

## Chapitre IV : Simulations

### IV.1. Introduction

Dans ce chapitre on va tester la nouvelle technique ESVD-MOR combinant la réduction des terminaux et la réduction d'ordre du model de système. Les résultats seront comparés avec le modèle issu de SVD-MOR. La simulation sera faite par le logiciel MATLAB [28], à fin de présenter les distributions des valeurs singulières des moments d'entrées et de sorties pour conclure sur le choix du nombre d'entrées et de sorties de l'approximant réduit.

La réduction d'ordre s'effectuera par la technique d'Arnoldi et PRIMA.

Pour conclure sur la qualité de notre modèle réduit, divers simulations ont été effectuées et comparés aux systèmes initiaux (analyse fréquentielle).

### IV.2. Exemple 1

Soit un système random, MIMO, d'ordre  $N=300$ ,  $p=12$  entrées,  $q=36$  sorties,

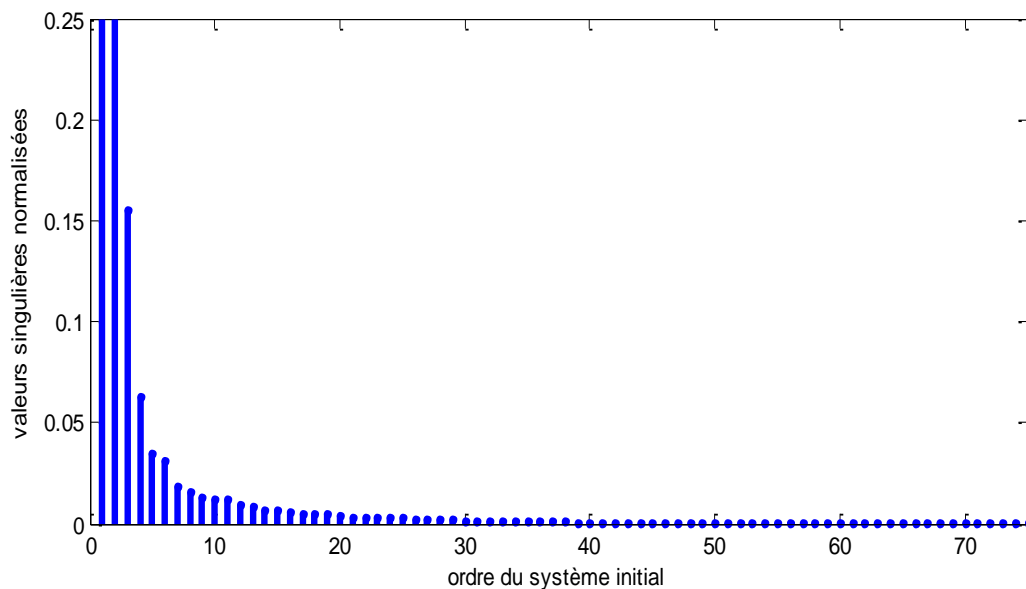


Fig (4.1) : Distribution des valeurs singulières du système initial

On remarque qu'il y a 20 valeurs singulières dominantes, alors on peut prendre l'ordre de réduction  $r=20$ .

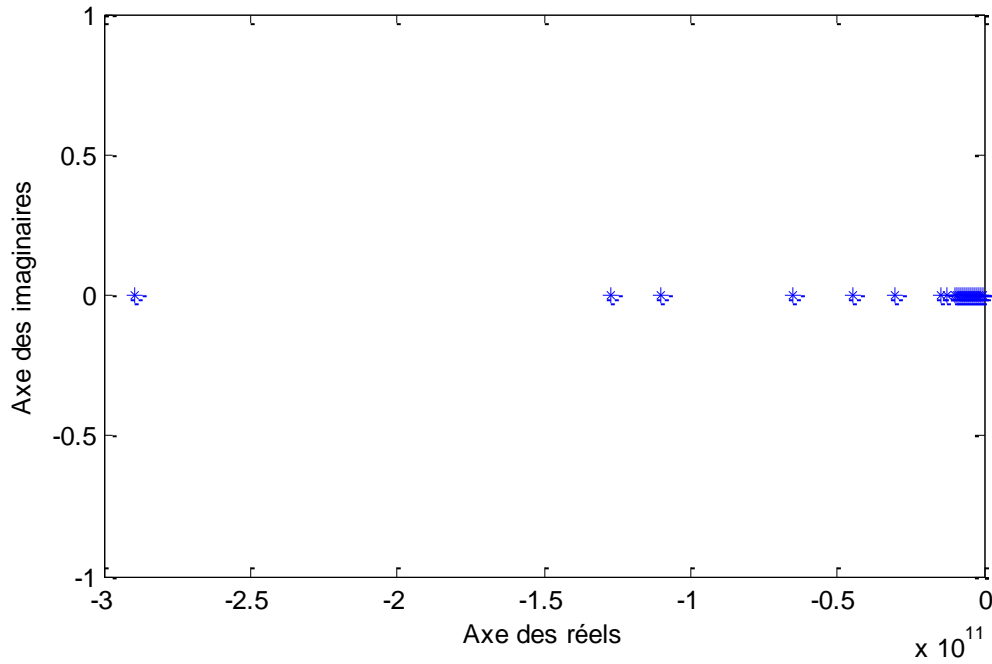


Fig (4.2) : pôles du système initial (N=300)

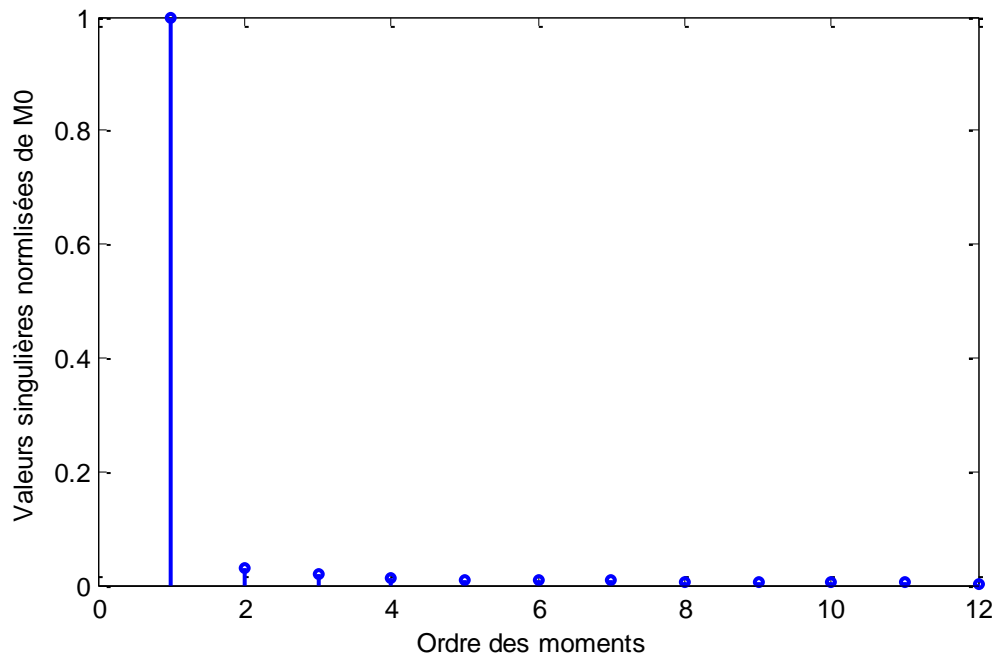


Fig (IV.3) : Distribution des valeurs singulières de  $M_0$

Quand on applique la méthode SVD, Le système résulte est un SISO (une seule entrée et une seule sortie)

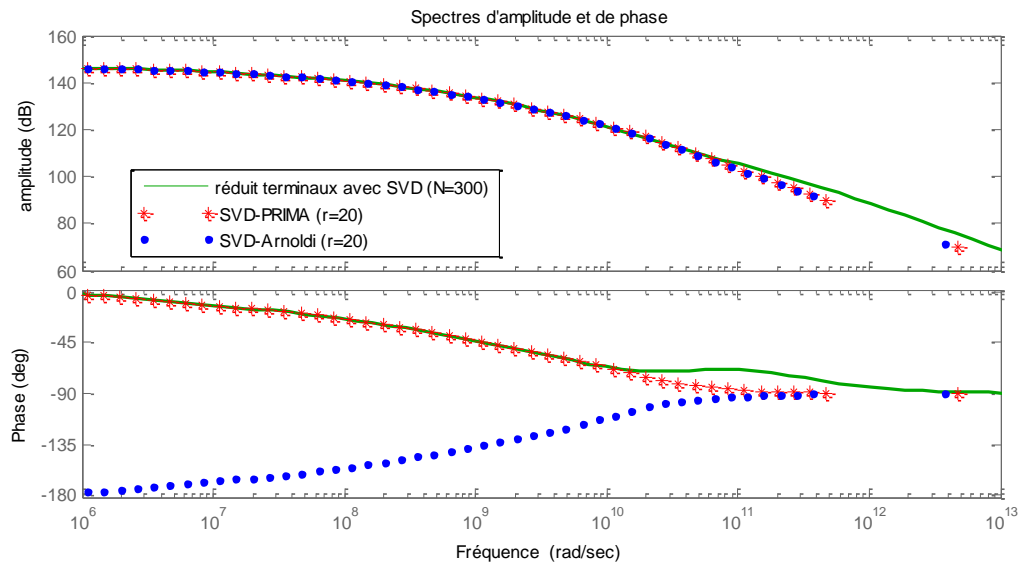
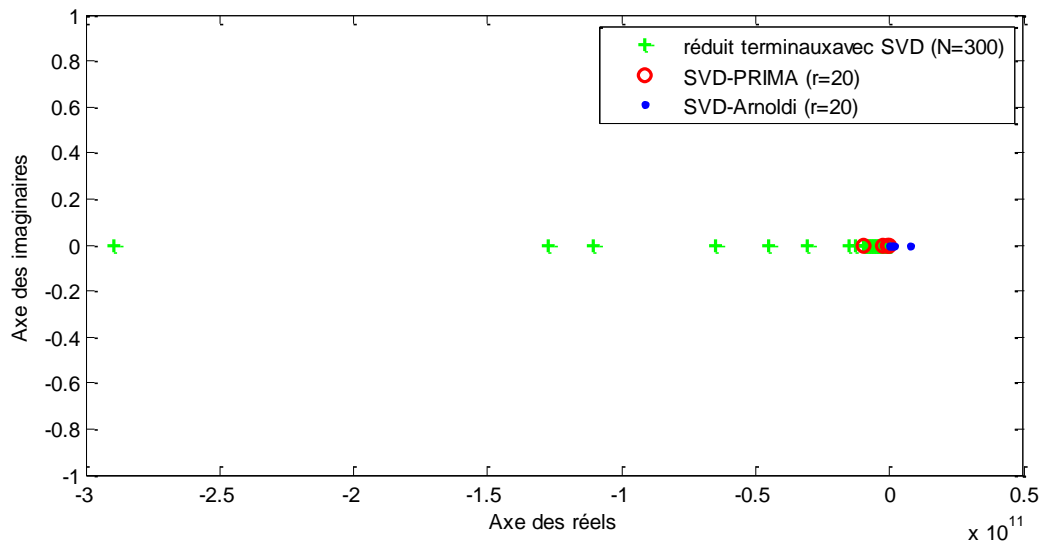
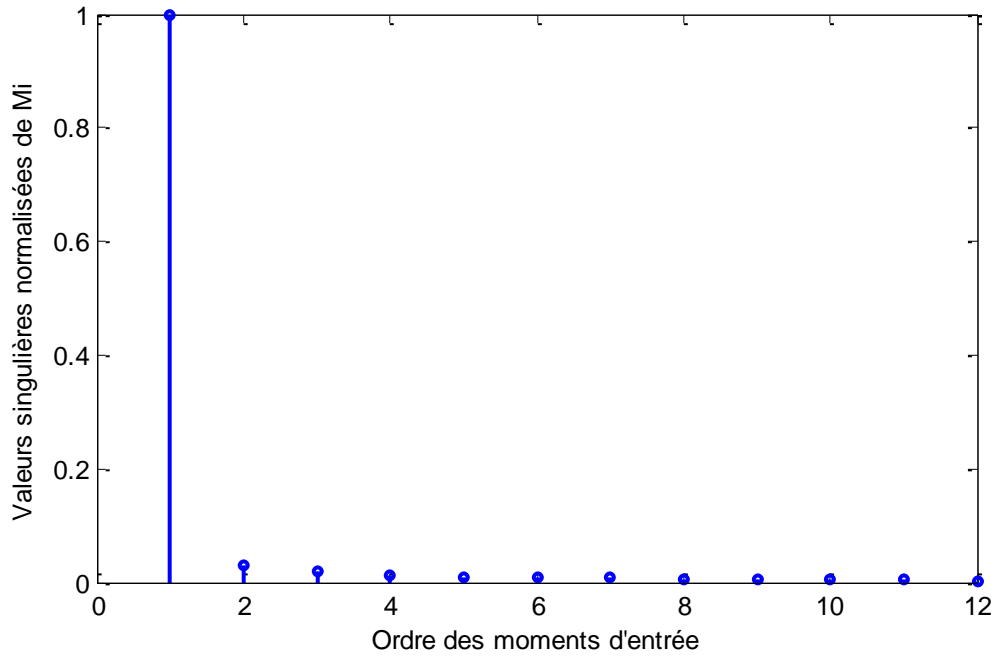
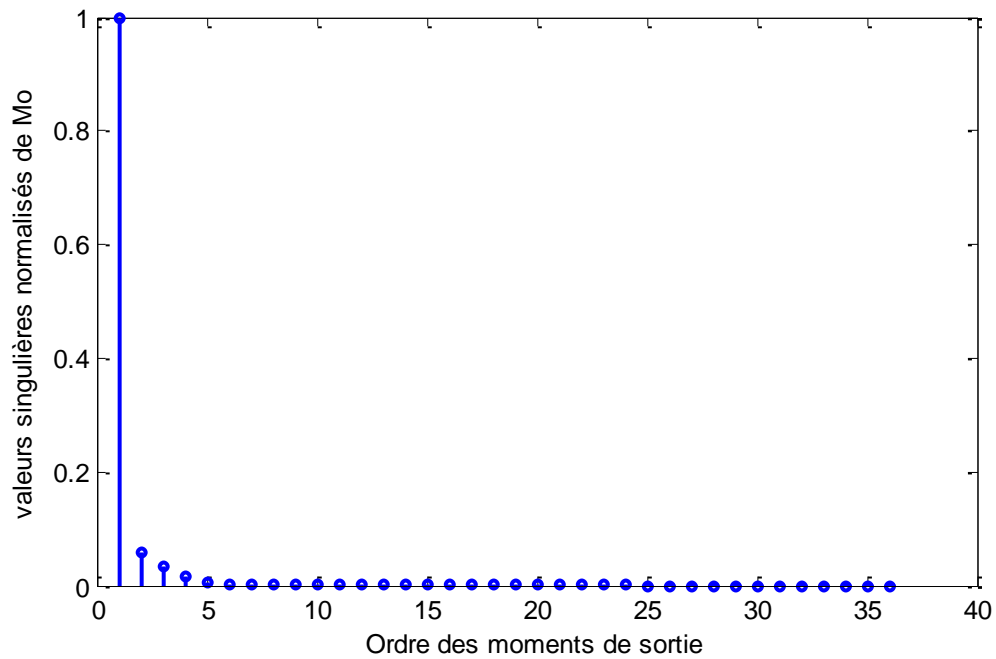


Fig (4.4): Réponse fréquentielle par Bode pour le système SISO



Fig(4.5): Lieu de stabilité des systèmes réduits

Fig (4.6) : Distribution des valeurs singulières de  $M_I$ Fig (4.7) : Distribution des valeurs singulières de  $M_O$ 

D'après les deux figures, Le système réduit par ESVD est SIMO (une seule entrée et trois sorties).

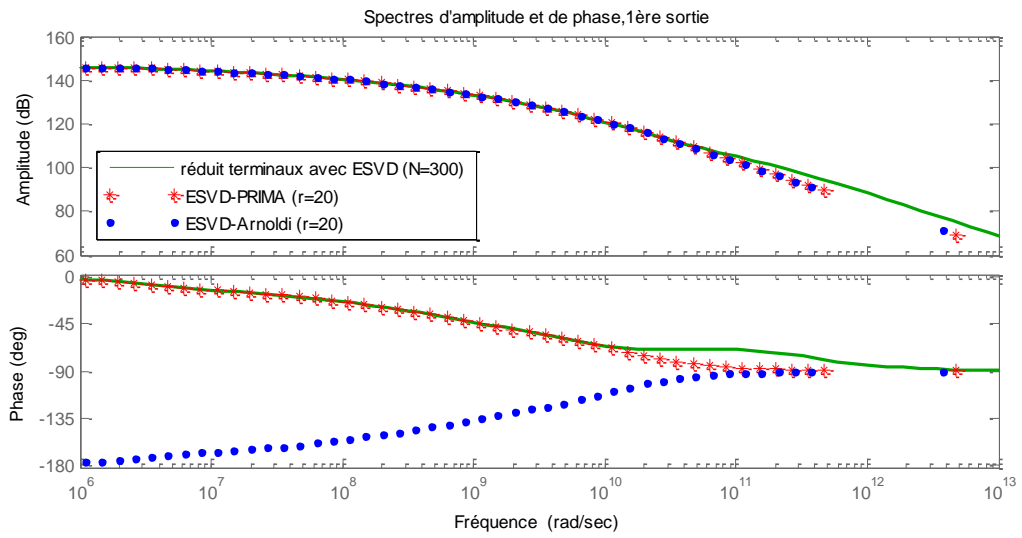


Fig (4.8): Réponse fréquentielle par Bode pour la 1<sup>ère</sup> sortie

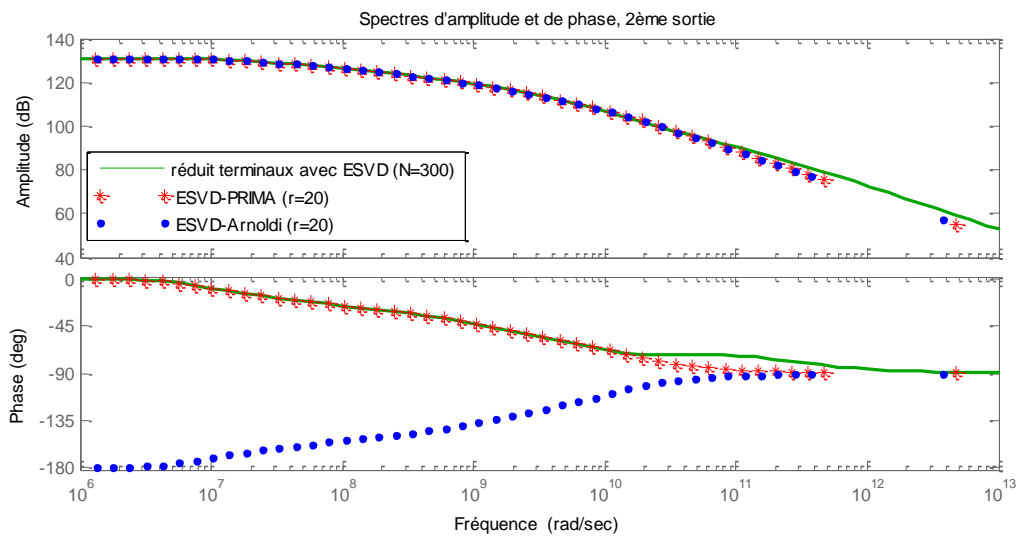


Fig (4.9): Réponse fréquentielle par Bode pour la 2<sup>ème</sup> sortie

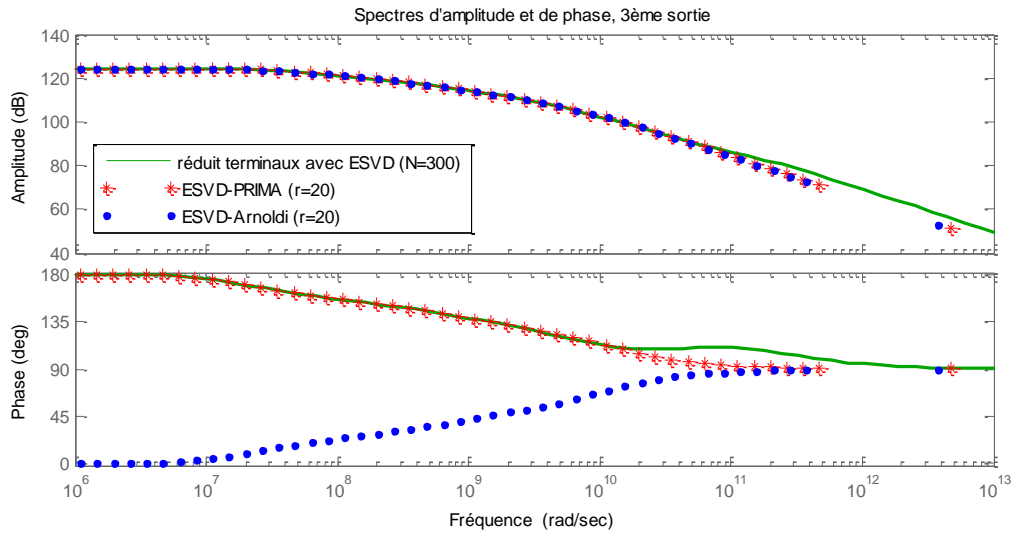


Fig (4.10): Réponse fréquentielle par Bode pour la 3<sup>ème</sup> sortie

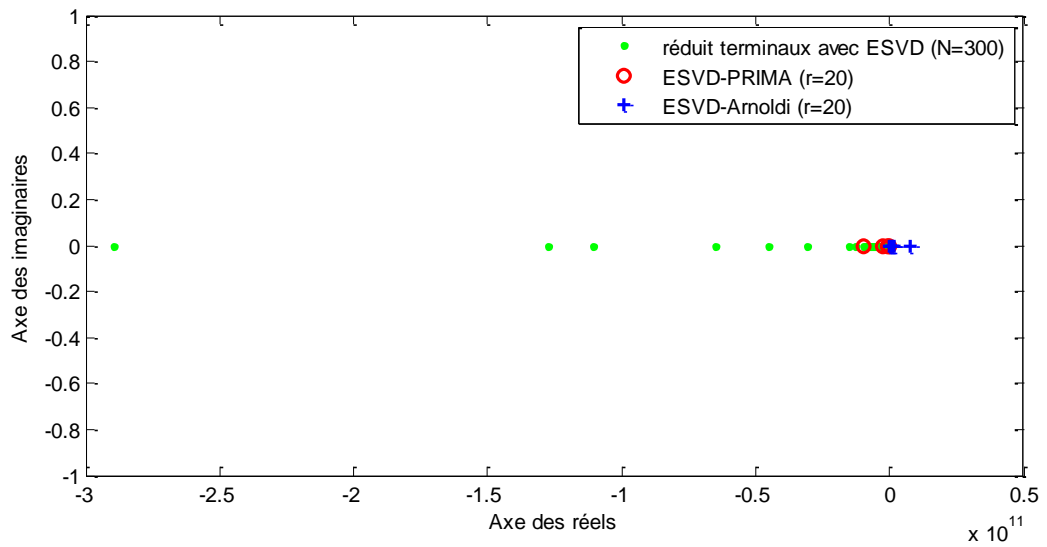


Fig (4.11): Lieu de stabilité des systèmes réduits

Pour comparer l'approximant de SVD-MOR et celui de ESVD-MOR, on fait le retour au nombre initial des terminaux avec des projections

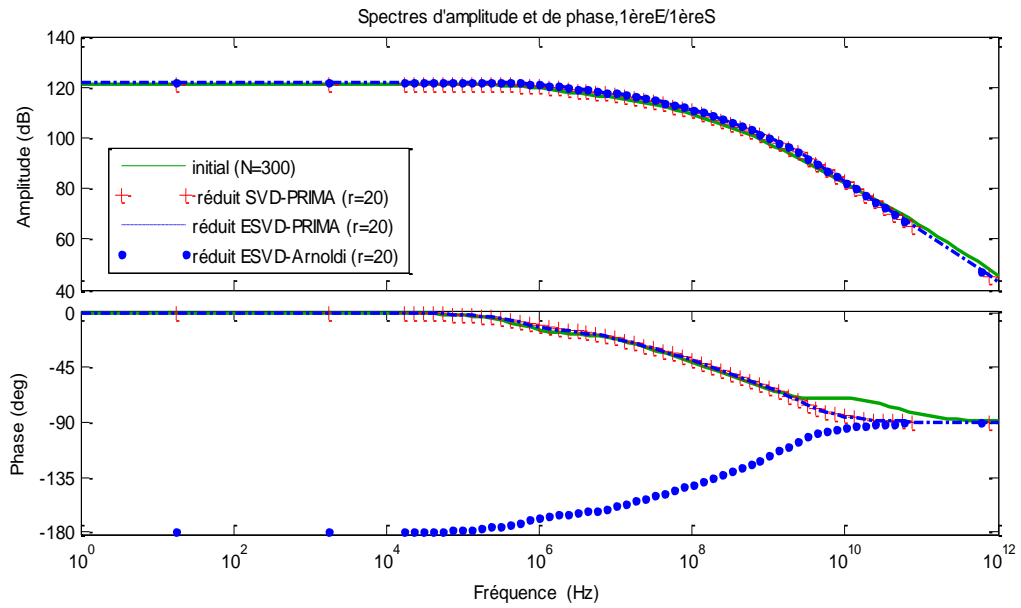


Fig (4.12) : Réponse fréquentielle par Bode pour 1<sup>ère</sup> entrée/1<sup>ère</sup> sortie

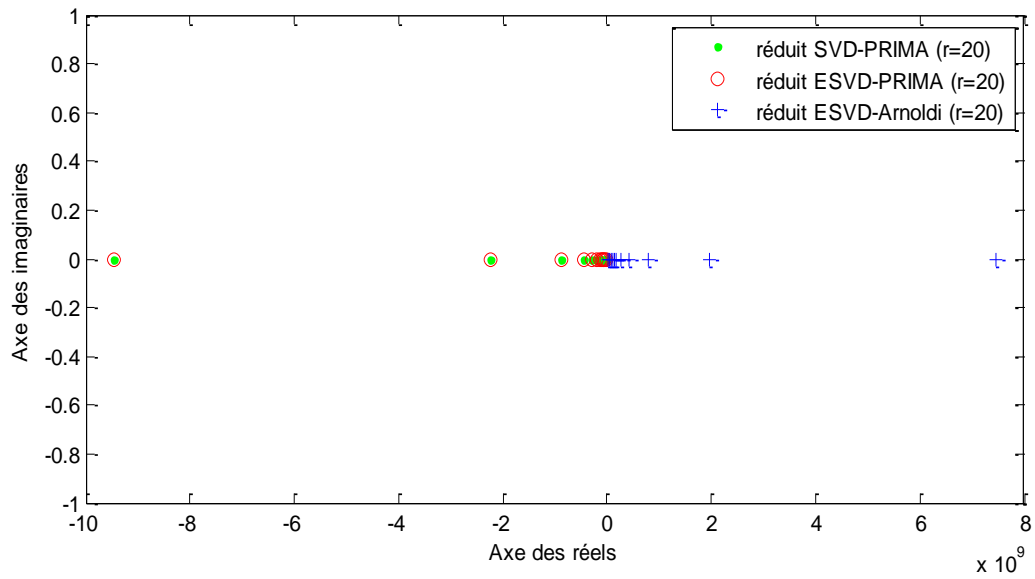


Fig (4.13) : Lieu de stabilité des systèmes réduits

Les valeurs singulières de système réduit par SVD-PRIMA sont

$$\Sigma_1 = 10^6 \times [6.1770, 2.3709, 0.8873, 0.3066, 0.1219, 0.0472, 0.0143, 0.0033, 0.0007, 0.0001, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

Les valeurs singulières de système réduit par ESVD-PRIMA sont

$$\Sigma_2 = 10^6 \times [6.1340, 2.3749, 0.9003, 0.3328, 0.1508, 0.0597, 0.0234, 0.0092, 0.0021, 0.0003, 0.0001, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

Les valeurs singulières de système réduit par ESVD-Arnoldi sont

$$\Sigma_3 = 10^6 \times [6.1345, 2.3770, 0.9056, 0.3363, 0.1483, 0.0546, 0.0214, 0.0079, 0.0017, 0.0002, 0.0001, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

### IV.3. Exemple 2

Un système Radom, d'ordre  $N=400$ , (MIMO),  $p=102$  entrées,  $q=16$  sorties,

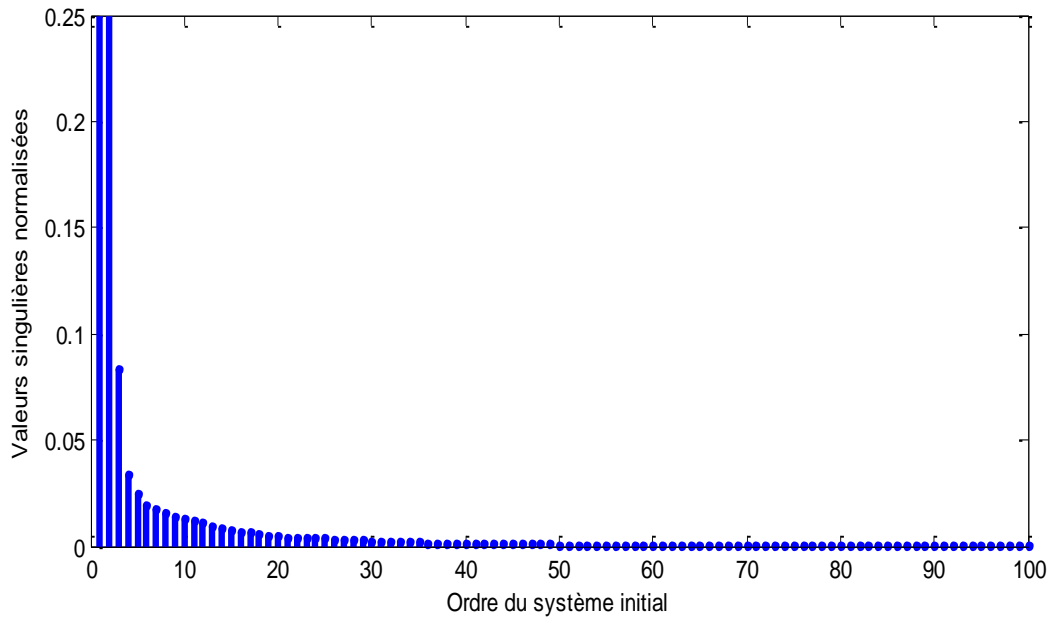


Fig (4. 14) : Distribution des valeurs singulière du système initial

D'après la figure au-dessus, l'ordre de réduction peut être fixé à  $r=25$ .

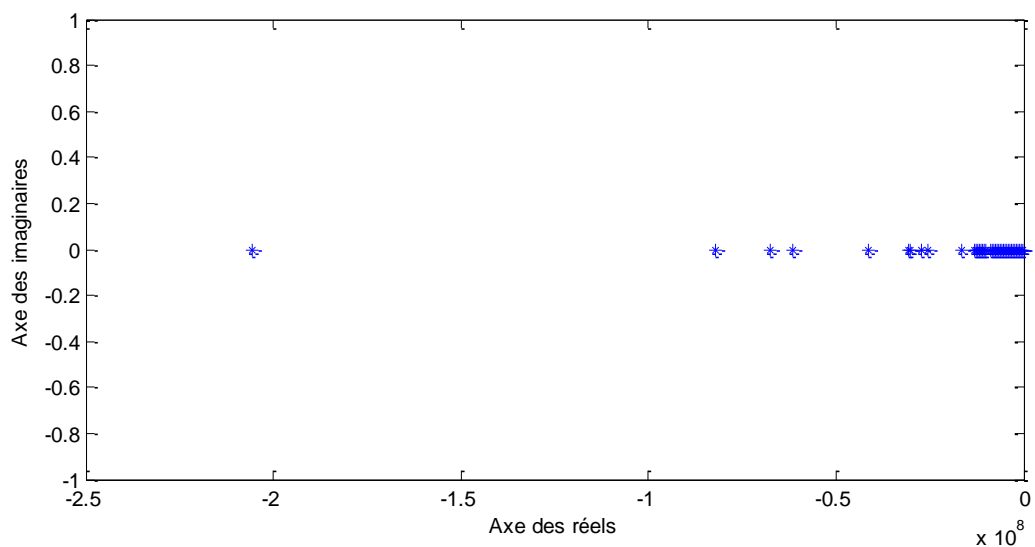


Fig (4.15): pôles du système initial (N=400)



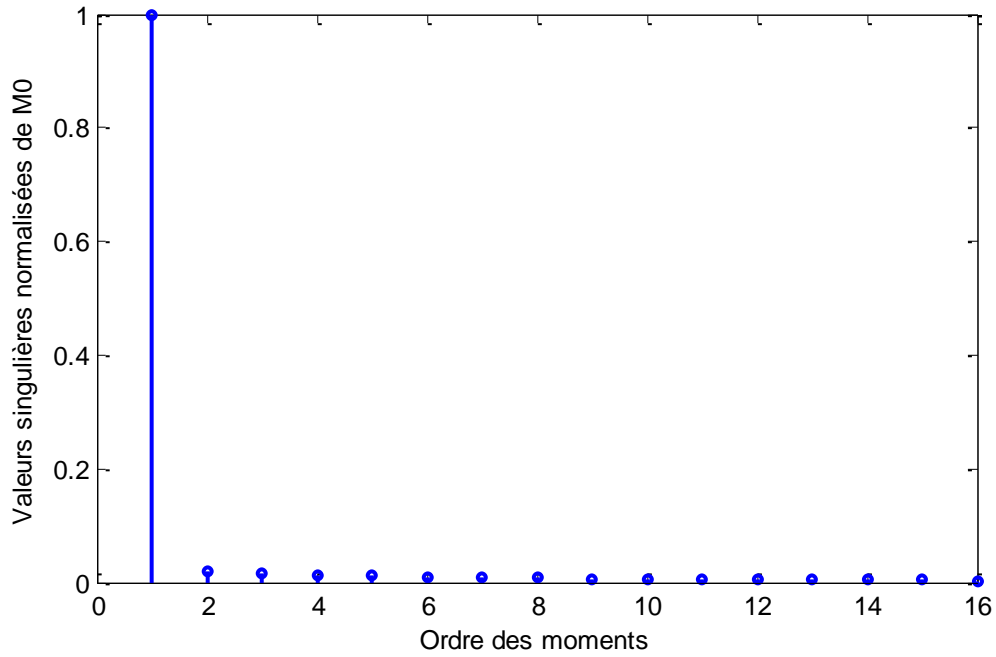


Fig (4.16) : Distribution des valeurs singulières de  $M_0$

Le système résultant de la technique SVD est un système SISO (une seule entrée/ une seule sortie)

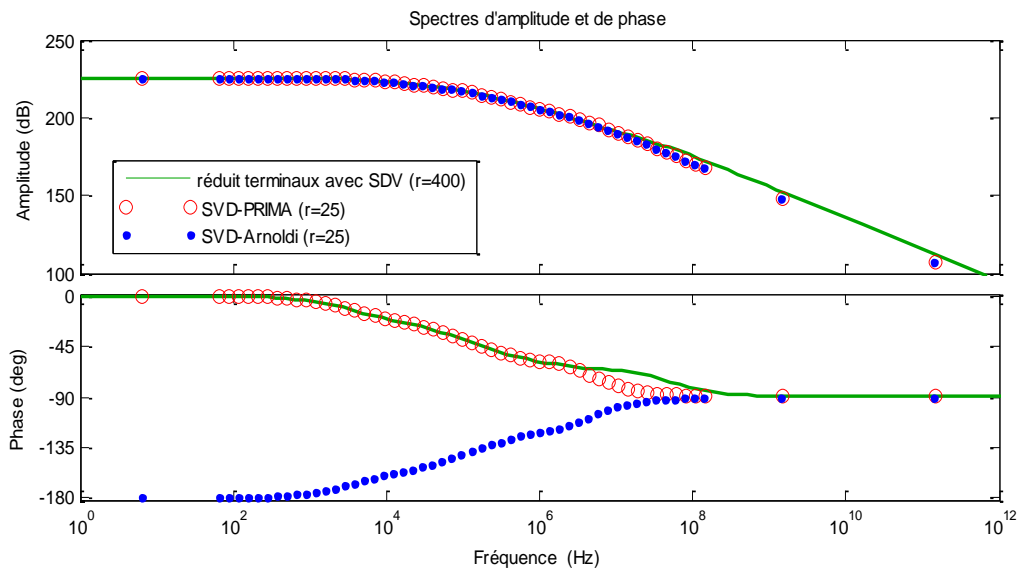


Fig (4.17) : Réponse fréquentielle par Bode

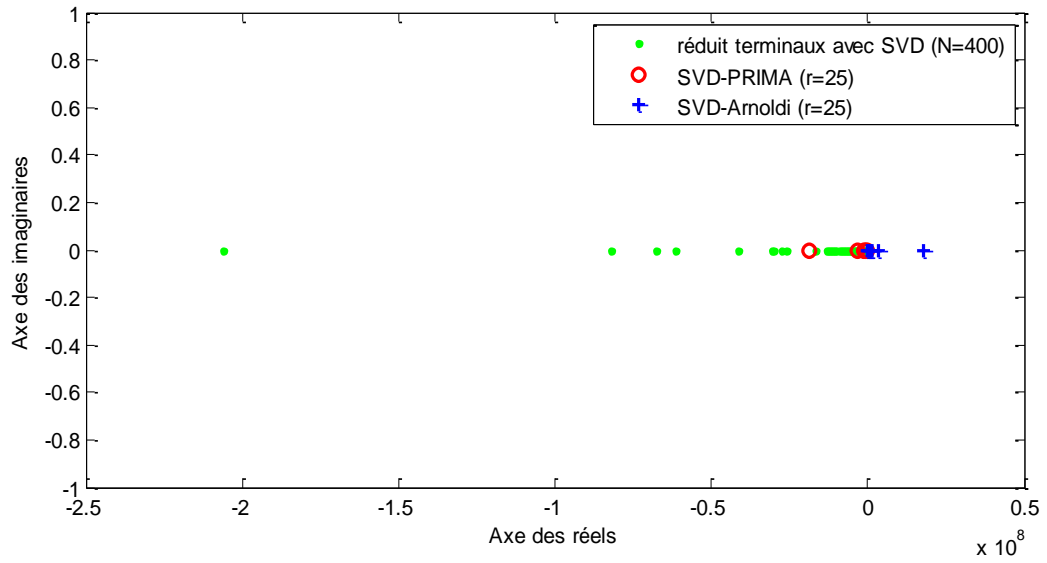


Fig (4.18) : Lieu de stabilité des systèmes réduits

On calcul les moments d'entrées et de sorties pour appliquer la méthode ESVD

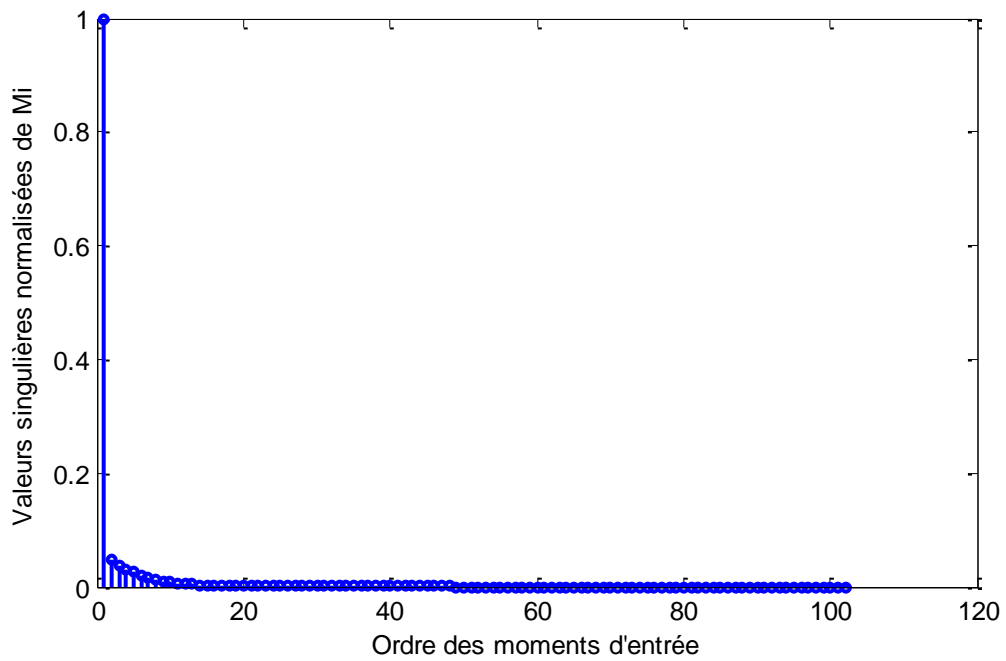


Fig (4.19) : Distribution des valeurs singulières de  $M_1$

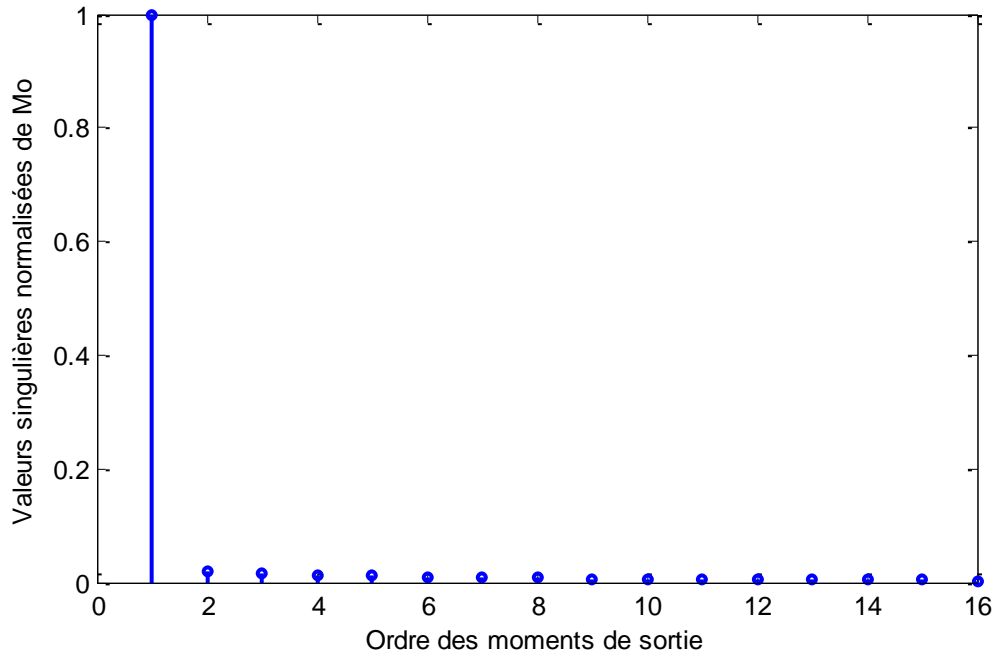


Fig (4.20) : Distribution des valeurs singulières de  $M_0$

Pour la technique ESVD, on a cinq valeurs dominantes pour le moment d'entrée et une valeurs singulière dominante pour le moment de sortie, alors le résultant est un système MISO (cinq entrées /une seule sortie)

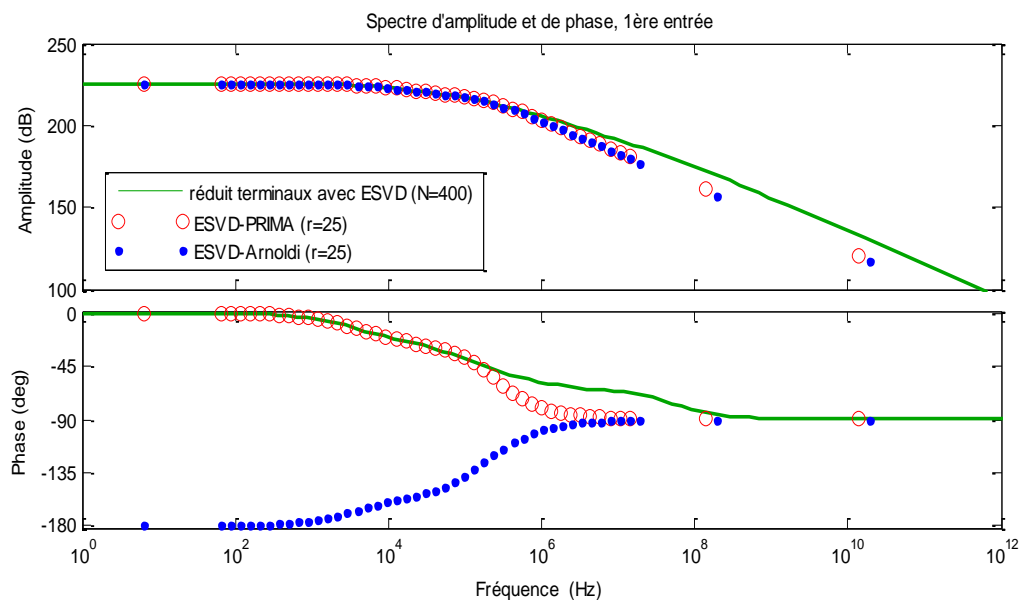


Fig (4.21) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 1<sup>ère</sup> entrée

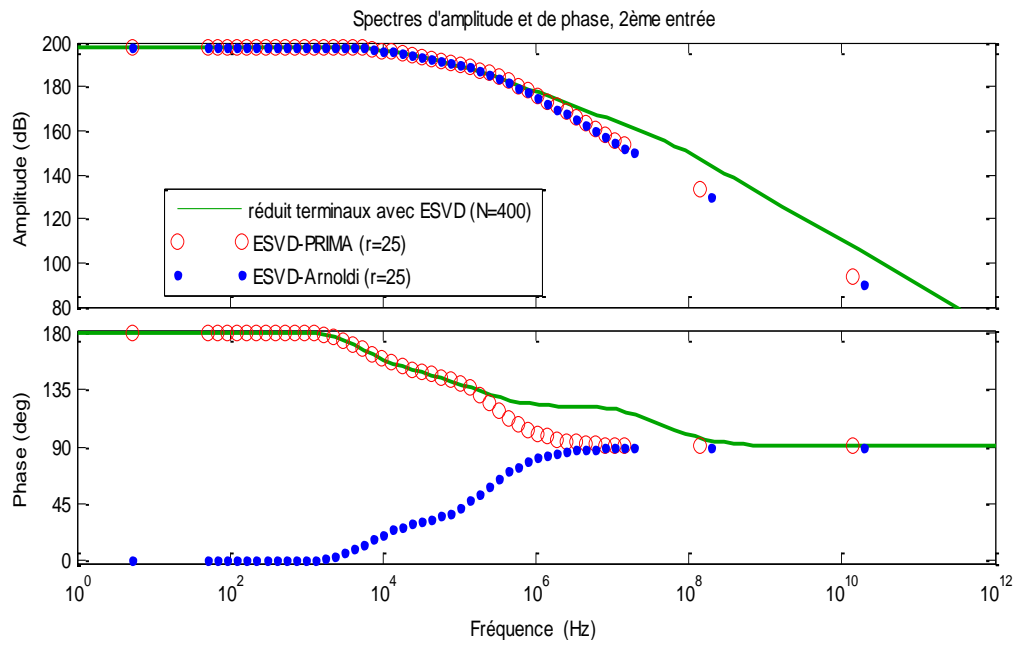


Fig (4.22) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 2<sup>ème</sup> entrée

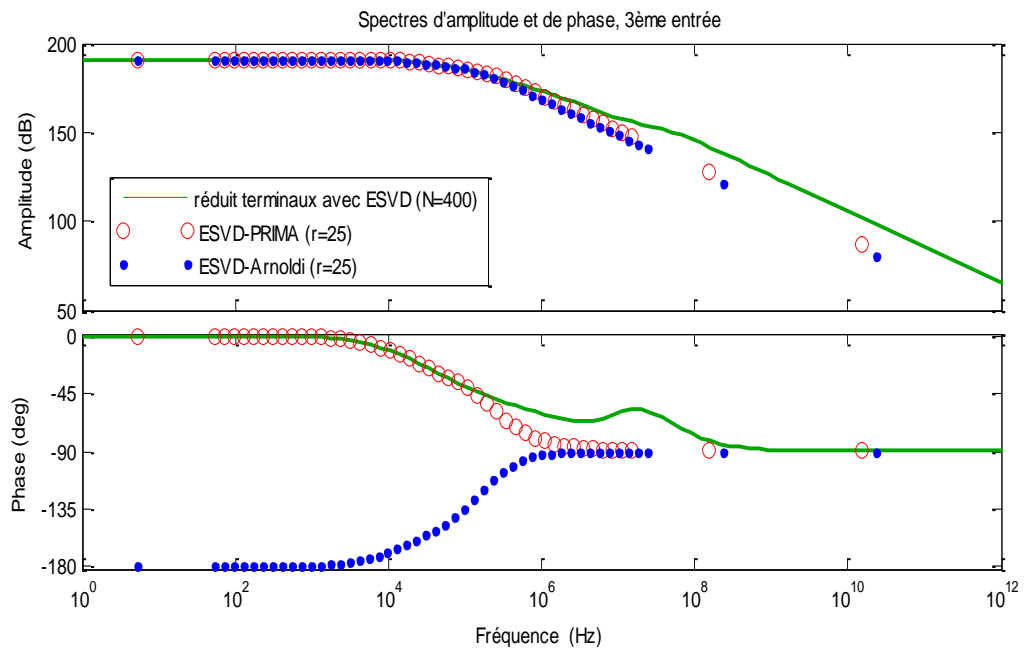


Fig (4.23) : Réponse fréquentielle par Bode pour 3<sup>ème</sup> entrée

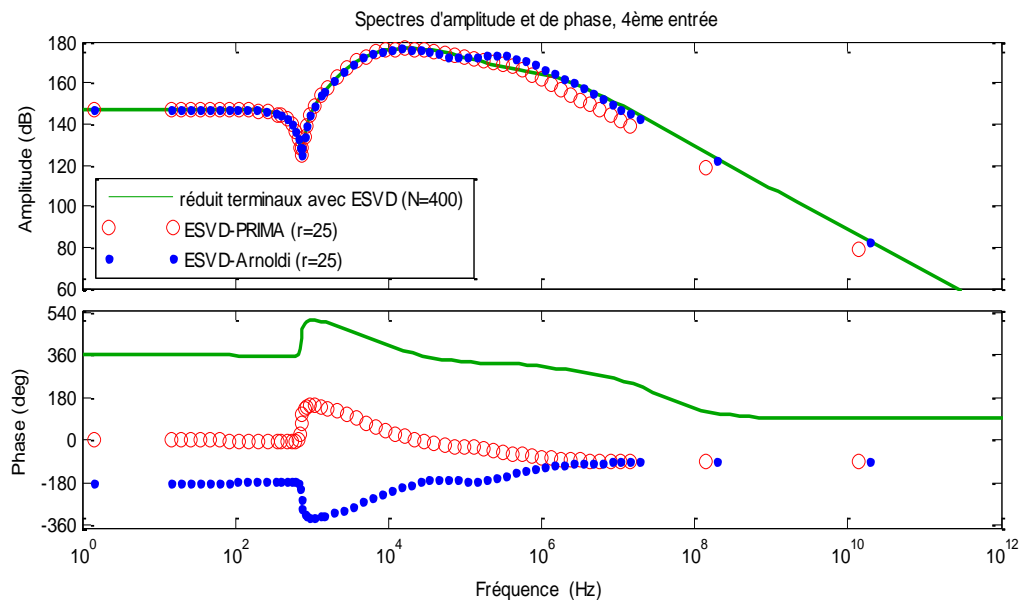


Fig (4.24) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 4<sup>ème</sup> entrée

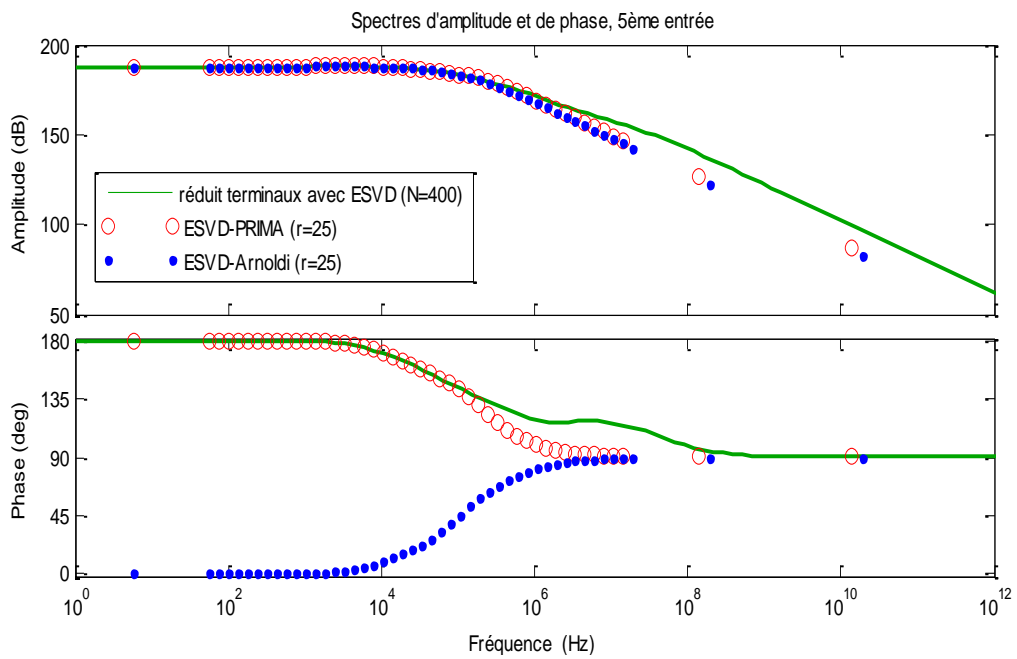


Fig (4.25) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 5<sup>ème</sup> entrée

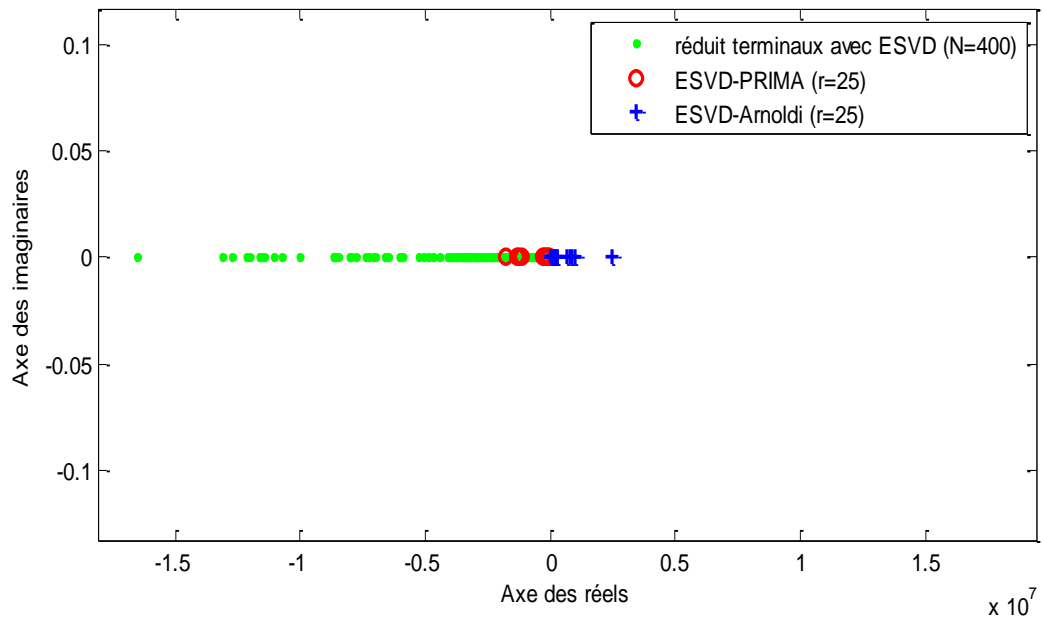


Fig (4.26) : Lieu de stabilité des systèmes réduit

Pour comparer au système initial on fait le retour au nombre initial des terminaux avec une simple projection

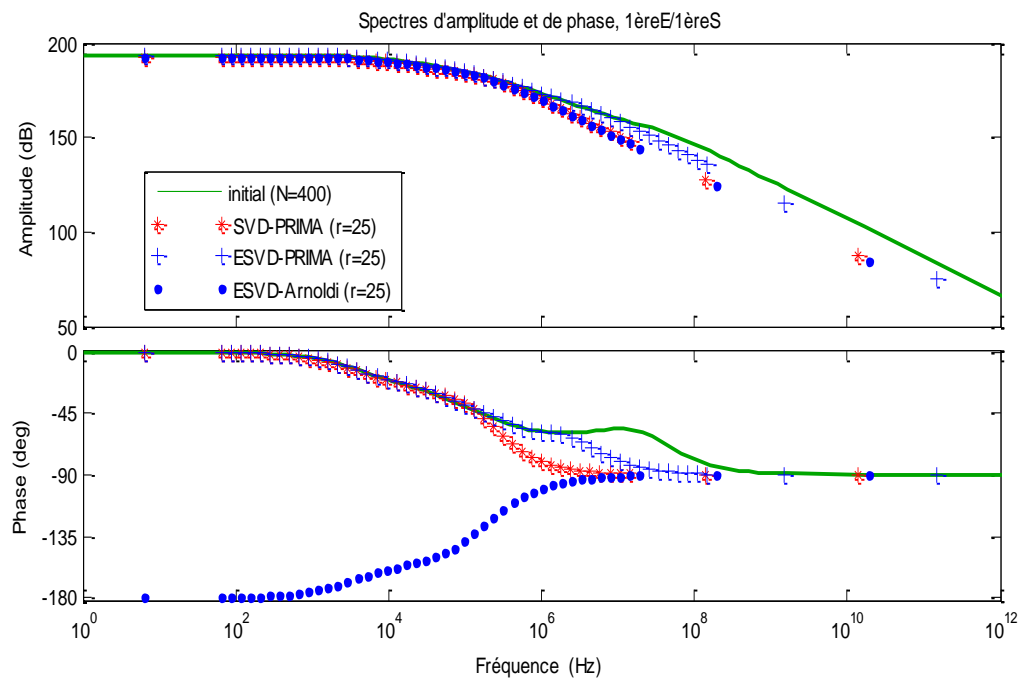


Fig (4.27) : Réponse fréquentielle par Bode pour 1<sup>ère</sup> E/1<sup>ère</sup> S



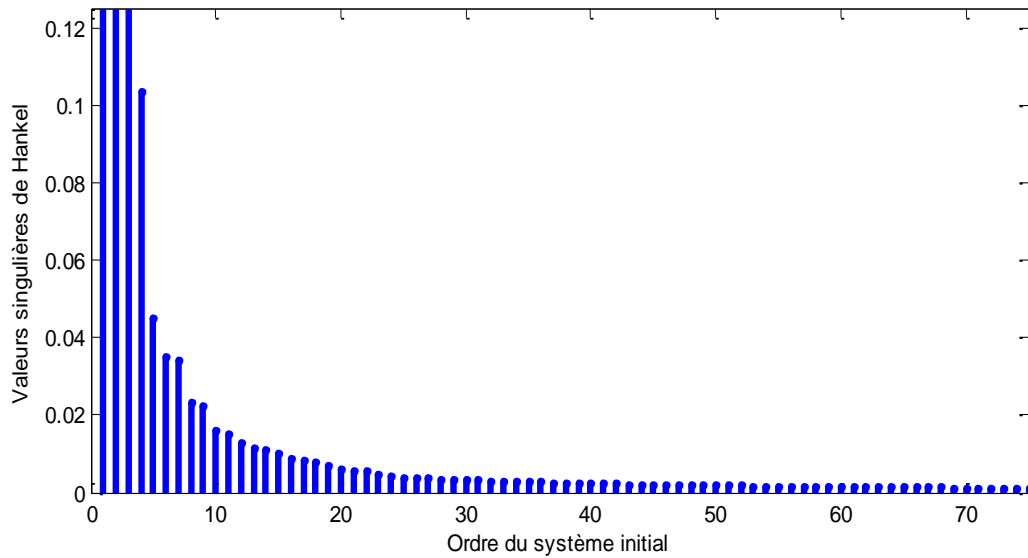


Fig (4.29) : Distribution des valeurs singulières de système initial

D'après Fig (4.29) on peut fixer l'ordre de réduction à  $r=30$ .

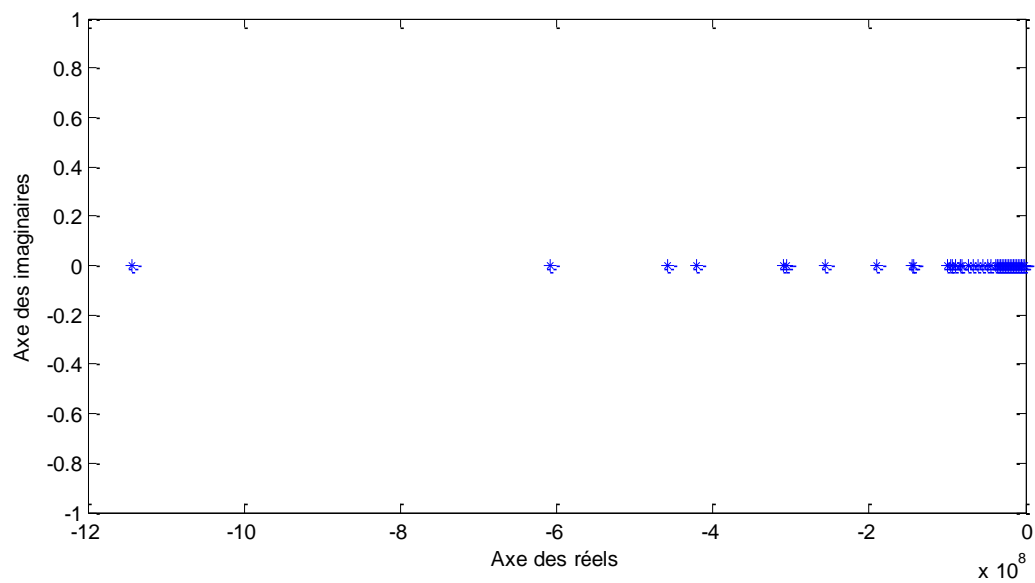


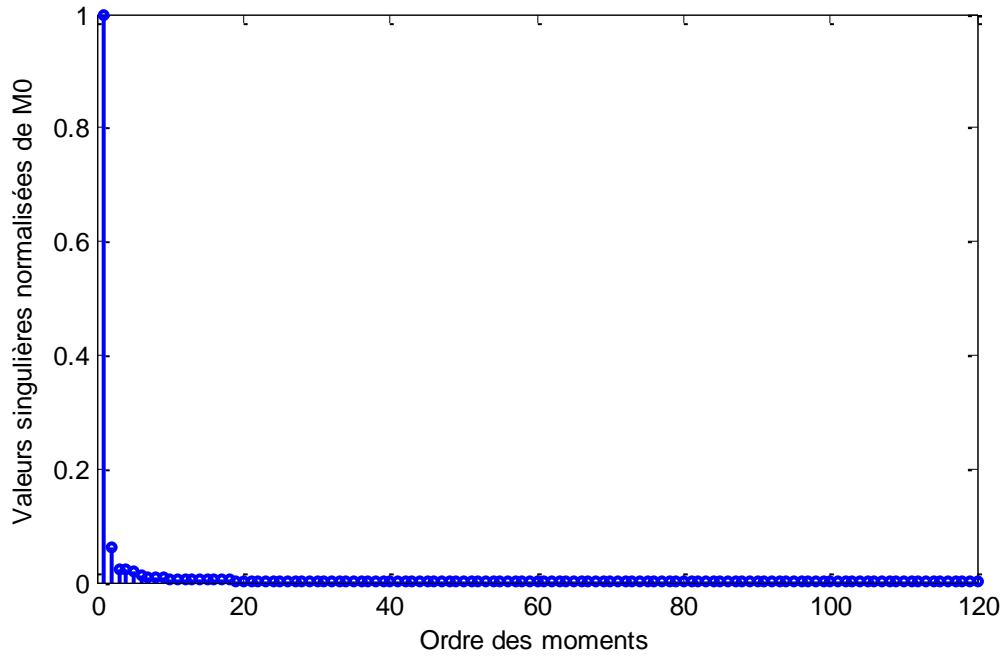
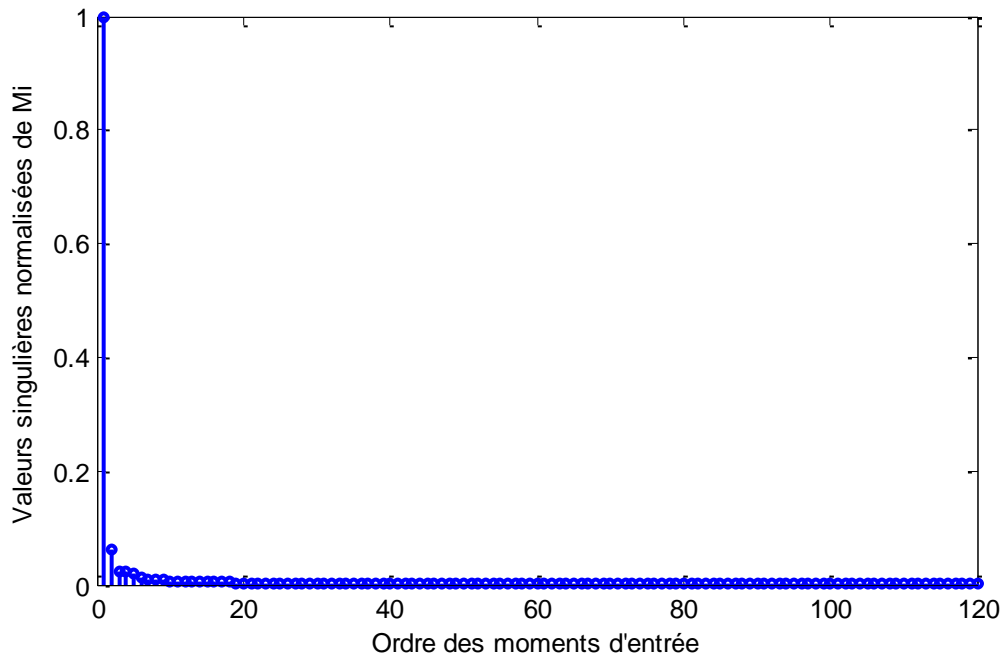
Fig (4.30) : Pôles du système initial

D'après Fig (4.30) le système initial est stable,

Aussi on a

$L = B^T$ ,  $G + G^T \geq 0$  et  $C = C^T \geq 0$ , d'après le théorème (I.4.3.4i) le système est passif



Fig (4.31) : Distribution des valeurs singulières de  $M_0$ Fig (4.32) : Distribution des valeurs singulières de  $M_i$

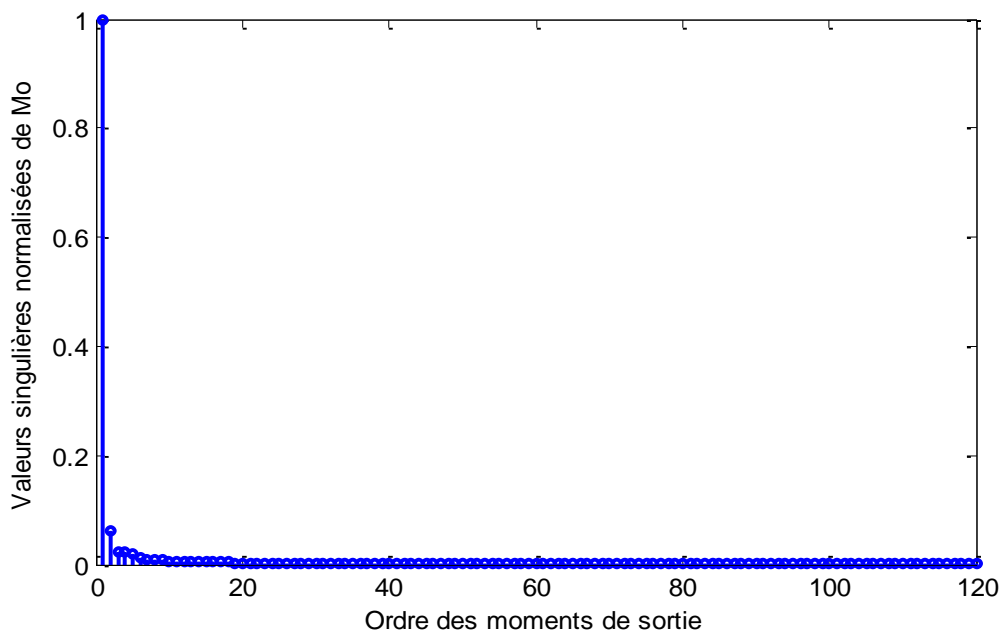


Fig (4.33) : Distribution des valeurs singulières de  $M_o$

D'après Fig (4.31), Fig (4.32), Fig (4.33) on remarque que les valeurs singulières dominants pour les moments des entrées et des sorties sont égaux alors on peut choisir le nombre des entrées et des sorties réduits  $r_p = r_q = 2$ , le système résultant est un MIMO (deux entrées et deux sorties).

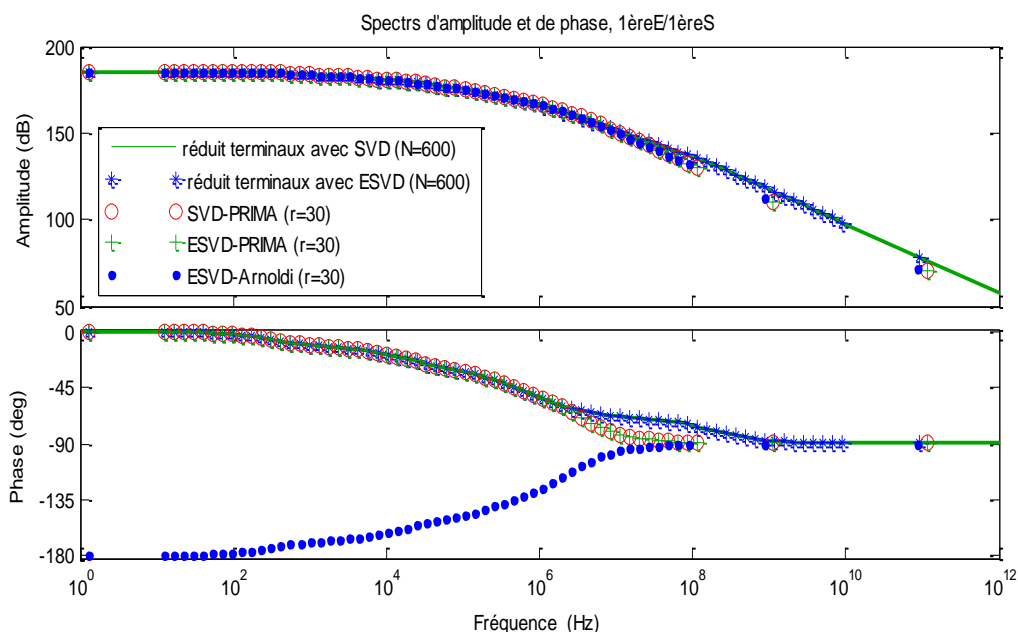


Fig (4.34) : Réponse fréquentielle par Bode pour 1<sup>ère</sup> entrée /1<sup>ère</sup> sortie

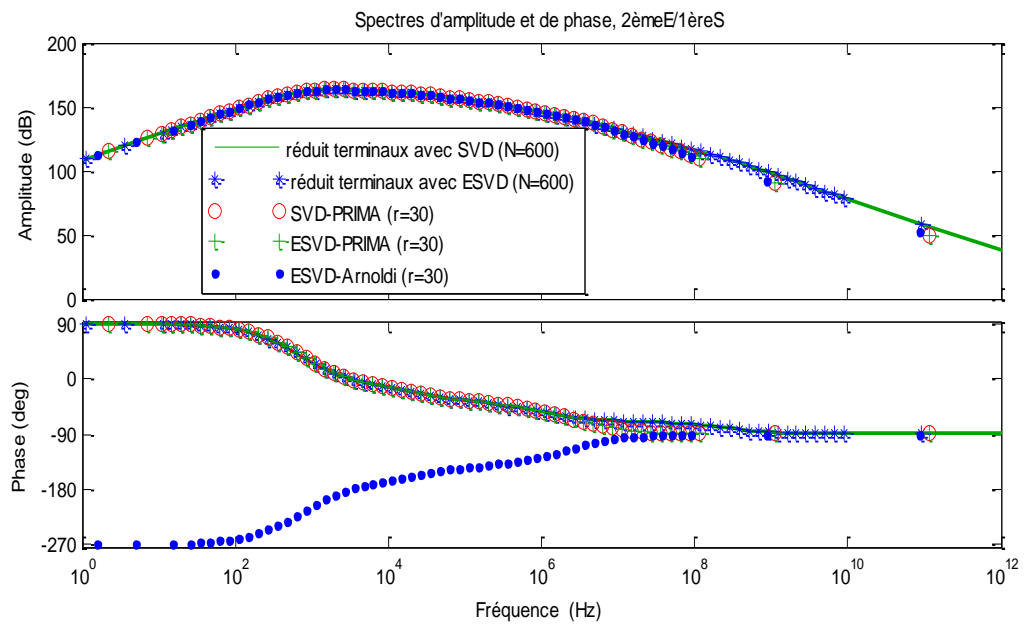


Fig (4.35) : Réponse fréquentielle par Bode pour l'entrée2/sortie1

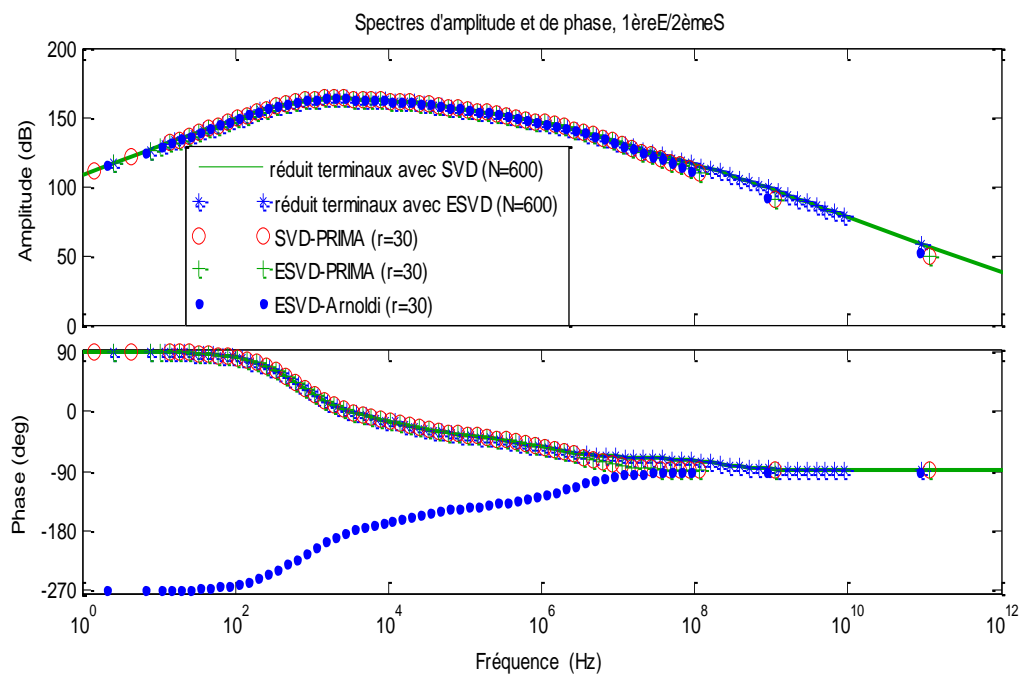


Fig (4.36) : Réponse fréquentielle par Bode pour l'entrée1/sortie2

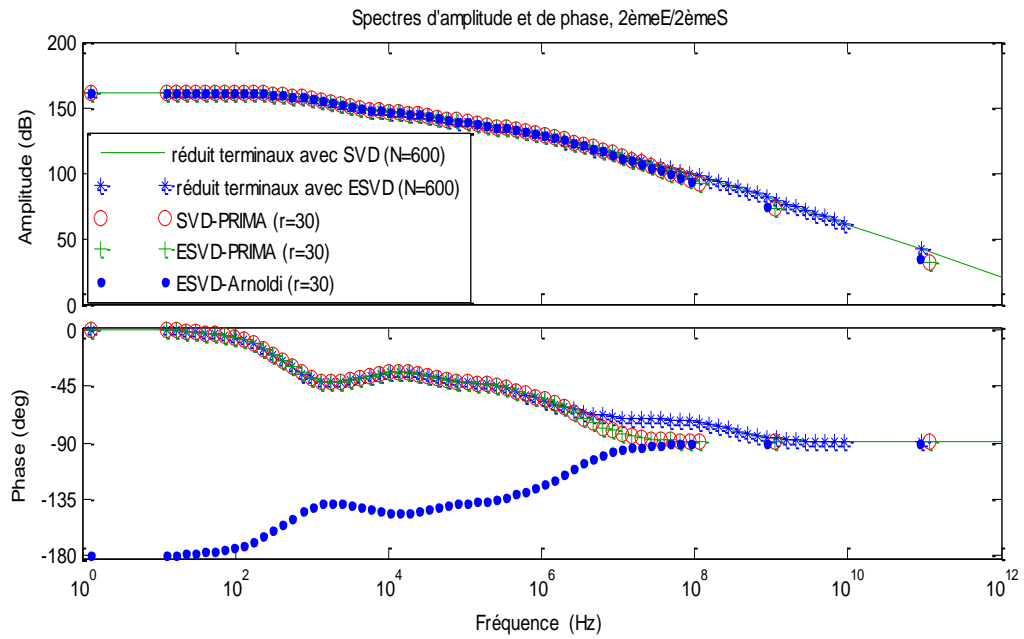


Fig (4.37) : Réponse fréquentielle par Bode pour 2<sup>ème</sup> entrée / 2<sup>ème</sup> sortie

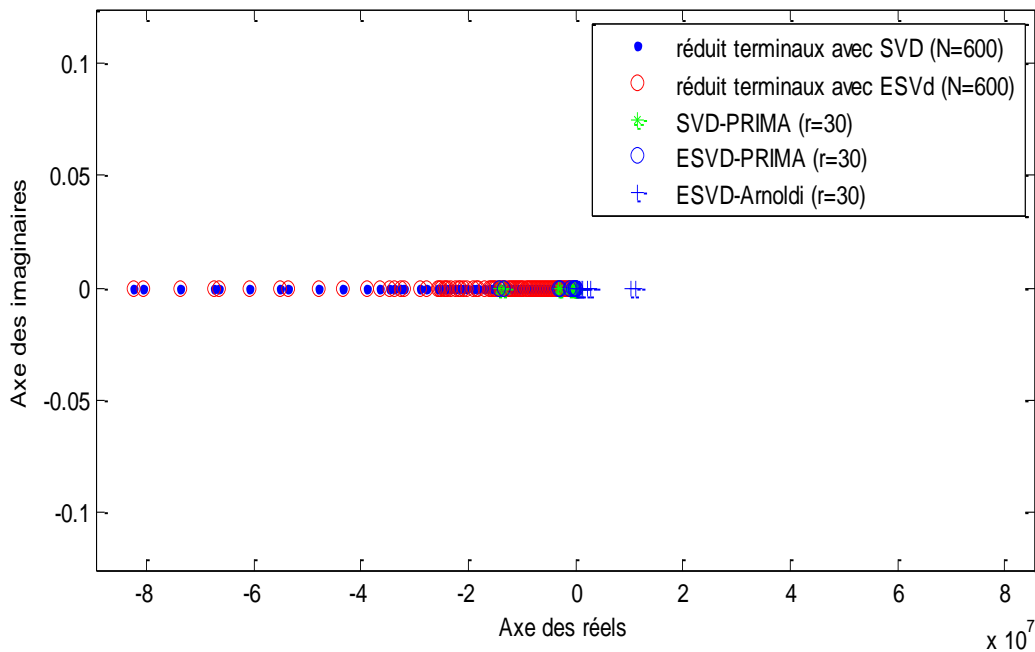


Fig (4.38) : Lieu de stabilité des systèmes réduits

Pour comparer les approximent de SVD-MOR/ ESVD-MOR on fait le retour au système avec nombre initial des terminaux, utilisant des projections

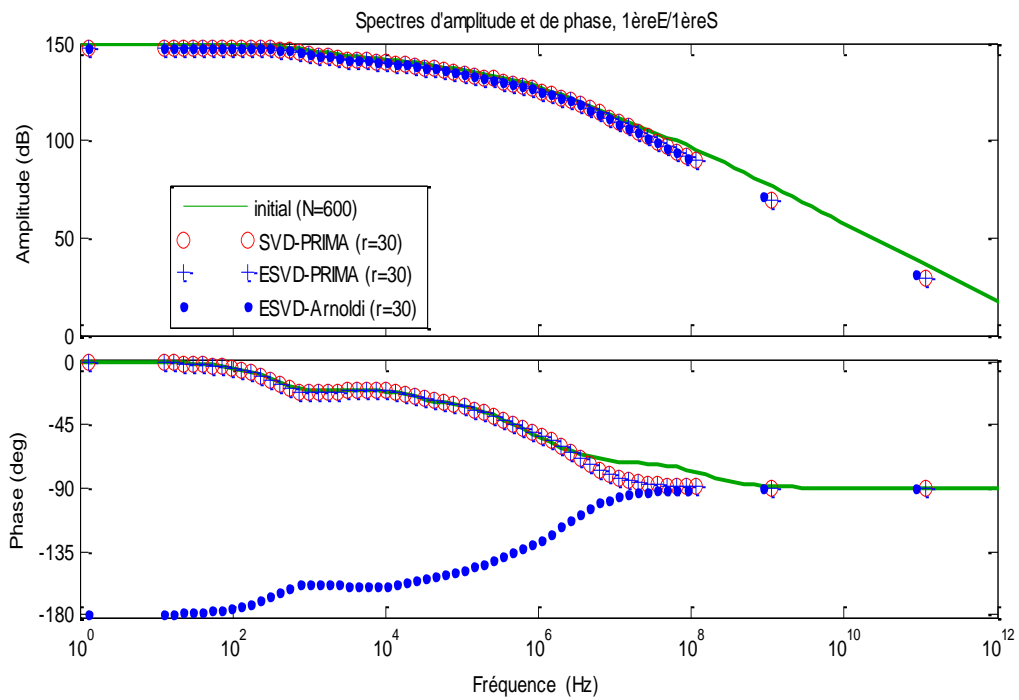


Fig (4.39) : Réponse fréquentielle par Bode l'entrée1/sortie1

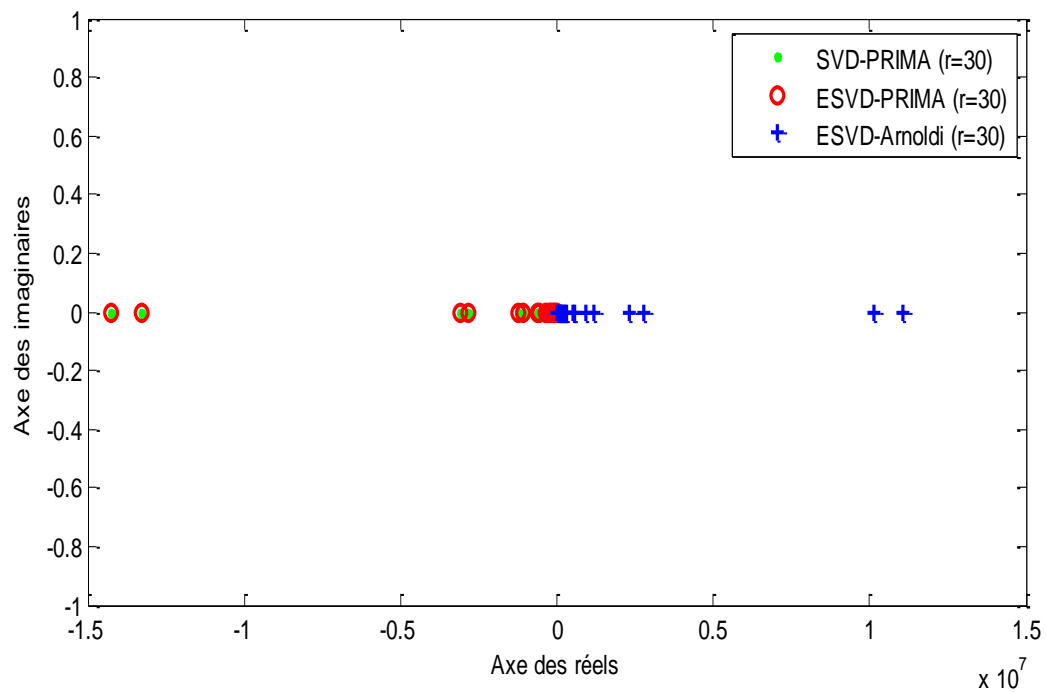
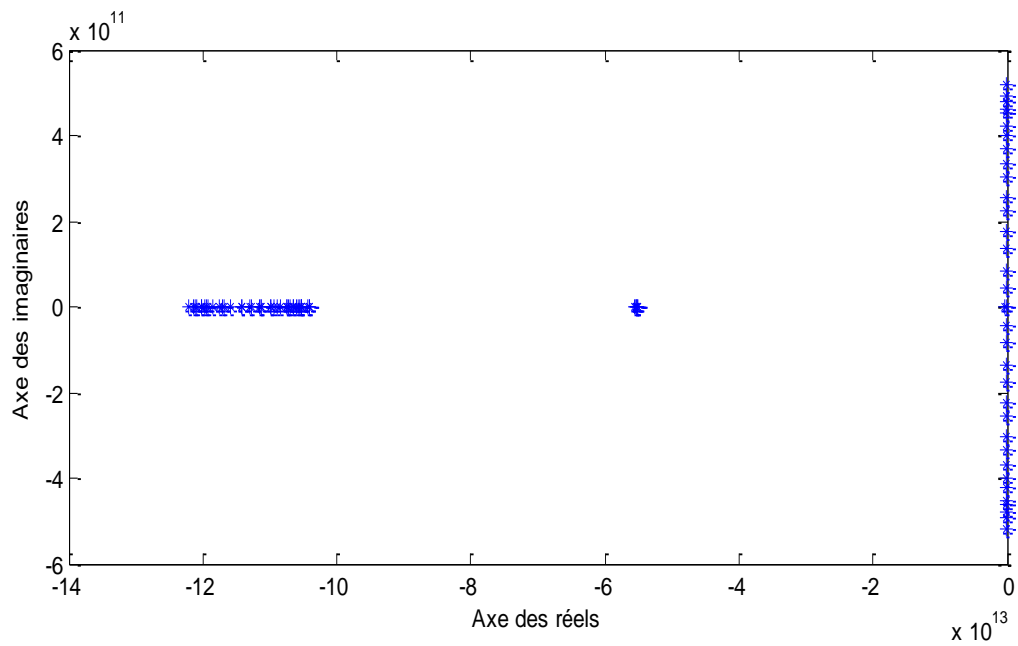


Fig (4.40) : Lieu de stabilité des systèmes réduits



D'après la figure (4.42) on peut prendre l'ordre de réduction du système  $r=32$



Fig(4..43) : Pôles du système initial

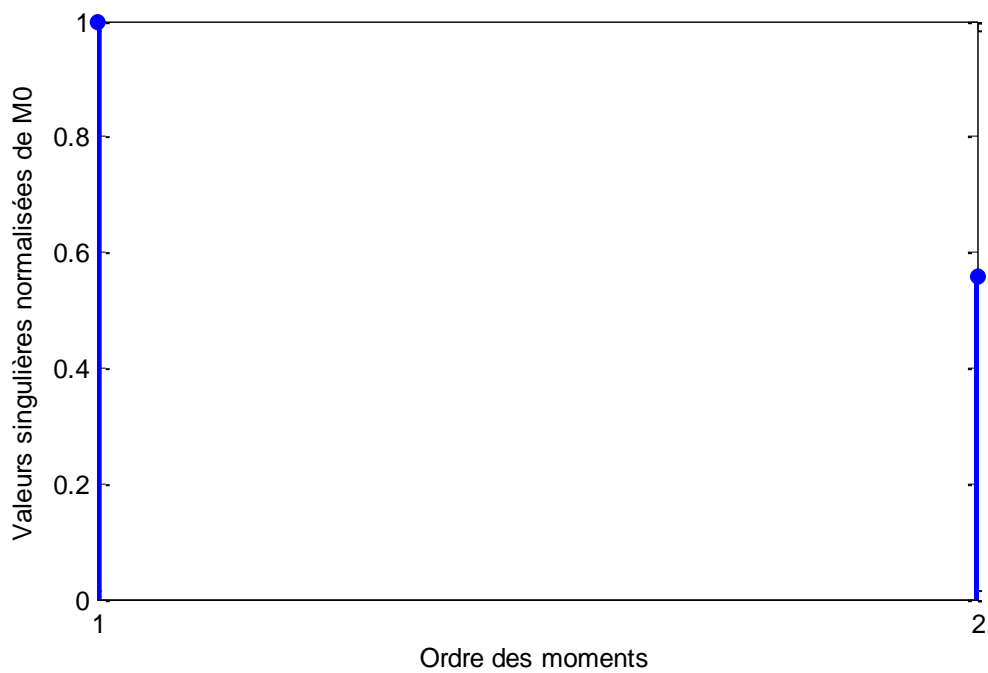
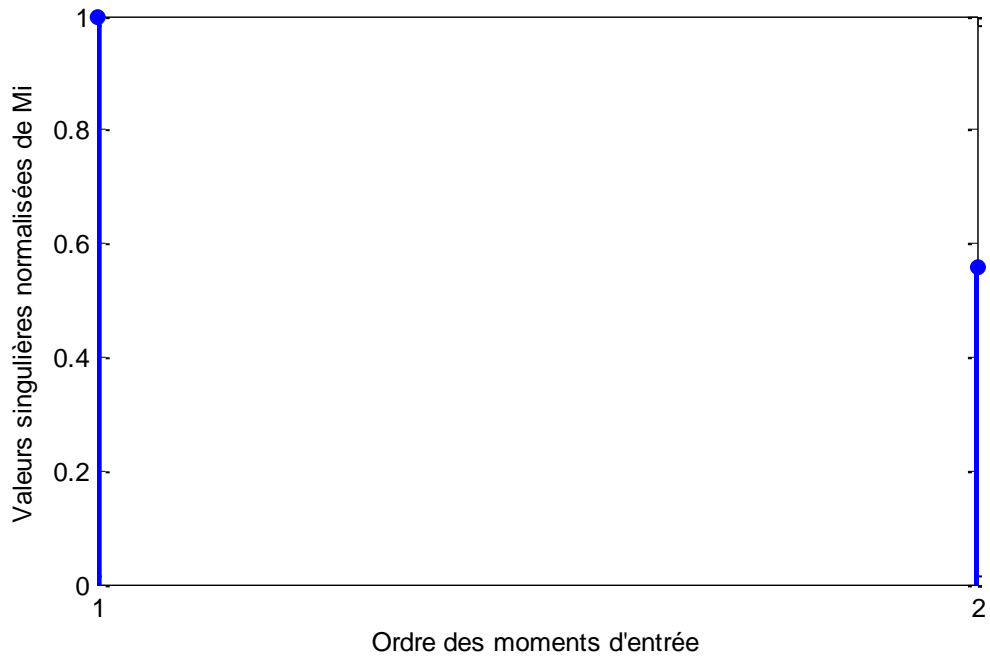
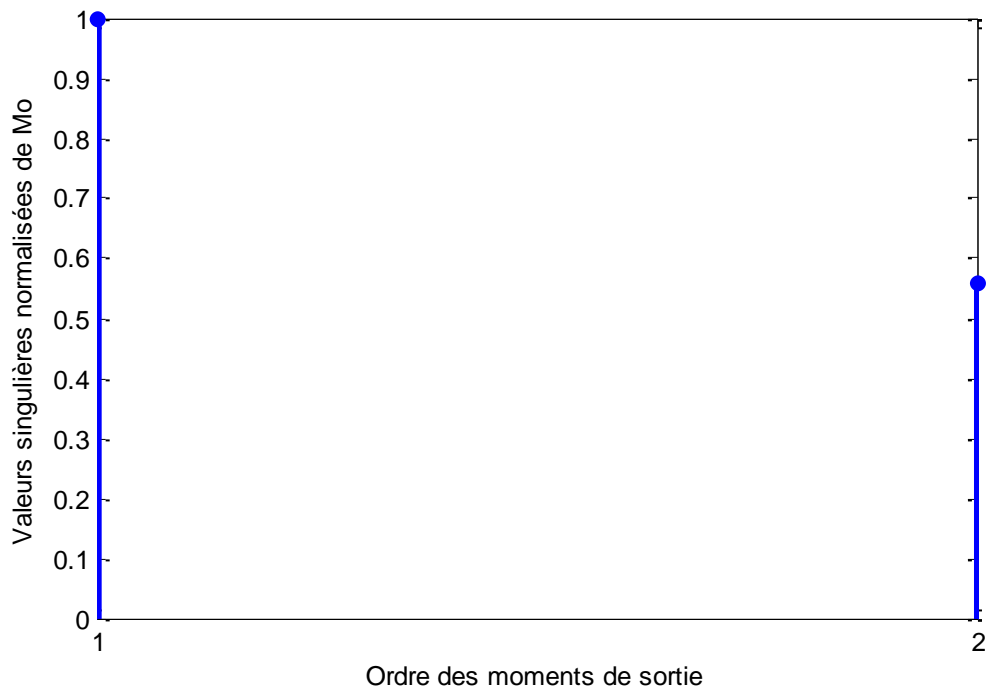


Fig (4.44) : Distribution des valeurs singulières de  $M_0$

Fig (4.45) : Distribution des valeurs singulières de  $M_I$ Fig (4.46): Distribution des valeurs singulières de  $M_O$



D'après Fig( 4.44), Fig( 4.45), Fig( 4.46), on remarque que les valeurs singulières sont tous dominantes pour  $M_0$ ,  $M_I$ ,  $M_O$  et sont les mêmes, alors les nombres des terminaux reste sans diminution  $r_p = r_q = 2$  ; et on fait une réduction classique d'ordre du modèle.

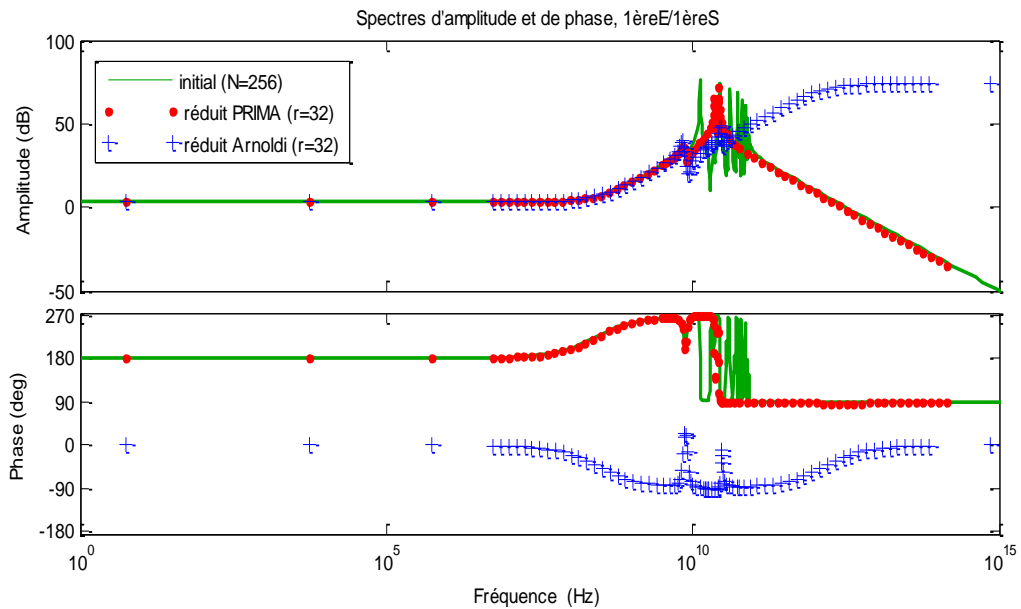


Fig (4.47) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 1<sup>ère</sup> E/1<sup>ère</sup> S

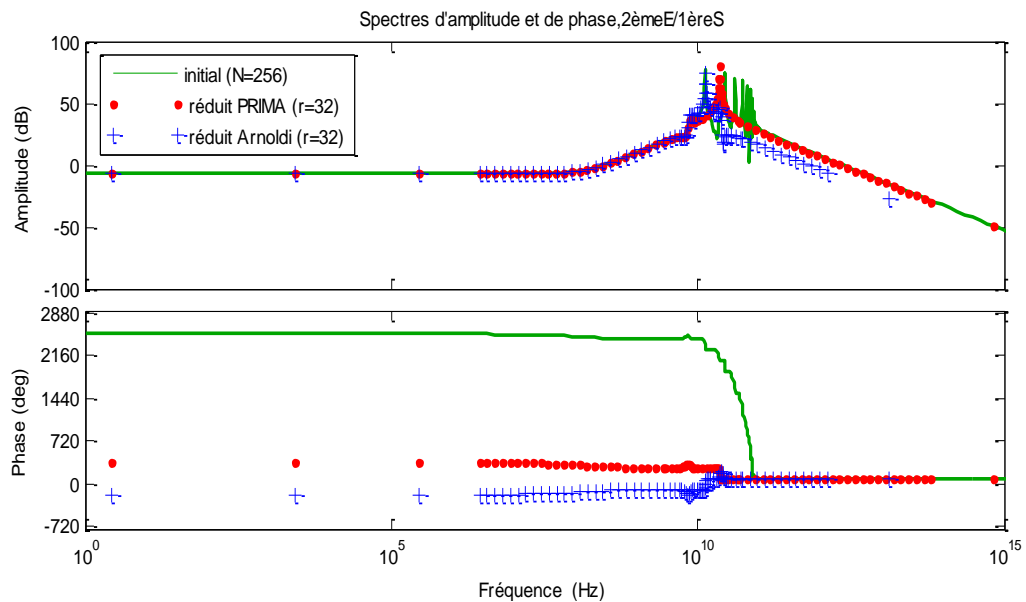


Fig (4.48) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 2<sup>ème</sup> E/1<sup>ère</sup> S

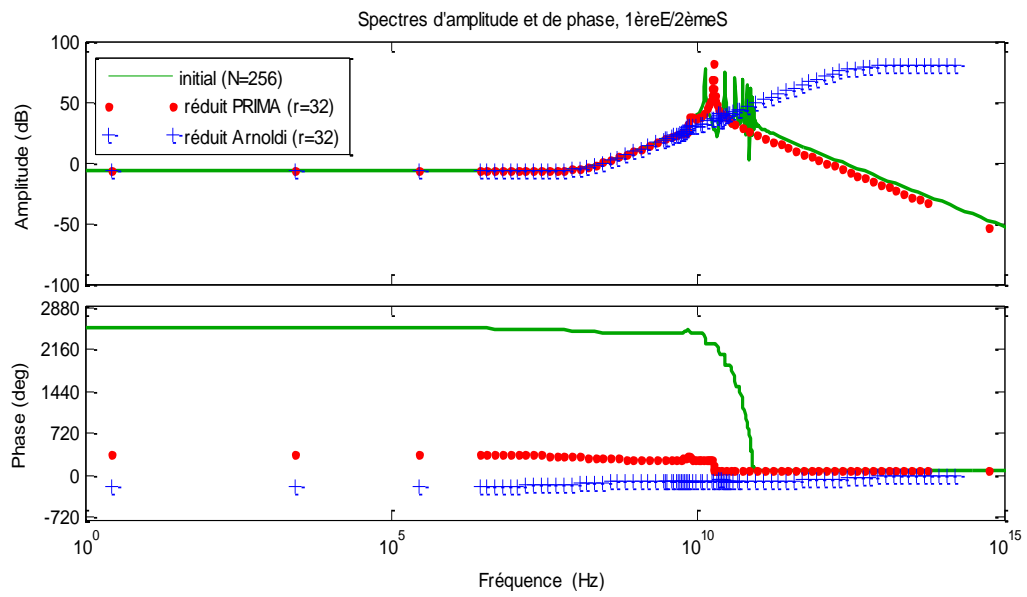


Fig (4.49) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 1<sup>ère</sup> E/2<sup>ère</sup> S

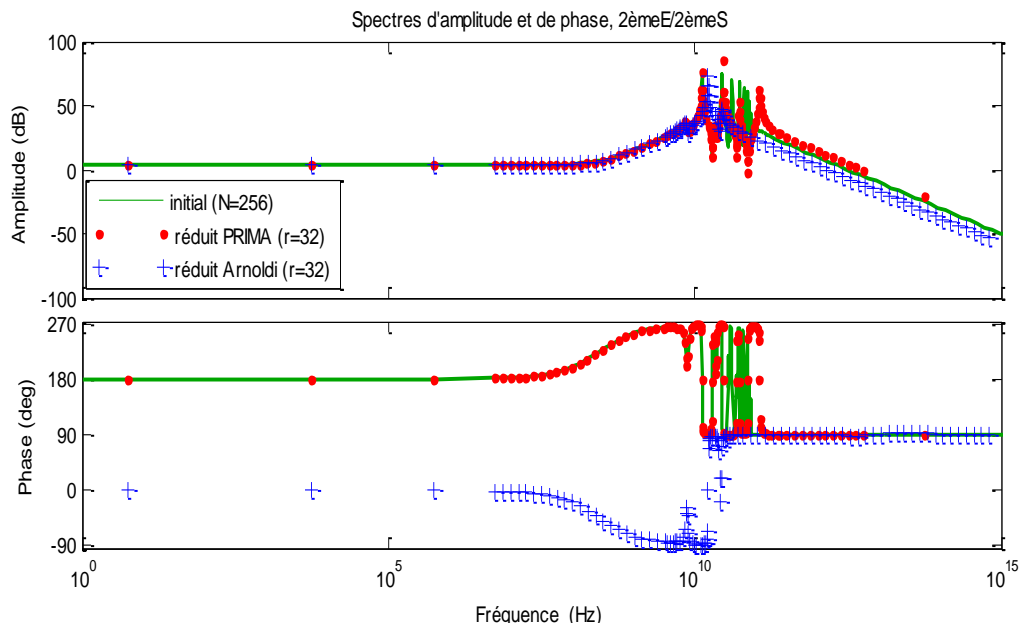


Fig (4.50) : Réponse fréquentielle par Bode pour la 2<sup>ème</sup> E/2<sup>ème</sup> S



- › Dans le troisième exemple, le système initial est passif, aussi le système réduit par PRIMA, mais les système réduit par Arnoldi ne sont pas.
- › Le cas  $p$  et  $q$  sont plus petits, les valeurs singulières des moment d'entrées et de sorties sont tous importantes (dominantes), l'étape de réduction des terminaux et inutile, on passe directement à la réduction d'ordre de modèle, comme l'exemple
- › le comportement fréquentielle dans les systèmes réduit par PRIMA est globalement identique au comportement des systèmes initiaux pour les spectres d'amplitude et de phase.
- › Le comportement de système réduit par la méthode d'Arnoldi suivi le système initiale pour le spectre d'amplitude,
- › Dans le quatrième exemple, le système initial est instable et non minimal, aussi les systèmes réduit par SVD-MOR et ESVD-MOR

#### **IV.4. Conclusion**

D'après les résultats, nous remarquons la supériorité et la généralité de la technique ESVD-MOR.

En ce qui concerne la réduction d'ordre par PRIMA et Arnoldi nous remarquons que les courbes présentent PRIMA sont les mieux et convergent vers les systèmes initiaux.

La stabilité si elle est vérifiée dans le modèle initiale d'ordre complet, elle est aussi garantie pour la méthode PRIMA.

La minimalité si elle est vérifiée dans le modèle initial stable d'ordre complet, elle est toujours vérifiée dans les modèles réduits par PRIMA .

La passivité préservée pour les modèles réduits par PRIMA.