي تفوق 75% من البيانات وتقل عن 25% من البيانات، ورتبته 3n/4. و الربيع الثاني يساوي الوسيط.

4-3-3- **العشيرات:Décile**إذا قسمنا البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا إلى عشرة أجزاء نحصل على تسع عشيرات ، العشري الأول ويرمز له بالرمز D_1 وهو القيمة التي تفوق 10% من البيانات وتقل عن90% من البيانات، و رتبته n/10. ثم يليه العشري الثاني إلى غاية العشري التاسع (D_2....D_8.D_9)رتلها على التوالي (2n/10.....9n/10.8n/10) و العشري الخامس يساوي الوسيط.

4-3-4- **المئينات: Centile** إذا قسمنا البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا إلى مئة جزء نحصل على تسع وتسعون مئين، المئين الأول ويرمز له بالرمز C_1 وهو القيمة التي تفوق 1% من البيانات وتقل عن99% من البيانات، و رتبتهn/100. ثم يليه 98 مئين من)C....C98.C99)2(و رتبها على التوالي)99n/100.98n/100.....2n/100(و المئين الخمسين يساوي الوسيط.

تحسب جميع هذه المقاييس للبيانات المبوبة بالعلاقة التالية:

$$X = L + \frac{ClX - ECC_{-1}}{ECCX - ECC_{-1}} \cdot EC$$

L: الحد الأدنى لفئة الوسيط .

X: المقياس المراد حسابهClX: رتبة المقياس المراد حسابه.

ECC_{-1}: التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة.

ECCX: التكرار المتجمع الصاعد لفئة القياس المراد حسابه.

EC: طول الفئة.

مثال 4-23: احسب الربيع الأول و الثالث،العشير الأول و الثامن و المئين العشرون والخامس و التسعون للبيانات التالية:

فئات الإنتاج بالقنطار	5-	10-	15-	20-	25-	30-	35-	المجموع
	10	15	20	25	30	35	40	

100	10	12	26	30	12	8	2	عدد البساتين n_j
	100	90	78	52	22	10	2	ECC

1- الربيع الأول:

رتبته = 25 ، فئته = 25-20

$$Q_1 = 20 + \frac{25-22}{52-22} * 5 = 20.5$$

2- الربيع الثالث:

رتبته = 75، فئته = 30-25

$$Q_3 = 25 + \frac{75-52}{78-52} * 5 = 29.42$$

3- العشير الأول:

رتبته = 10 فئته = 15-10

$$D_1 = 10 + \frac{10-2}{10-2} * 5 = 15$$

4- العشير الثامن:

رتبته = 80 ، فئته = 30-

$$D_8 = 30 + \frac{80-78}{90-78} * 5 = 30.83$$

5- المئين

العشرون: رتبته= 20 ، فئته = 15-20

$$C_{20} = 15 + \frac{20-10}{22-10} * 5 = 19.16$$

6- المئين الخامس

و التسعون: رتبته = 95، فئته = 35-40

$$C_{95} = 35 + \frac{95-90}{100-90} * 5 = 37.5$$

- **خصائص**

الوسيط:

أ- صعب الحساب و الفهم

ب- لا يأخذ بعين الاعتبار جميع البيانات

ت- لا يتأثر

بالقيم

المتطرفة

ث- يستحسن

استخدامه للتوزيعات المفتوحة

تمارين للمراجعة:

التمرين الأول: ليكن المقدار X حيث: $X = 2X_1 + 3X_2$، نتائج قياس كل من X_1 و X_2 أعطت ما يلي

$X_1 = 3$ ، 5، 7 $X_2 = 1$ ، 3 ، 5

1. احسب المتوسط الحسابي والمتوسط الهندسي و المتوسطألتربيعي والمتوسط التوافقي للمقدار X_2
2. احسب المتوسط الحسابي للمقدار X ؟

التمرين الثاني: في إطار تقديم المساعدات إلى العائلات المعوزة أخذت مصالح الإحصاء البلدية عيينة من 100عائلة من ذوي الدخل المحدود و أحصت عدد الأولاد في كل عائلة حسب الجدول التالي:

عدد الأولاد	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد ا لعائلات	2	4	6	8	10	12	18	20	14	4	2

- احسب المنوال، الوسيط، والمتوسط الحسابي.
- اوجد الربيعيات الأول و الثالث.
- اوجد العشري الثاني و العشري التاسع.

- اوجد المئين الثلاثون و المئين السادس و الستون.

التمرين الثالث: الجدول التالي يبين توزيع 100 مستفيد من السكن لبلدية ورقلة حسب العمر :

العمر x_i	التكرار n_i
35-25	6
45-35	18
55-45	20
75-55	32
105-75	24
المجموع	100

1. حدد المجتمع الإحصائي , المتغير و طبيعته؟
2. احسب متوسط عمرا لمستفيدين, المنوال و الوسيط؟
3. اوجد عدد و نسبة المستفيدين اللذين أعمارهم اقل من 75 سنة ؟
4. احسب المتوسط الحسابي بطريقة الانحراف عن وسط فرضي قدره:40
5. احسب الربيع الأول و الثالث،العشير الثالث و الثامن.

التمرين الرابع: الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 100 أسرة في إحدى المدن الصغيرة حسب الاستهلاك الشهري من الطاقة الكهربائية)بالكيلووات(

فئات الاستهلاك الشهري	-50	-100	-150	-200	250- 300	المجموع
عدد الأسر	12	28	30	20	10	100

1. احسب كلا من المتوسط الحسابي والمتوسط الهندسي و المتوسطألتربيعي والمتوسط التوافقي
2. تحقق من العلاقة التي تربط هده المتوسطات.

التمرين الخامس: اختيرت عيينة من طلاب جامعة ورقلة حجمها 100 طالب ووجد أن أوزانهم)بالكيلوغرام(كما هي في الجدول التكراري التالي:

فئات الوزن بالكيلوغرام	-60	-65	-70	-75	85-80	المجموع
عدد الطلبة	22	28	35	8	7	100

1- احسب المنوال و الوسيط.

2- احسب المتوسط الحسابي بطرق مختلفة.

التمرين السادس: الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 1000تاخب حسب الفئات العمرية

الأعمار	**20- 40**	**40- 60**	**60- 80**	**المجموع**
عدد الناخبين	**401**	**368**	**231**	**1000**

1- احسب المنوال بطريقتين.

2- احسب الوسيط.و الربيع الأول و الثالث ة العشري السادس و المئوي التسعون.

3- احسب المتوسط الحسابي.

مقاييس التشتت

4- مقاييس

التشتت(Mesures de Dispersion)

تمهيد: يعرف التشتت على أنه قياس مدى تباعد البيانات عن بعضها البعض أو عن وسطها الحسابي ،يقاس التشتت المطلق بالمدى، المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، التباين .

وللمقارنة بين التوزيعات التكرارية نستبعد وحدات القياس باستخدام التشتت النسبي الذي يقاس بمعامل المدى، معامل الانحراف الربيعي، معامل الاختلاف.

5-1- مقاييس التشتت المطلق:

5-1-1. المدى:

étendue) (لتكن لدينا البيانات التالية: $X_1 . X_2 ...... X_n$ مرتبة ترتيبا تصاعديا، يعرف المدى على انه الفرق بين اكبر قيمة و اصغر قيمة $E = X_n - X_1$. أو في الحالة العامة: $E = X_{max} - X_{min}$

- **خواص المدى:**

. بسيط وسهل الفهم

. يتأثر بالقيم المتطرفة

.2-1-5 **المدى**

الربيعي: (étendue inter Quartile) يعرف المدى الربيعي بأنه الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول انظر المثال رقم: $EIQ=Q_3-Q1$

• **خواص**

المدى الربيعي:

. صعب الفهم و الحساب

. يشمل فقط 50% من القيم.

. لا يتأثر بالقيم المتطرفة.

.3-1-5 **الانحراف**

المتوسط: (écart moyenne) يعرف الانحراف المتوسط على انه متوسط انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي مأخوذة بالقيم المطلقة ويحسب حسب طبيعة البيانات:

1. **بيانات غير مبوبة**: يحسب الانحراف المتوسط لـn مشاهدةX_n ...... $X_1 .X_2$ بالعلاقة:

$$e_m = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n}$$

2. **بيانات مبوبة متغيرة متقطعة:** إذا كانت $X_1.X_2........X_K$ قيم المتغير المتقطع X و$n_1.n_2......n_k$

k

$$\frac{\sum n_i \left| X_i - \overline{X} \right|}{n}$$

تكراراتها يعرف الانحراف المتوسط بالعلاقة: $e_m =$

3. **بيانات مبوبة متغيرة مستمرة:** إذا كانت $X_1.X_2........X_l$ قيم المتغير المتقطع X و $n_1.n_2......n_l$

$$e_m = \frac{\sum_{j=1}^{l} n_j \left| X_j - \overline{X} \right|}{n}$$

تكراراتها يعرف الانحراف المتوسط بالعلاقة:

حيث X_j مركز الفئة **j**.

- **خواص** . **الانحراف المتوسط**:

أ- سهل الفهم و الحساب و التطبيق.

ب- يقيس مدى تباعد المشاهدات عن وسطها الحسابي.

ت- يعتم

د في

حساب على جميع المشاهدات.

4-1-5. الانحراف

المعياري:(**écart type**) يعتبر الانحراف المعياري أهم مقاييس التشتت و أكثرها استخداما ،بعرف على انه الجذر ألتربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي و يحسب حسب حالة البيانات المدروسة.

1. **يانات غبر مبوبة**: يحسب الانحراف المعياري لn مشاهدةX_n ...... $X_1 .X_2$ بالعلاقة:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n}}$$

2. **بيانات مبوبة متغيرة متقطعة:** إذا كانت $X_1.X_2........X_K$قيم المتغير المتقطع X و $n_1.n_2......n_k$ تكراراتها يعرف الانحراف المعياري بالعلاقة:

$$\sqrt{\frac{\sum n_i(X_i - \overline{X})^2}{n}}$$

3. **بيانات مبوبة متغيرة مستمرة:** إذا كانت $X_1.X_2........X_l$ قيم المتغير المتقطع X و $n_1.n_2......n_l$ تكراراتها يعرف الانحراف المعياري بالعلاقة:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} n_j (X_j - \overline{X})^2}{n}}$$

حيث X_j مركز الفئة j.

- **خواص الانحراف المعياري:**

أ- سهل الفهم و الحساب و التطبيق.

ب- يقيس مدى تباعد المشاهدات عن وسطها الحسابي.

ت- يعتمد في حسابه على جميع المشاهدات.

5-1-5. التباين:

(Variance) يعرف على انه متوسط مربعات انحرافات المشاهدات عن وسطعا الحسابي فهو مربع الانحراف المعياري أي أن: $V=\delta^2$

5-1. خواص التباين:

أ- نفس

خوا

ص

الانحراف المعياري.

ب- التباين

لا

: $V(X\pm C)=V(X)\pm V(C)=V(X)$ / أي X . يتأثر بجمع أو طرح مقدار ثابت من متغيرة

$V(C)=0$

ت- التباين

يتأثر

بضرب) أو قسمة(مقدار ثابت في المتغيرة X . أي: $V(aX)=a^2V(X)$

ث- وحسب

ب

علاقة

كونيغ(Formule de Koenig) فان التباين يساوي مربع المتوسط ألتربيعي منقوصا منه

مربع المتوسط الحسابي أي: $V = \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n} - \bar{X}^2 = Q^2 - \bar{X}^2$

البرهان:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_i - \overline{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_i^2 - 2X_i\overline{X} + \overline{X}^2)}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{k} 2X_i\overline{X}}{n} + \frac{\sum_{i=1}^{k} \overline{X}^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n} - 2\overline{X}^2 + \overline{X}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n} - \overline{X}^2$$

مثال 5-1: أوجد المدى و المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، التباين للبيانات التالية.

2519212914831175

أ- المد

ى

e=25-1=24

ب- المد

ى

الربيد

عي

أولا الترتيب التصاعدي: 12345781113192225

رتبة الربيع الأول: الرابع $Q_1=4$ و رتبة الربيع الثالث:التاسع$Q_3=31$ المدى الربيعي:

EIQ=13-9=4

ت- الانحراف

المتوسط

أولا حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{1+2+3+4+5+7+8+11+13+19+22+25}{12} = \frac{120}{12} = 10$$

ثانيا حساب الانحراف المتوسط:

$$e_m = \frac{\sum_{i=1}^{k} \left| X_i - \overline{X} \right|}{n} = \frac{|1-10|+|2-10|+|3-10|+|4-10|+|5-10|+}{12}$$

$$\frac{|7-10|+|8-10|+|11-10|+|13-10|+|19-10|+|22-10|+|25-10|}{12} = \frac{80}{12} = 6.66$$

التباين: من الأسهل حساب التباين قبل حساب الانحراف المعياري

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i^2}{n} - \overline{X}^2 = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+7^2+8^2+11^2+13^2+19^2+22^2+25^2}{12} - 10^2$$

$$V = \frac{1928}{12} - 100 = 160.66 - 100 = 60.66$$

ث- لانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{60.66} = 7.78$$

مثال 5-2: :في إطار تقديم المساعدات إلى العائلات المعوزة أخذت مصالح الإحصاء بالبلدية عيينة من 100عائلة من ذوي الدخل المحدود و أحصت عدد الأولاد في كل عائلة حسب الجدول التالي:

عدد الأولاد X	109876543210
عدد ا لعائلات n	5812181512108642

المطلوب:

- حساب المدى.
- حساب المدى الربيعي.
- حساب الانحراف المتوسط
- الانحراف المعياري و التباين.

الحل: قبل الإجابة على السؤال ننجز الجدول الموالي:

X	n	nX	$X-\bar{X}$	$(X-\bar{X})^2$	$n(X-\bar{X})^2$	$\lvert X-\bar{X}\rvert$	$n\lvert X-\bar{X}\rvert$	ECC
0	2	0	-5,74	32,9476	0	5,74	0	2
1	4	4	-4,74	22,4676	22,4676	4,74	4,74	6

2	6	12	-3,74	13,9876	27,9752	3,74	7,48	12
3	8	24	-2,74	7,5076	22,5228	2,74	8,22	20
4	10	40	-1,74	3,0276	12,1104	1,74	6,96	30
5	12	60	-0,74	0,5476	2,738	0,74	3,7	42
6	15	90	0,26	0,0676	0,4056	0,26	1,56	57
7	18	126	1,26	1,5876	11,1132	1,26	8,82	75
8	12	96	2,26	5,1076	40,8608	2,26	18,08	87
9	8	72	3,26	10,6276	95,6484	3,26	29,34	95
10	5	50	4,26	18,1476	181,476	4,26	42,6	100
		574			417,318		131,5	

أ-حساب المدى: e=10-10=0ب-حساب

المدى الربيعي:

1. إيجاد الربيع الأول و الثالث: رتبة الربيع الأول= Q_1=253، رتبة الربيع الثالث=75

Q_3=7

2. المدى الربيعي: $EIQ=Q_3-Q_1=7-4=3$

$$e_m = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \left| X_i - \bar{X} \right|}{n} = \frac{131.5}{...} = 1.315$$

ت-حساب الانحراف المتوسط:

100 n

ث- حساب الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{417.318}{100}} = \sqrt{4.17318} \approx 2.04$

ج- حساب التباين: $V = \sigma^2 = 4.17$

مثال5- 3: الجدول التالي يبين توزيع 100 مستفيد من السكن لبلدية ورقلة حسب العمر:

فئة العمر	35-25	45-35	55-45	65-55	75-65	المجموع
عدد المستفيدين n_i	16	18	24	30	12	100

1.اوجد المدى ، المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.

الحل: قبل الإجابة على الأسئلة ننجز الجدول الموالي:

فئات العمر	ع,المستفيدينn	XJ مركز الفئة	n,Xj	$X - \overline{X}$	$\lvert X - \overline{X} \rvert$	n $\lvert X - \overline{X} \rvert$	$(X - \overline{X})^2$	n$(X - \overline{X})^2$	ECC
35-25	16	30	480	-20,4	20,4	326,4	416,16	6658,56	16
45-35	18	40	720	-10,4	10,4	187,2	108,16	1946,88	34

55-45	24	50	1200	-0,4	0,4	9,6	0,16	3,84	58
65-55	30	60	1800	9,6	9,6	288	92,16	2764,8	88
75-65	12	70	840	19,6	19,6	235,2	384,16	4609,92	100
المجموع	100		5040			1046,4		15984	

1- المدى: e=75-50=25

2- المدى الربيعي:

أولا: حساب الربيعي الأول: رتبة الربيع الأول= 25 ، فئته: 45-35

$$Q_1 = 35 + \frac{25-16}{34-16}*10 = 40$$

ثانيا: حساب الربيع الثالث: رتبة الربيع الثالث = 75 ، فئته: 65-55

$$Q_3 = 55 + \frac{75-58}{88-58}*10 = 60.66$$

ثالثا: حساب المدى الربيعي: $EIQ=Q_3-Q_1$=06.66-66.20=40

3- حساب الانحراف المتوسط: أولا: حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^{l} n_j X_j}{n} = \frac{5040}{100} = 50.4$$

ثم الانحراف المعياري: $e_m = \frac{\sum_{j=1}^{l} n_j \left| X_j - \overline{X} \right|}{n} = \frac{1046.4}{100} = 10.464$

4- حساب الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} n_j (X_j - \overline{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{15984}{100}} = \sqrt{159.84} = 12.64$$

5- حساب التباين: $V = \sigma^2 = 159.84$

2-5- مقاييس التشتت النسبي:

2-5-1. **معامل المدى**: (Coefficient de l’étendu) يرمز له بالرمز ceو يعرف بالصيغة التالية:

$$ce = \frac{X_{max} - X_{min}}{X_{max} + X_{min}}$$

2-5-2. **معامل الانحراف الربيعي**: (Coefficient Inter Quartile) يرمز له بالرمز: CIQ و

يعرف بالصيغة التالية:

$$CIQ = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

3-2-5. **معامل الاختلاف**: (Coefficient de Variation)و يرمز له بالرمز: cv و يعرف بالصيغة التالية:

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

مثال5-4: استخدم معطيات المثال3 لحساب معامل المدى، معامل الانحراف الربيعي، معامل الاختلاف.

$$X_{max} - X_{min} = 75 - 25 = 50$$

أ- معامل المدى: $ce = \frac{X_{max} - X_{min}}{X_{max} + X_{min}} = \frac{75 - 25}{75 + 25} = \frac{50}{100} = 0.50$

ب- معامل: $CIQ = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{60.66 - 40}{60.66 + 40} = \frac{20.66}{100.66} = 0.20$

المدى الربيعي $Q_3 + Q_1 = 60.66 + 40 = 100.66$

ت-معامل الاختلاف: $cv = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = \frac{12.64}{50.4} \times 100 = 25\%$

تمارين للمراجعة:

التمرين الأول: الجدول التالي يمثل توزيع السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية بالجنوب في سنة 2015.

عدد الأسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السياح	12	34	58	37	22	8	2	1

المطلوب:

- حساب المدى، المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.
- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

التمرين الثاني: الجدول التالي يمثل علامات مجموعتين من الطلاب في مادة رياضيات المؤسسة، المجموعة الأولى تخصص ثانية اقتصاد و المجموعة الثانية تخصص ثانية تسيير

طلاب الاقتصاد	11	13	12	10	12	15	18	14
طلاب التسيير	13	14	15	16	14	13	12	8

المطلوب: بين ما إذا كانت المجموعتين متماثلتين من حيث التوسط و التشتت

التمرين الثالث: الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 100 أسرة في إحدى المدن الصغيرة حسب الاستهلاك الشهري من الطاقة الكهربائية)بالكيلووات(

فئات الاستهلاك الشهري	50-	100-	150-	200-	250- 300	المجموع
عدد الأسر	12	28	30	20	10	100

المطلوب:

- حساب المدى، المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.
- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

التمرين الرابع: اختيرت عيينة من طلاب جامعة ورقلة حجمها 100 طالب ووجد أن أوزانهم)بالكيلوغرام(كما هي في الجدول التكراري التالي:

فئات الوزن بالكيلوغرام	60-	65-	70-	75-	85-80	المجموع
عدد الطلبة	22	28	35	8	7	100

المطلوب:

- حساب المدى ،المدىالربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.
- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

التمرين الخامس: الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 1000ناخب حسب الفئات العمرية

الأعمار	**20- 40**	**40- 60**	**60- 80**	**المجموع**
عدد الناخبين	**401**	**368**	**231**	**1000**

المطلوب:

- حساب المدى، المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.
- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف.

التمرين السادس: إليك الجدول التالي والذي يمثل النقاط المتحصل عليها الطالبان عمر وعلي في مقاييس السداسي الأول من السنة الدراسية الحالي.

عمر	12	10	08	09	13	14	11	15	12
علي	13	12	07	09	14	11	15	09	13

المطلوب: قارن بين تشتت المجموعتين، أي المجموعتين أكثر تجانس.

مقاييس الشكل

6- مقاييس الشكل(Mesures de Forme):

تمهيد: مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت غير كافية لوصف شكل المنحنى ، فقد نجد توزيعين تكراريين لهما نفس المتوسط و الانحراف المعياري و لكنهما يختلفان في التمثيل البياني للمنحنيين. وعليه علينا دراسة مقاييس أخرى تسمى مقاييس الشكل تقيس درجة تماثل التوزيعات. قبل التطرق لهذه المقاييس نعرف العزوم باعتبارها تدخل في تعريف مقاييس الشكل:

6-1- العزوم: (Les Moments)

عرفنا مصطلح العزم بمعناه الملموس في دروس الفيزياء ، حيث يشير إلى مقياس

القوة

حول

نقطة

مركزية

.

وتستخد

م

العزوم

في

الإحصا

ء حسب

درجتها

والقيمة

التي

تحسب

حولها

في

قياس

النزعة

المركزي

ة، أو

قياس

التشتت،

أو قياس

درجة

الالتواء

و

التفرطح

.

6-1-1- **العزم حول أي قيمة X_0**:لتكن $x_1.x_2 ....x_n.$ سلسلة

بيانات من n قيمة، يعرف العزم من

الدرجة k حول أي قيمة X_0 بالصيغة:

$$m_k 0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_0)^k}{n} \quad / k = 1.2...$$

وفي حالة البيانات المبوبة

نرجح بوزن القيمة

)مركز الفئة(المتمثل في التكرار المطلق

.

6-1-2- **العزم حول الصفر**: لتكن $x_1.x_2 ....x_n.$ سلسلة بيانات

من n قيمة، يعرف العزم من الدرجةk

n

$$m_k = \frac{\sum_{i=1} X_i^k}{n} \quad / k = 0.1.2...$$

حول أي القيمة صفر بالصيغة:

وفي حالة البيانات المبوبة نرجح بوزن القيمة)مركز الفئة(المتمثل في التكرار المطلق

.

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{l} n_i X_i^k}{n} \quad /k = 0.1.2...$$

حيث X_i قيم المتغيرة إن كانت متقطعة أو مراكز الفئات إن كانت مستمرة و n_i تكرارها المطلق.

ملاحظة: من اجل $k = 0$ فان: $m_0 = 1$

$k = 1$ ، $m_1 = \bar{X}$

-3-1-6 العزم المركز أو العزم حول المتوسط الحسابي: لتكن

$x_1.x_2 ....x_n.$ سلسلة بيانات من n

قيمة، متوسطها $\bar{X}$ يعرف العزم من الدرجة k حول المتوسط الحسابي بالصيغة:

$$\frac{\sum (X_i - \bar{X})^k}{}$$

μ_k / k = 0.1.2......

n

و في حالة البيانات المبوبة في جداول توزيعات تكرارية نستعمل الصيغة التالية:

$$\mu_k = \frac{\sum_{j=1}^{l} n_j (X_j - \bar{X})^k}{n} \quad / k = 0.1.2......$$

حيث X_jقيم المتغيرة إن كانت متقطعة أو مراكز الفئات إن كانت مستمرة وn_jتكرارها

المطلق.

ملاحظة: من اجل $k = 0$ فإن $\mu_0 = 1$

من اجل $k = 1$ فإن $\mu_1 = 0$

$k = 2$ $\mu_2 = \sigma^2$

2-6- مقاييس

الالتواء: (Coefficients d’asymétrie) يعرف الالتواء على أنه درجة تباعد وتقارب المنحنى من شكل التماثل الذي تتساوى عنده مقاييس النزعة المركزية)المتوسط الحسابي و المنوال و الوسيط(، وعليه تنقسم التوزيعات التكرارية إلى توزيعات ملتوية نحو اليمين ،توزيعات ملتوية نحو اليسار، توزيعات متماثلة كما في الشكل 5.

الشكل 5: التمثيل البياني لحالة الالتواء

توزيع ملتوي ناحية اليسار   توزيع متماثل   توزيع ملتوي

ناحية اليمين

6-2-1- معامل بيرسون (Coefficient de Pearson):

لبيرسون معاملين للالتواء الأول و الثاني مشتقان من وضع التماثل ومن العلاقة التي تربط

مقاييس النزعة المركزية حيث في وضع التماثل يكون لدينا: $\bar{X} = M_o = M_e$، أما إذا كان التوزيع مائل إلى اليمين فإن: $\bar{X} \succ M_o \succ M_e$ ، و أما إذا كان التوزيع مائل إلى اليسار فإن:

$\bar{X} \prec M_e \prec M_o$ و أن العلاقة: $\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)$ محققة في حالة التوزيعات

القريبة من التماثل، ومنه استنتج بيرسون معامليه

أ- $\bar{X} - M_o$

معامل بيرسون الأول للالتواء: $cp_1 =$

حيث: $cp_1 = 0$ توزيع متماثل.

$cp_1 \succ 0$ التواء موجب) التواء إلى اليسار(.

$cp_1 \prec 0$ التواء سالب)التواء من جهة اليمين(

ب- معامل بيرسون الثاني للالتواء:

$$cp_2 = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\sigma}$$

حيث: $cp_2 = 0$ توزيع متماثل.

$cp_2 \succ 0$ التواء موجب) التواء إلى اليسار(.

$cp_2 \prec 0$ التواء سالب)التواء من جهة اليمين(

-2-2-6 **معامل يول كيندال أو معامل باولي**: (Coefficient de yule Kendall ou de Bowley) يقيس الالتواء بالاعتماد على الربيعيات، إذ كان التوزيع متماثل يكون البعد بين الربيع الأول و الثاني يساوي البعد بين الربيع الثاني و الثالث .

وعليه اقترح كل من كيندال ويول آو باولي الصيغة التالية:

$$c_{iq} = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

حيث: $c_{iq} = 0$ توزيع متماثل.

$c_{iq} \succ 0$ التواء في جهة اليسار.

$c_{iq} \prec 0$ التواء من جهة اليمين.

-3-2-6 **معامل الالتواء لفيشر** (Coefficient de Fisher) :

اعتمد فيشر على العزوم في قياس الالتواء و يعرف على انه نسبة العزم المركز من الدرجة الثالثة إلى الانحراف المعيار مرفوع إلى قوة ثلاثة:

$$Cf = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

حيث: $Cf = 0$ توزيع متماثل.

$Cf \succ 0$ التواء في جهة اليمين .

$Cf \prec 0$ التواء من جهة اليسار.

مثال1-6: الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 1000 عامل في احد المصانع الكبيرة حسب العمر.

فئات العمر	25-20	30-25	35-30	40-35	45-40	50-45	55-50	60-55	المجموع
عدد العمال	50	110	180	200	250	100	70	40	1000

المطلوب:

أ- حساب معامل بيرسون.

ب- حساب معامل يول كيندال للالتواء.

ت- حساب معامل قيشر للالتواء.

الحل:

فئات العمر	عدد العمال n	X_J	n_jX_J	$(X_j - \bar{X})$	$n_j(X_j - \bar{X})^2$	$n_j(X - \bar{X})^3$	Ecc
20-25	50	32,5	1625	-6,85	2346,125	-16070,9563	50
25-30	110	27,5	3025	-11,85	15446,475	-183040,729	160
30-35	180	32,5	5850	-6,85	8446,05	-57855,4425	340
35-40	200	37,5	7500	-1,85	684,5	-1266,325	540
40-45	250	42,5	10625	3,15	2480,625	7813,96875	790
45-50	100	47,5	4750	8,15	6642,25	54134,3375	890
50-55	70	52,5	3675	13,15	12104,575	159175,161	960
المجموع	1000		39350		61327,5	202050,75	
55-60	40	57,5	2300	18,15	13176,9	239160,735	1000

أ- حساب معامل بيرسون:

$$Cp_1 = \frac{\bar{X} - M_o}{\sigma}$$

أ-1. حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^{l} n_j X_j}{} = \frac{39350}{} = 39.35$$

أ-2. حساب الانحراف المعياري:

$$\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{l} n_j (X_J - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{61327.5}{1000}} = \sqrt{61.32} = 7.83$$

أ-3. حساب الوسيط: رتبته: 500 فئته: 35-40

$$M_e = 35 + 5 \times \frac{500-340}{540-340} = 39$$

أ-4. حساب معامل بيرسون:

$$cp_2 = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\sigma} = \frac{3(39.3-39)}{7.83} = 0.11$$

النتيجة: $cp_2 \succ 0$ التواء موجب (التواء من جهة اليسار)

ب- حساب معامل يول كندال.

ب-1. حساب الربيعيات: الربيع الأول: رتبته: 250

فئته: 30-35

$$Q_1 = 30 + 5 \times \frac{250-160}{340-160} = 32.5$$

الربيع الثاني: رتبته: 500 فئته: 35-40 $Q_2 = M_e = 39$

الربيع الثالث: رتبته: 750 فئته: 40-45

$$Q_3 = 40 + 5 \times \frac{750-540}{790-540} = 44.2$$

$$\frac{44.2 + 32.5 - 2(39)}{44.2 - 32.5}$$

$2Q$ $_2Q_3$ Q_1 ب-2. حساب معامل يول: 0.11 ciq

Q_3 Q_1

النتيجة: $ciq \succ 0$ التواء من جهة اليمين

ث- حساب معامل فيشر للالتواء:

3

$n_j(X_j X)$ 202050.75

ث-1. حساب العزم المركز من الدرجة ثلاثة: $202_3.05$.

1000 n

202.05 ^{3}

ث-2. حساب معامل فيشر: $0Cf$ $_3.42$.

480.26

النتيجة: $0Cf \succ$ التواء في جهة اليمين.

3-6-**مقاييس التفرطح**: **(Coefficients d'aplatissement)** يعرف التفرطح على انه درجة تدبب أو انبساط منحنى التوزيع التكراري، ويعرف على درجة اختلاف منحنى التوزيع المدروس على منحنى التوزيع الطبيعي شكل الجرس) انظر الشكل.(

-1-3-6 **مقياس التفرطح لبيرسون:**

(Coefficient

d'aplatissement de Pearson) استخدم بيرسون العزوم في قياس التفرطح باعتباره انه

وجد ان نسبة العزم المركز الرابع لمنحنى التوزيع الطبيعي إلى مربع التباين يساوي ثلاثة .

فاذا رمزنا لمقياس التفرطح الرمز β_2، فإن: $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$ حيث:

$\beta_2 = 3$ توزيع طبيعي.

$\beta_2 \succ 3$ التوزيع مدبب أو حاد القمة .

$\beta_2 \prec 3$ التوزيع منبسط القمة أو مفرطح

-2-3-6 مقياس التفرطح لفيشر: **(Coefficient**

d'aplatissement de Fisher) استخدم فيشر مؤشر بيرسون مطروح منه العدد ثلاثة.

$$g_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

حيث: $g_2 = 0$ توزيع طبيعي.

$g_2 \succ 0$ التوزيع مدبب أو حاد القمة .

$g_2 \prec 0$ التوزيع منبسط القمة أو مفرطح

مثال6-2: احسب مقياس التفرطح لبيرسون وفيشر مستخدما بيانات المثال6- 1.

فئات العمر	عدد العمال n	X_J	n_jX_J	$n_j(X-\bar{X})^4$
20-25	50	32,5	1625	110086,05
25-30	110	27,5	3025	2169032,64
30-35	180	32,5	5850	396309,781
35-40	200	37,5	7500	2342,70125
40-45	250	42,5	10625	24614,0016
45-50	100	47,5	4750	441194,851
50-55	70	52,5	3675	2093153,37
55-60	40	57,5	2300	4340767,34
المجموع	1000		39350	9577500,73

الحل:

أولا: حساب العزم المركز من الدرجة الرابعة:

$$\mu_4 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^4}{n} = \frac{9577500.73}{1000} = 9577.5$$

ثانيا: حساب معمل التفرطحلبيرسون: $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{9577.5}{7.83^4} = \frac{9577.5}{3761.06} = 2.54$

النتيجة: $\beta_2 \prec 3$ التوزيع منبسط القمة أو مفرطح

ثالثا:

حساب معامل فيشر: $g_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = 2.54 - 3 = -0.46$

النتيجة: $0 \prec g_2$ التوزيع منبسط القمة أو مفرطح

تمارين للمراجعة:

التمرين الأول: الجدول التالي يمثل توزيع السياح بدلالة عدد الأسابيع التي قضوها بأحد المنتجعات السياحية بالجنوب في سنة 2015.

عدد الأسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السياح	12	34	58	37	22	8	2	1

المطلوب:

- حساب معامل بيرسون.
- حساب معامل يول كيندال للالتواء.

.

- حساب معامل فيشر للالتواء

التمرين الثاني: الجدول التكراري التالي يمثل توزيع 100 أسرة في إحدى المدن الصغيرة حسب الاستهلاك الشهري من الطاقة الكهربائية) بالكيلووات(

فئات الاستهلاك الشهري	50-	100-	150-	200-	250- 300	المجموع
عدد الأسر	12	28	30	20	10	100

المطلوب:

ادرس شكل التوزيع.

.

التمرين الثالث: اختيرت عيينة من طلاب جامعة ورقلة حجمها 100 طالب ووجد أن أوزانهم

)بالكيلوغرام(كما هي في الجدول التكراري التالي:

فئات الوزن بالكيلوغرام	-60	-65	-70	-75	85-80	المجموع
عدد الطلبة	22	28	35	8	7	100

المطلوب:

- حساب مقاييس الالتواء و التفرطح.

التمرين الرابع: الجـدول التكراري التالي يمثل توزيع 1000تاخب حسب الفئات العمرية

الأعمار	**20- 40**	**40- 60**	**60- 80**	**المجموع**
عدد الناخبين	**401**	**368**	**231**	**1000**

المطلوب:

- حساب مقاييس الالتواء و التفرطح .

مسائل شاملة كل الفصول:

المسالة الأولى:البيانات التالية تمثل منتوج التمر)بالقنطار(ل 60 مستصلحة زراعية مساحة كل منها هكتار ، كل مزرعة بها 100 نخلة.

41424345444746454060595860555O

414243454447464540555978757080

414243454447464540605958605550

807075785955404546474445434241 الطلوب:

1- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها..

2- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري.

3- مثل بيانيا هذا التوزيع

4- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

5- مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

6- ما هي نسبة المزارع التي يفوق إنتاجها 60 قنطار.

7- . ما هي نسبة المزارع التي يقل إنتاجها عن 50 قنطار

8- احسب المنوال، الوسيط، و المتوسط الحسابي.

9- ما هو متوسط إنتاج النخلة الواحدة.

10- حساب المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.

11- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف

12- ادرس تماثل التوزيع.

المسألة الثانية: البيانات التالية تمثل عد نخيل **بنت خبالة**)نوع نادر من النخيل(**في 60** مستصلحة زراعية مساحة كل منها هكتار ، كل مزرعة بها 100 نخلة.

4	**4**	**3**	**4**	**3**	**2**	**2**	**3**	**2**	**4**	**2**	**7**	**4**	**4**	**5**	**5**	**6**	**6**	**7**	**8**

7	**5**	**7**	**4**	**5**	**4**	**5**	**5**	**4**	**1**	**4**	**2**	**4**	**0**	**4**	**4**	**8**	**6**	**5**	**5**
4	**3**	**1**	**3**	**1**	**7**	**3**	**1**	**3**	**1**	**2**	**3**	**0**	**2**	**0**	**5**	**6**	**8**	**3**	**6**

الطلوب:

1- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها..

2- تبويب البيانات في جدول توزيع تكراري.

3- مثل بيانيا هذا التوزيع

4- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

5- مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

6- ما هي نسبة المزارع التي يوجد بها اكر من 5 نخلات بنت خبالة.

7- . ما هي نسبة المزارع التي يوجد بها اقل من 4 نخلات بنت خبالة.

8- احسب المنوال، الوسيط، و المتوسط الحسابي.

9- ما هو متوسط إنتاج النخلة الواحدة.

10- حساب المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.

11- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف

12- ادرس تماثل التوزيع**.**

المسالة الثالثة: لديك السلسلة التالية و التي تمثل إنتاج تعاونية زراعية بالقنطار.

101525122046 المطلوب:

- اوجد المدى

- احسب المدى الربيعي

- احسب الانحراف المتوسط و الانحراف المعياري
- احسب معامل الاختلاف.

المسالة الرابعة:الجدول التالي يمثل عدد التدخلات ا(Interventions graves)لخطيرة اليومية في عيادة طب بيطري مسجلة لمدة سنة.

عدد التدخلات اليومية	0	1	2	3	4	5	6	المجموع
التكرار	84	105	72	59	28	15	2	365

المطلوب:

1- تحديد المتغيرة الإحصائية و تحديد طبيعتها..

2- مثل بيانيا هذا التوزيع

3- اوجد التكرار المتجمع الصاعد و النازل.

4- مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

5- احسب المنوال، الوسيط، و المتوسط الحسابي.

6- حساب المدى الربيعي،الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري و التباين.

7- معامل المدى، معامل المدى الربيعي، معامل الاختلاف

8- ادرس تماثل التوزيع.

المسألة الخامسة: البيانات التالية تمثل جدول الوفيات في سويسرة خلال الفترة) 1993/1988 (

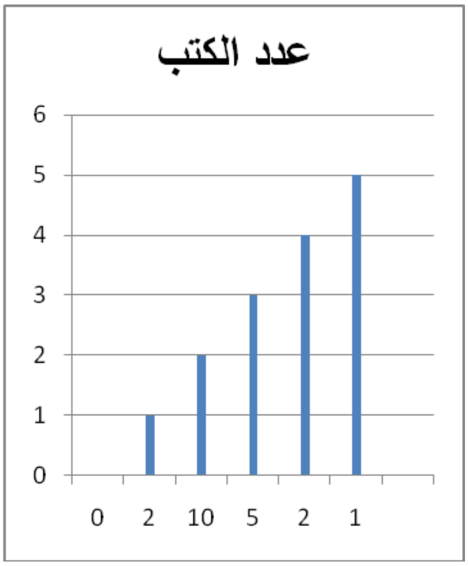
العمر	0	40	50	60	70	80	90	110

عدد الوفيات التجمع الصاعد	0	4743	7341	13688	28960	57691	89909	100000

المطلوب: اوجد جدول للتكرار المطلق و التكرار النسبي بدلالة الفئات.

- اوجد الفئة المنوالية.
- احسب المتوسط الحسابي و الوسيط.
- احسب المدى، التباين و الانحراف المعياري.
- احسب الربيع الأول و الثالث و الانحراف الربيعي.

المسألة السادسة: التمثيل البياني التالي يمثل توزيع الكتب في إحدى المكتبات الجامعية



المطلوب:

- تحديد طبيعة المتغيرة الإحصائية.
- احسب المنوال
- احسب المتوسط الحسابي و الوسيط
- احسب التباين و الانحراف المعياري
- احسب المتوسط الحسابي بطريقة الانحراف عن المنوال.

المراجع

<u>المراجع</u>

قائمة المراجع

جون جاك دروزبيك، **أساسيات في الإحصاء**، سلسلة (SMA)، دار (Ellips)، 1996، ص 2.

جلاطو جيلالي: **الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة**، 2002، ديوان المطبوعات الجامعية، ص 35.

دومينيك سالفاتور:**الاقتصاد القياسي والإحصاء التطبيقي**، سلسلة شوم، دار ماك قراو هيل، 1985، ص 15

مصطفى الخواجة: **مقدمة في الإحصاء**، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2002،

عميرة جويدة :**التحليل الاحصائي للبيانات الاجتماعية والديموغرافية**، عالم الأفكار ،الجزائر،2018